Пестренин В.М., Пестренина И.В., Ландик Л.В., Фагалов А.Р., Пелевин А.Г. Представительный объем и эффективные материальные характеристики периодических и статистически однородно армированных волоконных композитов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 1. С. 103–110. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.1.10

Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Landik L.V., Fagalov A.R., Pelevin A.G. Representative Volume and Effective Material Characteristics of Periodic and Statistically Uniformly Reinforced Fiber Composites. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2023, no. 1, pp. 103-110. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.1.10

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 1, 2023
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.1.10
УДК 539.319

ПРЕДСТАВИТЕЛЬНЫЙ ОБЪЕМ И ЭФФЕКТИВНЫЕ МАТЕРИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ И СТАТИСТИЧЕСКИ ОДНОРОДНО АРМИРОВАННЫХ ВОЛОКОННЫХ КОМПОЗИТОВ

В.М. Пестренин, И.В. Пестренина, Л.В. Ландик, А.Р. Фагалов, А.Г. Пелевин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 25 ноября 2022 г.
Одобрена: 09 марта 2023 г.
Принята к публикации:
05 апреля 2023 г.

Ключевые слова:

композит, представительный объем, эффективные материальные характеристики, периодическая ячейка, статистически однородно армированный, волоконный композит, периодизация стохастической структуры.

АННОТАЦИЯ

В механике деформируемого твердого тела различают понятия, связанные с точками континуума (перемещения, относительные удлинения, сдвиги) и множеством точек континуума – элементарным объемом (масса, энергия, напряжения). В механике композитных материалов роль такого объема выполняет представительный объем (representative volume element – RVE). Это понятие впервые введено R. Hill (1963). Современными авторами используется формулировка W.J. Drugan, J.R. Willis (1996).

В работе на основе анализа понятия RVE формулируются его сущностные признаки: RVE – минимально возможный образец для численных испытаний по определению эффективных материальных параметров композита; при любом нагружении RVE его макроскопическое напряженно-деформированное состояние однородно. Раскрывается его значение для механики композитных материалов: существование RVE для композита является критерием для применения теории эффективного модуля к анализу его напряженно-деформированного состояния; дегомогенизация напряженного состояния композитного материала в точке – решение задачи микромеханики о напряженно деформированном состоянии RVE; характерный размер RVE ограничивает размер сетки дискретизации при численном исследовании.

Предлагается итерационный алгоритм построения представительного объема композита периодической структуры и его эффективных материальных термоупругих характеристик. Показывается, что геометрической формой такой композиции является прямоугольный параллелепипед. Алгоритм построения RVE для периодических композиций распространяется на статистически однородно армированные непрерывными волокнами композиты. Рассмотрен способ моделирования таких материалов регулярной структурой. Показано, что в этом случае в сечении, перпендикулярном волокнам, центры волокон должны располагаться в вершинах правильных треугольников.

Приводятся примеры построения RVE и термоупругих материальных характеристик конкретных композиций. Результаты вычислений сравниваются с данными, полученными на сертифицированных программных продуктах.

© ПНИПУ

© **Пестренин Валерий Михайлович** – к.ф.-м.н., доц., e-mail: PestreninVM@mail.ru.
Пестренина Ирина Владимировна – к.ф.-м.н., доц., e-mail: IPestrenina@gmail.com.
Ландик Лидия Владимировна – инж., e-mail: LidiaLandik@gmail.com.
Фагалов Андрей Рамилевич – студент, e-mail: Slowards@gmail.com.
Пелевин Александр Геннадьевич – инж., e-mail: Pelevin.a@icmm.ru.

Valery M. Pestrenin – CSc of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: PestreninVM@mail.ru.
Irena V. Pestrenina – CSc in Tecnical Sciences, Associate Professor, e-mail: IPestrenina@gmail.com.
Lidia V. Landik – Engineer, e-mail: LidiaLandik@gmail.com.
Andrey R. Fagalov – Student, e-mail: Slowards@gmail.com.
Alexander G. Pelevin – Engineer, e-mail: Pelevin.a@icmm.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

REPRESENTATIVE VOLUME AND EFFECTIVE MATERIAL CHARACTERISTICS OF PERIODIC AND STATISTICALLY UNIFORMLY REINFORCED FIBER COMPOSITES

V.M. Pestrenin, I.V. Pestrenina, L.V. Landik, A.R. Fagalov, A.G. Pelevin

Perm State National Research University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 25 November 2022
Approved: 09 March 2023
Accepted for publication:
05 April 2023

Keywords:

composite, representative volume element, effective material characteristics, periodic cell, statistically uniformly reinforced, fiber composite, periodization of a stochastic structure.

ABSTRACT

In the deformable solid mechanics, there are concepts associated with continuum points (displacements, relative elongations, shifts) and a set of continuum points – an elementary volume (mass, energy, stresses). The role of such volume in the mechanics of composite materials is played by the representative volume element (RVE).This concept was first introduced by R. Hill (1963). Modern authors use the W.J. Drugan, J.R. Willis (1996) formulation.

