Феклистова, Е.В. Численное исследование процессов разрушения деформируемых тел с концентраторами напряжений с учетом статистического распределения прочности структурных элементов / Е.В. Феклистова, А.И. Мугатаров, В.Э. Вильдеман. – DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.07 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 4. – С. 70–83.

Perm Polytech Style: Feklistova E.V., Mugatarov A.I., Wildemann V.E. Simulation of Fracture in Deformable Bodies with Stress Concentrators Taking into Account the Statistical Distribution of Ultimate Strength in Structural Elements. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 4, pp. 70-83. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.07

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 4, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.07
УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ С УЧЕТОМ СТАТИСТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТИ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Е.В. Феклистова, А.И. Мугатаров, В.Э. Вильдеман

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 02 августа 2024 г.
Одобрена: 08 октября 2024 г.
Принята к публикации:
17 октября 2024 г.

Ключевые слова:

разрушение, метод конечных элементов, численное моделирование, концентратор напряжений, распределение прочностных характеристик.

АННОТАЦИЯ

Решение проблемы обеспечения прочности и безопасности ответственных конструкций требует изучения их механического поведения не только в условиях нормальной эксплуатации, но и при реализации процессов разрушения на структурном уровне. Для численного моделирования процессов разрушения применяются различные методы, одним из широко используемых является подход, связанный с редуцированием жесткости конечных элементов при выполнении критерия разрушения. При данном подходе важным является учет неоднородности распределения прочностных характеристик структурных элементов в объеме тела.

В работе проведено численное исследование процессов разрушения тел с концентраторами напряжений при учете стохастичности распределения прочностных характеристик структурных элементов. Приведена постановка краевой задачи деформирования и разрушения и алгоритм ее решения методом конечных элементов. На примере решения типовой задачи изучено влияние геометрии концентратора напряжений и характерного размера зоны повреждения на поведение тела на макроуровне, его несущую способность и кинетику процесса накопления повреждений. Отмечена реализация закритической стадии деформирования на макроуровне при высоком значении разброса прочностных характеристик. Выявлено наличие порогового значения дисперсии распределения пределов прочности структурных элементов, по достижении которого концентратор напряжений перестает влиять на процесс разрушения. Отмечена существенная зависимость результатов численного моделирования от характерного размера зоны разрушения и целесообразность подбора данного параметра путем сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными. Сделан вывод о рациональности учета неоднородности распределения прочностных характеристик структурных элементов при изучении процессов разрушения конструкций.

© **Феклистова Евгения Вячеславовна** – м. н. с. Центра экспериментальной механики, e-mail: cem.feklistova@mail.ru.
Мугатаров Артур Ильдарович – асс. кафедры экспериментальной механики и конструкционного материаловедения, e-mail: cem_mugatarov@mail.ru.
Вильдеман Валерий Эрвинович – д. ф.-м. н., проф., зав. кафедрой экспериментальной механики и конструкционного материаловедения, e-mail: wildemann@pstu.ru.

Eugeniia V. Feklistova – Junior Research Assistant, Centre for Experimental Mechanics, e-mail: cem.feklistova@mail.ru.
Artur I. Mugatarov – Assistant, Department of Experimental Mechanics and Structural Materials, e-mail: cem_mugatarov@mail.ru.
Valeriy E. Wildemann – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Experimental Mechanics and Structural Materials, e-mail: wildemann@pstu.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

SIMULATION OF FRACTURE IN DEFORMABLE BODIES WITH STRESS CONCENTRATORS TAKING INTO ACCOUNT THE STATISTICAL DISTRIBUTION OF ULTIMATE STRENGTH IN STRUCTURAL ELEMENTS

E.V. Feklistova, A.I. Mugatarov, V.E. Wildemann

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 02 August 2024
Approved: 08 October 2024
Accepted for publication:
17 October 2024

Keywords:

fracture, finite element method, numerical modeling, stress concentrator, strength properties distribution.

ABSTRACT

To solve the problem of ensuring the strength and safety of critical structures, it is required to study their mechanical behavior at the structural level not only under normal operating conditions but also under destruction. Various methods are used to simulate destruction processes; one of them implies the reduction of the stiffness of finite elements when fulfilling the destruction criterion. When using this approach, it is important to take the heterogeneous distribution of strength characteristics of structural elements in the body's volume into account. The paper presents a numerical study of the destruction processes of bodies with stress concentrators taking into account the stochasticity of the distribution of strength characteristics of the structural elements. We present the statement of the boundary value problem of deformation and destruction, also its solution algorithm using the finite element method. By solving a typical problem, we study the influence of the stress concentrator geometry and the characteristic size of the damage zone on the behavior of the body at the macrolevel, its bearing capacity and the kinetics of the damage accumulation process. The implementation of the postcritical stage of deformation at the macrolevel with a wide range of strength characteristics is noted. There is a threshold value of the variance of the distribution of the strength limits of structural elements, upon which the stress concentrator ceases to affect the destruction process. A significant dependence of the simulation results on the characteristic size of the destruction zone and the expediency of selecting this parameter by comparing the obtained results with experimental data are noted. When studying structural destructions it is important to take heterogeneity of the distribution of strength characteristics of structural elements into account.