Based on the analysis of the RVE concept, we formulated its essential features: RVE is the minimum possible sample for numerical tests to determine the effective material parameters of the composite; under any RVE loading, its macroscopic stress-strain state is uniform. Its significance for the mechanics of composite materials is revealed: the existence of RVE for a composite is a criterion for applying the effective modulus theory to the analysis of its stress-strain state; the dehomogenization of a stressed-state composite material at a point is a solution to the micromechanics problem of the RVE stress-strain state determination; the characteristic size of RVE limits the size of the sampling grid in the numerical study. An iterative algorithm for constructing a representative volume of a periodic structure composite and its effective material thermoelastic characteristics is proposed. It is shown that the geometric shape of such a composition is a rectangular parallelepiped. The RVE construction algorithm for periodic compositions is extended to the composites statistically uniformly reinforced with continuous fibers. A method for modeling such materials with a following regular structure is suggested described: in the section perpendicular to the fibers, fiber centers should be located at the vertices of regular triangles.

Examples of constructing RVE and thermoelastic material characteristics of specific compositions are given. The calculation results are compared with the data obtained using certified software products.

© PNRPU

Введение

В механике деформируемого твердого тела различают два вида понятий: кинематические, связанные с точками континуума (перемещения, относительные удлинения, сдвиги и т.д.), и динамические, связанные с множеством точек континуума (элементарным объемом). Это напряжения, масса, энергия и др. В механике композитных материалов роль элементарного объема выполняет представительный объем (representative volume element – RVE). Впервые понятие представительного объема было введено R. Hill [1].

В настоящее время исследователи [2; 3] придерживаются определения RVE, предложенного W.J. Drugan, J.R. Willis [4]: It is the smallest material volume element of the composite for which the usual spatially constant (overall modulus) macroscopic constitutive representation is a sufficiently accurate model to represent mean constitutive response. То есть это наименьший элемент объема материала композита, для которого могут быть применены обычные макроскопически однородные определяющие модели «эффективного модуля». Приведенное определение наделяет представительный объем следующими сущностными признаками:

- RVE – минимально возможный образец для численных испытаний по определению эффективных материальных параметров композита;
- при любом нагружении RVE его макроскопическое напряженно деформированное состояние однородно;
- напряженно-деформированное состояние (НДС) любого объема, большего RVE, может быть рассчитано по теории эффективного модуля.

Как видно из приведенного определения, понятие RVE тесно связано с эффективными материальными характеристиками композита. Необходимость его построения обусловлена следующими факторами:

- существование RVE для композита является критерием для применения теории эффективного модуля к анализу его напряженно-деформированного состояния;
- дегомогенизация напряженного состояния композитного материала в точке – решение задачи микромеханики о напряженно-деформированном состоянии RVE;
- размер сетки дискретизации при численном исследовании должен быть согласован с характерным размером RVE, так как он является минимальным объемом, способным находиться в макрокопически однородном состоянии.

В настоящей работе предлагаются методика построения представительного объема и эффективных материальных характеристик композиций с периодической структурой и моделирование такими материалами статистически однородно армированных волоконных композитов.

1. Построение RVE для композиций периодической структуры

В настоящее время разработаны различные методы, достоверно определяющие эффективные материальные характеристики композитов с периодической структурой: метод асимптотического осреднения [5–18], метод прямого осреднения задачи микромеханики на периодической ячейке с условиями симметрии и периодичности на ее гранях [19–25] и др. Некоторые из таких методов уже реализованы в программных инженерных пакетах типа ANSYS. В то же время задача о построении представительного объема для композитов периодической структуры практически не рассматривается. Заметим, что осреднение на периодической ячейке с граничными условиями периодичности неявно предполагает ее выделение из образца бесконечных размеров.

Построения RVE композита с периодической структурой осуществляется по следующему итерационному алгоритму.

• Задается последовательность возрастающих по объему первоначально кубических образцов, выделенных из композита, состоящих из ячеек периодичности. Размер ребра таких образцов кратен a (длине ребра ячейки периодичности).

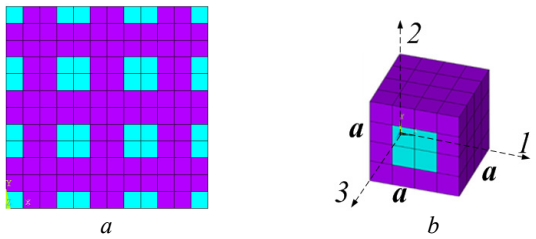
• Начиная с первого образца данной последовательности, предполагается (метод от противного), что он является представительным объемом. С использованием решения задач микромеханики строятся его «кажущиеся» [3] материальные характеристики. Результаты вычислений макроскопических материальных параметров для очередного образца сравниваются с соответствующими данными для предыдущего образца. На основании этого сравнения и проверки выполнения сущностных признаков корректируется геометрическая форма образца и делается вывод о возможности (или невозможности) его признания в качестве представительного объема.

• Последовательности значений вычисленных характеристик оказываются сходящимися. Представительным объемом становится тот, для которого полученные значения можно принять за предельные. Они и принимаются эффективными материальными характеристиками композиции.

Пример

Рассматривается периодический композитный материал, представляющий собой эпоксидную матрицу, армированную прямыми непрерывными волокнами, параллельными оси x_3 ортонормированной декартовой системы координат. Поперечное сечение композита, перпендикулярное волокнам, представлено на рис. 1, *a*.

Объемное содержание волокон принимается равным 0,25. Волокна имеют квадратное сечение со стороной 0,28 мм, длина ребра ячейки периодичности a = 0,56мм. Элементы структуры композиции считаются изотропными, их термомеханические материальные характеристики приведены в табл. 1.



a *b*

Рис.1. Поперечное сечение композиции периодической структуры (*a*) и ячейка периодичности (*b*)

Fig.1. Cross section of the periodic structure composition (*a*) and the periodicity cell (*b*)

Таблица 1

Термомеханические свойства элементов структуры

Table 1

Thermomechanical properties of structural elements

Элемент структуры	E, МПа	ν	α, 1/град
Волокно	95000	0,24	3,5e-6
Связующее	8000	0,33	5,5e-5

Рассматриваемый материал имеет оси симметрии второго порядка (оси x_1, x_2) и ось симметрии четвертого порядка (ось x_3). Поэтому макроскопические физические уравнения с использованием технических постоянных представляются в виде

$$\frac{1}{E_1}(\sigma_{11}-\nu_{12}\sigma_{22})-\frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_{33}=-\alpha_1\Delta T+\varepsilon_{11},\quad \gamma_{12}=\frac{1}{G_{12}}\sigma_{12},$$

$$\frac{1}{E_1}(\sigma_{22}-\nu_{12}\sigma_{11})-\frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_{33}=-\alpha_1\Delta T+\varepsilon_{22},\quad \gamma_{13}=\frac{1}{G_{13}}\sigma_{13},\qquad (1)$$

$$\frac{-\nu_{13}}{E_1}(\sigma_{11}+\sigma_{22})+\frac{1}{E_3}\sigma_{33}=-\alpha_3\Delta T+\varepsilon_{33},\quad \gamma_{23}=\frac{1}{G_{13}}\sigma_{23},$$

где $E_1 = E_2$ – модуль Юнга в направлениях осей x_1, x_2, E_3 – модуль Юнга в направлении оси x_3, $\nu_{12} = \nu_{21}$– коэффициент Пуассона, характеризующий деформацию в направлении оси x_2 при растяжении образца в направлении x_1 и наоборот, $\nu_{31}= \nu_{32}$ – коэффициент Пуассона, характеризующий деформацию в направлении оси x_1 или x_2 при растяжении образца в направлении x_3; $\nu_{13} = \nu_{23}$ – коэффициент Пуассона, характеризующий деформацию в направлении оси x_3 при растяжении образца в направлении x_1 или x_2; $\alpha_1 = \alpha_2$, α_3 – коэффициенты линейной температурной деформации. Количество независимых упругих констант в равенствах (1) равно шести, так как они подчиняются условию

$$\frac{\nu_{13}}{E_1}=\frac{\nu_{31}}{E_3}.\qquad (2)$$

Задача состоит в определении представительного объема и макроскопических термоупругих свойств композиционного материала. При этом под приведенными (эффективными) свойствами композита понимаются константы, связывающие в форме физических уравнений термоупругости (1) средние по представительному объему значения деформаций, напряжений и приращения температуры. В данном случае эти константы находились как предельные по приведенной выше методике, так и посредством вычисления на периодической ячейке (табл. 2, столбец 1).

Отклонения «кажущихся» материальных характеристик от предельных для последовательности кубических образцов приведены на рис. 2.

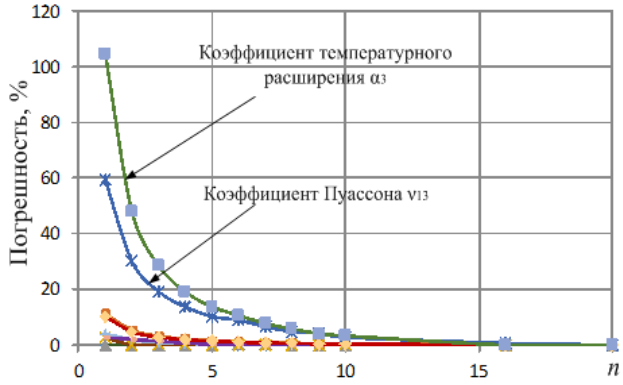


Рис. 2. Отклонения (%) «кажущихся» материальных характеристик от своих эффективных значений в зависимости от длины ребра кубического образца *na*

Fig. 2. Deviations (%) of “apparent” material characteristics from their effective values depending on the length of the cubic sample edge *na*

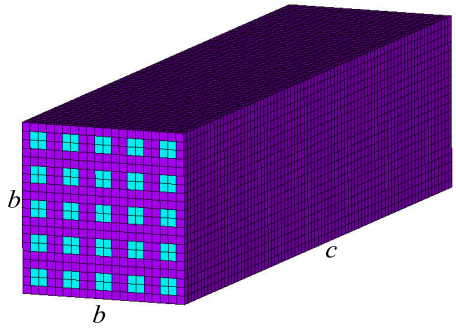


Рис. 3. RVE рассматриваемой композиции: $b = 5a$, $c = 20a$

Fig. 3. RVE of the composition under consideration: $b = 5a$, $c = 20a$

Из рис. 2 видно, что материальные характеристики с разной скоростью стремятся к своим эффективным значениям. Это означает, что RVE, являясь минимальным объемом рассматриваемого композита, не обязательно является кубом. Геометрическая форма куба позволяет ему находиться в однородном напряженном состоянии при любых однородных макроскопических напряжениях на его гранях. Этим же свойством обладает и прямоугольный параллелепипед. В нашем случае RVE является прямоугольным параллелепипедом с размерами $b = 5a$, $c = 20a$ (рис. 3). Сравнение эффективных материальных характеристик такого RVE с соответствующими параметрами, полученными на периодической ячейке, приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение эффективных материальных характеристик

Table 2

Comparison of effective material characteristics

Параметр	Вариант		Отличие, %
	1	2	1 vs 2
E_1, МПа	13620	**13789,9**	1,25
E_3, МПа	29769	**29771**	0,01
ν_{12}	4133,4	**4172,7**	0,95
ν_{13}	4767,1	**4881,0**	2,39
ν_{31}	0,355	**0,347**	2,11
G_{12}, МПа	0,138	**0,145**	5,02
G_{13}, МПа	0,302	**0,302**	0,17

Вариант 1: данные получены на ячейке периодичности с периодическими краевыми условиями в WorkBench ANSYS.

Вариант 2: данные получены на RVE с размерами $5a$, $5a$, $20a$ в ANSYS APDL.

Приведенные в табл. 2 данные с достаточной для практических целей точностью согласуются между собой, что подтверждает возможность численного определения эффективных характеристик композита с использованием образца, равного его представительному объему.

2. Моделирование регулярной структурой материала, статистически однородно армированного волокнами

Методы, разработанные для вычисления эффективных материальных характеристик композитов с периодической структурой, используются для решения аналогичных задач и для других (непериодических) композиций. С этой целью структура композита моделируется периодической средой (производится периодизация). Подход используется для композитов, армированных непрерывными волокнами [22; 26], короткими волокнами [2], для дисперсных композиций [27], тканевых композитов [28], метаматериалов [29], гибридных композитов [30; 31], для стохастически армированной среды [32; 33] и в других случаях.

Здесь рассматривается задача о периодизации композиции, статистически однородно армированной непрерывными волокнами. Принимаются следующие свойства элементов структуры: объемное содержание углеродных волокон $V = 0{,}3$, радиус волокон $r = 0{,}005$ мм, связующее – эпоксидная смола ЭД-20. Механические параметры элементов приведены в табл. 3.

Моделируемый материал обладает трансверсально изотропными материальными свойствами. Поэтому соответствующий материал регулярной структуры должен быть также трансверсально изотропным.

Таблица 3

Механические упругие характеристики структурных элементов

Table 3

Mechanical elastic characteristics of structural elements

Волокно		Связующее	
E_1, МПа	77000	E, МПа	3200
E_2, Мпа	77000	ν	0,28
E_3, МПа	230000	G, МПа	1250
ν_{12}	0,3		
ν_{23}	0,2		
ν_{13}	0,2		
G_{12}, Мпа	29615		
G_{23}, МПа	60900		
G_{13}, Мпа	60900		

Согласно принципу Неймана этому требованию удовлетворяет волоконная регулярная структура, имеющая ось симметрии шестого порядка в направлении волокон (при повороте вокруг этой оси на угол π/3 материал совмещается сам с собой) [34]. В поперечном сечении такой регулярной структуры центры волокон располагаются в вершинах правильных треугольников (рис. 4, *b*). Соответствующая периодическая ячейка (рис. 4, *c*) имеет размеры a = 17,39 мкм, b = 30,11 мкм, которые рассчитываются по формулам

$$a = 2r\sqrt{\frac{\pi}{2V\sqrt{3}}};\quad b = 2r\sqrt{\frac{\sqrt{3}\pi}{2V}}.$$

Размер ячейки вдоль волокон может быть выбран произвольно, например, c=a.

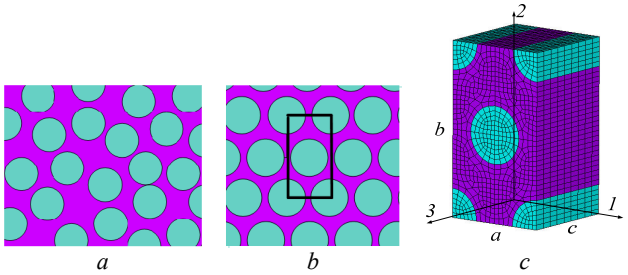


Рис. 4. Возможная реализация статистически однородно армированного материала (*a*); поперечное сечение материала-модели (*b*); ячейка периодичности регулярной структуры (*c*)

Fig. 4. Possible random specimen of a statistically uniformly reinforced material (*a*); cross section of the model material (*b*); regular structure periodicity cell (*c*)

Принимаются следующие критерии соответствия оригинального материала и его модели: совпадение эффективных характеристик и представительных объемов. Представительный объем для регулярной структуры строится по описанному в п. 1 алгоритму. RVE для статистически однородно армированного материала строится так: задается последовательность образцов с возрастающими объемами. Для каждого объема методом реализаций находятся математическое ожидание и дисперсия «кажущихся» материальных характеристик. С целью построения представительного объема эти результаты обрабатываются так же, как и в п. 1 в случае периодического композита.

Представительные объемы рассматриваемых двух композитов практически совпадают, представляют собой прямоугольный параллелепипед с размерами 3a, 3b, 60a (0,052; 0,090; 1,043 мм), соответствующие эффективные материальные характеристики приводятся в табл. 4 (столбцы 2, 3). В первом столбце таблицы показаны для сравнения значения этих характеристик, вычисленные с использованием специализированной программы Material Designer ANSYS WorkBench.

Таблица 4

Эффективные материальные характеристики

Table 4

Effective material characteristics

Параметр	**Вариант**			**Отличие, %**	
	1	2	3	1 vs 3	2 vs 3
E_1, МПа	5809	5552	5449	6,19	1,84
E_3, МПа	71204	70992	70575	0,88	0,59
ν_{12}	0,341	0,361	0,363	6,43	0,55
ν_{13}	0,033	0,034	0,033	0,04	1,89
ν_{31}	0,405	0,398	0,398	1,88	0,07
G_{12}, МПа	2027,9	1997,4	1968,2	2,94	1,46
G_{13}, МПа	2402,1	2207,0	2215,6	7,76	0,39

Вариант 1: стохастическое распределение, вычислено в WorkBench ANSYS.

Вариант 2: стохастическое распределение, вычислено на RVE (размер 3a, 3b, 60a) APDL ANSYS.

Вариант 3: регулярная структура, вычислено на RVE (размер 3a, 3b, 60a) APDL ANSYS.

Из данных табл. 4 видно, что предложенная регулярная структура с хорошей точностью решает задачу о моделировании статистически однородно армированного непрерывными волокнами композита.

Заключение

В результате проведенного анализа понятия представительного объема в механике композитных материалов сформулированы его сущностные признаки и определены основные функции. Предложен итерационный алгоритм построения представительного объема для композиций периодической структуры. Сформулированы критерии моделирования статистически однородно армированных композитов материалами регулярного строения. Для приведенного примера моделирования конкретной композиции показано выполнение этих критериев. Полученные результаты найдут применение при исследовании механических свойств различных композитных материалов: дисперсных, волоконных, коротковолоконных, слоистых, гибридных и др.

Библиографический список

1. Hill R. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles // J. Mech. Phys. Solids. – 1963. – Vol. 11, no. 5. – P. 357–372.

2. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Landik L.V. Characteristics of Compositions of Unidirectional Short Boron Fibers and Metal Matrices // Mech Compos Mater . – 2020. – Vol.55. – P. 1–14. DOI: 10.1007/s11029-020-09849-7

3. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach / T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, D. Jeulin // Int. J. Solids Struct. – 2003. – Vol.40, no. (13–14). – P. 3647–3679. DOI: 10.1016/S0020-7683(03)00143-4

4. Drugan W.J., Willis J.R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equations and estimates of representative volume element size for elastic composites // J. Mech. Phys. Solids. – 1996. – Vol. 44. – P. 497–524.

5. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 335 с.

6. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. Математические задачи механики композиционных материалов. – М.: Наука, 1984. – 356 с.

7. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Разработка автоматизированной технологии вычисления эффективных упругих характеристик композитов методом асимптотического осреднения // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. – 2008. – № 2 (29). – С. 56–67.

8. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 5. – С. 3–20.

9. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В. Асимптотическая теория конструктивно-ортотропных пластин с двухпериодической структурой // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 1. – С. 36–56.

10. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В. Моделирование процесса многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при RTM-методе изготовления // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2015. – № 12 (48). – С. 6.

11. Rodolfo Avellaneda, Suset Rodríguez-Alemán, José A. Otero Semi-Analytical Method for Computing Effective Thermoelastic Properties in Fiber-Reinforced Composite Materials // Appl. Sci. Materials Science and Engineering. – 2021. – Vol. 11, no. 12. – P. 5354. DOI.org/10.3390/app11125354

12. Qiang Ma, Jun Zhi Cui. Second-Order Two-Scale Analysis Method for the Quasi-Periodic Structure of Composite Materials under Condition of Coupled Thermo-Elasticity // Advanced Materials Research. – 2012. – Vol. 629. – P. 160–164.

13. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В. Конечно-элементное моделирование эффективных вязкоупругих свойств однонаправленных композиционных материалов // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 2 (2). – С. 28–48.

14. Моделирование эффективных ядер релаксации и ползучести вязкоупругих композитов методом асимптотического осреднения / Ю.И. Димитриенко, Ю.В. Юрин, С.В. Сборщиков, А.Д. Яхновский, Р.Р. Баймурзин // Математическое моделирование и численные методы. – 2020. – № 3 (27). – С. 22–46.

15. Моделирование вязкоупругих характеристик слоисто-волокнистых полимерных композиционных материалов / Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева, С.В. борщиков, Н.Н. Федонюк // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 11. – С. 748–770.

16. Димитриенко Ю.И., Кашкаров А.И., Макашов А.А. Конечно-элементный расчет эффективных упругопластических характеристик композитов на основе метода асимптотического осреднения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. – 2007. – № 1 (24). – С. 26–46.

17. Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б. Параметрическое усреднение уравнений нелинейной теории упругости и деформационной теории пластичности // Механика композиционных материалов и конструкций сложных и гетерогенных сред: сб. трудов 6-й всероссийской научной конференции с международным участием. – М., 2017. – С. 77–84.

18. Димитриенко Ю.И. Моделирование налинейно-упругих характеристик композитов с конечными деформациями методом асимптотического осреднения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2015. – № 11 (668). – С. 68–77. DOI: 10.18698/0536–1044–2015–11–68–77

19. Forecasting effective elastic properties of spatially reinforced composite materials applying the local approximation method / A.N. Anoshkin, P.V. Pisarev, D.A. Ermakov [et al.] // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2216. – 020008 DOI.org/10.1063/5.0004078

20. Куимова Е.В., Труфанов Н.А. Численное прогнозирование термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами // Вестник Сам.ГУ. Естественнонаучная серия. – 2009. – № 4(70). – С. 129–148.

21. Yankovskii A.P. A Heuristic approach to the determination of the effective thermal conductivity coefficients of biperiodic composite media // J. of engineering physics and thermophysics. – 2016. – Vol. 89, no. 6. – P. 1574–1581. DOI: 10.1007/s10891-016-1528-z

22. Безмельницын А.В., Сапожников С.Б. Многомасштабное моделирование и анализ механизма возникновения технологических межслойных напряжений в толстостенных кольцах из стеклопластика // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 2. – С. 5–22. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.01

23. Chen Z., Yang F., Meguid S.A. Multi-level modeling of woven glass/epoxy composite for multilayer printed circuit board applications // International Journal of Solids and Structures. – 2014. – Vol. 51, no. 21–22. – P. 3679–3688. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2014.06.030

24. McWilliams B., Dibelka J., Yen C.F. Multi scale modeling and characterization of in elastic deformation mechanisms in continuous fiber and 2D woven fabric reinforced metal matrix composites // Materials Science & Engineering A. – 2014. – Vol. 618. – P. 142–152. DOI: 10.1016/J.MSEA.2014.08.063

25. Hallal A., Younes R., Fardoun F. Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites // Composites Part B: Engineering. – 2013. – Vol. 50. – P. 22–31. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.01.024

26. Kormanikova E., Kotrasova K. Micro-macro modelling of laminated composite rectangular reservoir Composite Structures. – 2022. – Vol. 279. – P. 114701. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114701

27. Asymptotic Homogenization of Materials with Artificial Periodic Structures / S.V. Sheshenin, N.B. Artamonova, F.B. Kiselev, D.M. Semenov, L.S. Volkov, Fu. Ming-Hui // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2216, no. 1. – P. 070005-1-070005-8. DOI: 10.1063/5.0003627

28. Heide-Jørgensenab S.K., Budzika M., Ibsenb C.H. Three-dimensional, multiscale homogenization for hybrid woven composites with fiber-matrix debonding // Composites Science and Technology. – 2022. – Vol. 218, no. 8. – P. 109204. DOI: 10.1016/j.compscitech.2021.109204

29. Asymptotic homogenization of materials with artificial periodic structures / S.V. Sheshenin, N.B. Artamonova, F.B. Kiselev, D.M. Semenov, L.V. Volkov // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2216. – 070005. DOI: 10.1063/5.0003627

30. Schneider M., Josien M., Otto F. Representative volume elements for matrix-inclusion composites – a computational study on the effects of an improper treatment of particles intersecting the boundary and the benefits of periodizing the ensemble// Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2022. – Vol. 158. – P. 104652. DOI: 10.1016/j.jmps.2021.104652

31. Micromechanical Analysis of Mechanical Response for Unidirectional Fiber-Reinforced Plies / N. Song, M. Jackson, Sh. Wu, F. Souza // Thematic section: 5th International Congress on 3D materials science. Integrating Materials and Manufacturing Innovation. – 2021. – P. 10:542-550. DOI: 10.1007/s40192-021-00236-1

32. Interaction modelling of the thermomechanical behaviour of spatially-oriented graphene platelets (GPLs) reinforced polymer matrix / A. Elmasry, W. Azoti, M. Elmarakbi, A. Elmarakbi // International Journal of Solids and Structures. – 2021. – Vol. 232. – P. 111183. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111183

33. Multiscale simulation of elastic response and residual stress for ceramic particle reinforced composites / Q. Chen, F. Zhao, J. Jia, Ch. Zhu, Sh. Bai, Y. Ye // Ceramics International. – 2022. – Vol. 48, no. 2. – P. 2431–2440. DOI: 10.1016/j.ceramint.2021.10.024

34. Пестренин В.М., Пестренина И.В. Механика композитных материалов и элементов конструкций: учебное пособие. – Пермь, 2005. – 364 с.

References

1. Hill R. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* 1963, No. 11 (5), pp. 357-372.

2. Pestrenin, V.M., Pestrenina, I.V., Landik, L.V. Characteristics of Compositions of Unidirectional Short Boron Fibers and Metal Matrices. *Mechanics of Composite Materials* , 2020, No.55, pp. 1-14. doi:10.1007/s11029-020-09849-7

3. Kanit, T., Forest, S., Galliet, I., Mounoury, V., Jeulin, D. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, No. 40 (13-14), pp.3647-3679. doi:10.1016/S0020-7683(03)00143-4

4. Drugan W.J., Willis J.R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equations and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1966, No. 44, pp. 497-524.

5. Pobedrya B.E. *Mexanika kompozicionnykh materialov* [Composite mechanics]. Moscow: MGU, 1984.

6. Baxvalov N.S., Panasenko G.P. *Osrednenie processov v periodicheskikh sredax. Matematicheskie zadachi mexaniki kompozicionnykh materialov* [Averaging of processes in periodic media. Mathematical problems of mechanics of composite materials]. Moscow: Nauka, 1984.

7. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Razrabotka avtomatizirovannoy texnologii vychisleniya effektivnykh uprugikh kharakteristik kompozitov metodom asimptoticheskogo osredneniya. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennye nauki*. [Bulletin of the Moscow State Technical University. N.E. Bauman. Series Natural Sciences], 2008, No. 2 (29), pp. 56-67.

8. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Mnogomasshtabnoe modelirovanie uprugikh kompozicionnykh materialov *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical modeling], 2012, No. 24(5), pp. 3-20.

9. Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Sborshhikov S.V. (2014) Asimptoticheskaya teoriya konstruktivno-ortotropnykh plastin s dvukhperiodicheskoy strukturoy. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical modeling and numerical methods], 1. pp. 36-56.

10. Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Sborshhikov S.V. Modelirovanie processa mnogourovnevoj fil'tracii zhidkogo svyazuyushcego v tkanevom kompozite pri RTM-metode izgotovleniya. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovacii,* 2015, No. 12 (48), pp. 6.

11. Avellaneda R., Rodríguez-Alemán S., Otero J.A. Semi-Analytical Method for Computing Effective Thermoelastic Properties in Fiber-Reinforced Composite Materials. *Applied Sciences. Materials Science and Engineering,* 2021, No. 11(12), pp.5354. doi.org/10.3390/app11125354

12. Ma Q., Cui J.Zh. Second-Order Two-Scale Analysis Method for the Quasi-Periodic Structure of Composite Materials under Condition of Coupled Thermo-Elasticity. *Advanced Materials Research*, 2012, No.629, pp. 160-164.

13. Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Sborshhikov S.V. Konechno-elementnoe modelirovanie effektivnykh vyazkouprugikh svojstv odnonapravlennykh kompozicionnykh materialov. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical modeling and numerical methods], 2014, No. 2 (2), pp. 28-48.

14. Dimitrienko Yu.I., Yurin Yu.V., Sborshhikov S.V., Yaxnovskij A.D., Bajmurzin R.R. Modelirovanie effektivnykh yader relaksacii i polzuchesti vyazkouprugikh kompozitov metodom asimptoticheskogo osredneniya. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody* [Mathematical modeling and numerical methods], 2020, No.3 (27), pp. 22-46.

15. Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Sborshhikov S.V., Fedonyuk N.N. Modelirovanie vyazkouprugikh xarakteristik sloisto-voloknistykh polimernykh kompozicionnykh materialov. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and education: scientific edition of MSTU im. N.E. Bauman], 2014, No.11, pp. 748-770.

16. Dimitrienko Yu.I., Kashkarov A.I., Makashov A.A. Konechno-elementnyy raschet effektivnykh uprugoplasticheskikh kharakteristik kompozitov na osnove metoda asimptoticheskogo osredneniya. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennye nauki* [Bulletin of the Moscow State Technical University. N.E. Bauman. Series Natural Sciences], 2007, No. 1 (24), pp. 26-46.

17. Vlasov A.N., Volkov-Bogorodskij D.B. Parametricheskoe usrednenie uravneniy nelineynoy teorii uprugosti i deformacionnoy teorii plastichnosti. *Proceedings of the Sixth International Conference "Mexanika kompozicionny`x materialov i konstrukcij slozhny`x i geterogenny`x sred". Moskva,*2016, pp. 77-84.

18. Dimitrienko Yu.I. Modelirovanie nalinejno-uprugikh kharakteristik kompozitov s konechnymi deformaciyami metodom asimptoticheskogo osredneniya. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Mashinostroenie,* 2015, No. 11 (668), pp. 68-77. doi: 10.18698/0536–1044–2015–11–68–77

19. A.N. Anoshkin, P.V. Pisarev, D.A. Ermakov, et al. Forecasting effective elastic properties of spatially reinforced compo-

site materials applying the local approximation method. *AIP Conference Proceedings*, 2215, 020008; doi.org/10.1063/5.0004078

20. Kuimova E.V., Trufanov N.A. Chislennoe prognozirovanie termovyazkouprugikh kharakteristik odnonapravlennogo voloknistogo kompozita s vyazkouprugimi komponentami. V*estnik Samarskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Estestvennonauchnaya seriya*, 2009, No. 4(70), pp.129-148.

21. Yankovskii A.P. A Heuristic approach to the determination of the effective thermal conductivity coefficients of biperiodic composite media. *Journal of engineering physics and thermophysics,* 2016, No. 89(6). pp. 1574-1581. doi: 10.1007/s10891-016-1528-z

22. Bezmelnicyn A.V., Sapozhnikov S.B. Mnogomasshtabnoe modelirovanie i analiz mexanizma vozniknoveniya tekhnologicheskikh mezhslojnykh napryazhenij v tolstostennykh kolczakh iz stekloplastika. *Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatelskogo politexnicheskogo universiteta. Mekhanika.* [PNRPU Mechanics Bulletin], 2017, No. 2, pp. 5-22. doi: 10.15593/perm.mech/2017.2.01.

23. Chen Z., Yang F., Meguid S.A. Multi-level modeling of woven glass/epoxy composite for multilayer printed circuit board applications. *International Journal of Solids and Structures,* 2014, No.51(21-22), pp. 3679-3688. doi: 10.1016/J.IJSOLSTR.2014.06.030

24. McWilliams B., Dibelka J., Yen C.F. Multi scale modeling and characterization of in elastic deformation mechanisms in continuous fiber and 2D woven fabric reinforced metal matrix composites. *Materials Science & Engineering. Part A*, 2014, No. 618, pp. 142-152. doi:10.1016/J.MSEA.2014.08.063

25. Hallal A., Younes R., Fardoun F. Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites. *Composites. Part B: Engineering.* 2013, No.50, pp. 22-31. doi:10.1016/j.compositesb.2013.01.024

26. Kormanikova E., Kotrasova K. Micro-macro modelling of laminated composite rectangular reservoir. *Composite Structures*. 2022, No.279, 114701. doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114701

27. Sheshenin S.V., Artamonova N.B., Kiselev F.B., Semenov D.M., Volkov L.S., Ming-Hui Fu. Asymptotic Homogenization of Materials with Artificial Periodic Structures. *AIP Conference Proceedings*, 2020, No. 2216(1), pp. 070005-1-070005-8. doi.org/10.1063/5.0003627

28. Heide-Jørgensenab S.,Budzika M.K., Ibsenb C.H. Three-dimensional, multiscale homogenization for hybrid woven composites with fiber-matrix debonding. *Composites Science and Technology*, 2022, No.218, 109204. doi.org/10.1016/j.compscitech.2021.109204

29. Sheshenin S.V., Artamonova N.B., Kiselev F.B., Semenov D.M., Volkov L.S., Fu M-H. Asymptotic homogenization of materials with artificial periodic structures. *AIP Conference Proceedings*, 2020, No. 2216, 070005. doi.org/10.1063/5.0003627

30. Schneider M., Josien M., Otto F. Representative volume elements for matrix-inclusion composites – a computational study on the effects of an improper treatment of particles intersecting the boundary and the benefits of periodizing the ensemble. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* 2022, No. 158, 104652. doi.org/10.1016/j.jmps.2021.104652

31. Song N., Jackson M., Wu S., Souza F. Micromechanical Analysis of Mechanical Response for Unidirectional Fiber-Reinforced Plies. *Proceedings of the: 5th International Congress on 3D materials science. Thematic section" Integrating Materials and Manufacturing Innovation"*,2021, No. 10, pp. 542-550. doi.org/10.1007/s40192-021-00236-1

32. Elmasry A., Azoti W., Elmarakbi M., Elmarakbi A. Interaction modelling of the thermomechanical behaviour of spatially-oriented graphene platelets (GPLs) reinforced polymer matrix. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, No. 232, 111183. doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2021.111183

33.Chen Q., Zhao F., Jia J., Zhu Ch, Bai Sh., Ye Y. Multiscale simulation of elastic response and residual stress for ceramic particle reinforced composites. *Ceramics International* , 2022, No. 48(2), pp. 2431-2440. doi.org/10.1016/j.ceramint.2021.10.024

34. Mekhanika kompozitnykh materialov i elementov konstrukciy: Uchebnoe posobie/ V.M.Pestrenin, I.V. Pestrenina. Perm. un-t.–Perm, 2005, –364p.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта №С-26/1025.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. The work was supported financially by the Government of the Perm Territory within the framework of scientific project No. C-26/1025.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.