Введение

Для решения проблемы обеспечения прочности конструкций необходимым является изучение поведения твердых тел в условиях реализации неоднородных полей напряжений [1]. Локальная концентрация напряжений в деформируемом теле может быть обусловлена конструктивными особенностями, технологией изготовления, а также различными внешними воздействиями, которые вызывают повреждения конструкции в процессе эксплуатации [2]. Во многих экспериментальных [3–5] и теоретических [5–11] работах изучается влияние концентрации напряжений на несущую способность тел из различных материалов. Тем не менее для повышения надежности и безопасности ответственных конструкций с концентраторами напряжений целесообразным является анализ состояния твердых тел не только в условиях нормальной эксплуатации, но и в условиях протекания процессов разрушения на структурном уровне [12].

Для анализа процессов деформирования и разрушения твердых тел применяются различные вычислительные методы. Наиболее широко используемыми из них являются: метод конечных элементов [13; 14], расширенный метод конечных элементов [15, 16], расширенный метод виртуальных элементов [17], перидинамика [18], метод бессеточных вычислений [19] и др. Кроме того, применяются различные модели механического поведения материалов: модель линейной упругости [20] (в линейно-упругой механике разрушения), континуальные модели поврежденной среды [21], модели когезионных трещин [15], модели мостиковых трещин [22] и др.

При численном моделировании процессов разрушения широко используется подход, в котором реализуется изменение жесткостных свойств конечных элементов (КЭ) при выполнении критерия разрушения [23–25]. Преимуществами данного подхода являются: простота использования, отсутствие необходимости перестройки сетки после каждого акта разрушения, возможность реализации сложных схем редуцирования жесткости для учета различных механизмов повреждения конструкции (например, расслоения [24] или разрыва волокон [23; 25]). Однако данный подход требует учета ряда аспектов.

Во-первых, поскольку снижение жесткости КЭ после реализации критерия разрушения приводит к изменению напряженно-деформированного состояния, процесс разрушения должен осуществляться при постоянных граничных условиях до получения устойчивого состояния. Для этого необходимы дополнительные итерационные процедуры, включенные в программные комплексы численного моделирования процессов разрушения. Для определения окончания итерационных процедур используются различные критерии [23; 26–28]. Во-вторых, количество разрушаемых за итерацию элементов может влиять на результаты моделирования, что было продемонстрировано в работе [28]. В-третьих, на точность результатов влияет размер шага нагруже-

ния. С одной стороны, использование постоянного значения шага нагружения является более простым в реализации и в ряде случаев требует меньших вычислительных затрат. С другой стороны, автоматически подбираемое значение шага нагружения позволяет гораздо точнее описать процесс разрушения [29; 30]. В-четвертых, на результаты численного моделирования процесса разрушения существенное влияние оказывает дискретизация расчетной области, что было показано в работах [15; 31; 32]. Если при численном решении краевых задачах теории упругости увеличение числа степеней свободы приводит к улучшению сходимости, то при моделировании процессов разрушения уменьшение размера КЭ может существенно изменить получаемые результаты. Все вышеперечисленные аспекты были рассмотрены авторами в работе [28]. Было продемонстрировано, что для моделирования процессов деформирования и разрушения упругохрупких тел необходимо использовать итерационную процедуру пересчета напряженно-деформированного состояния при неизменных граничных условиях до достижения устойчивого состояния; редуцировать жесткость только одного (наиболее перегруженного) КЭ на каждой итерации; подбирать величину шага нагружения автоматически; подбирать размер КЭ на основе сравнения результатов эксперимента с численными данными, поскольку такой подход позволяет определить физически обоснованный размер КЭ.

На результаты моделирования процессов разрушения также существенное влияние оказывает неоднородность распределения механических характеристик структурных элементов по объему тела [23; 27; 33–35]. Однако в малом числе работ рассматривались процессы разрушения тел с концентраторами напряжений. В предыдущем исследовании [27] авторами было продемонстрировано, что изменение дисперсии распределения прочностных свойств структурных элементов конструкции с концентратором напряжений существенно влияет на ее поведение на макроуровне, несущую способность и кинетику процесса накопления повреждений.

Данная работа посвящена моделированию процессов деформирования и разрушения тел с концентраторами напряжений при учете статистического распределения прочностных характеристик структурных элементов. В частности, изучено влияние геометрии концентратора напряжений и размера структурного элемента на несущую способность тела и кинетику процесса накопления повреждений при различных дисперсиях распределения прочностных характеристик.

1. Постановка краевой задачи и алгоритм численного решения

Для учета распределения прочностных свойств твердое тело представлено как совокупность N подобластей, материал которых является однородным, изотропным и упругохрупким. Упругие свойства для каждой подобласти принимаются одинаковыми. Неоднородность распределения значений предела прочности по структурным элементам можно представить следующим образом:

$$\chi^{(m)}\left(\overline{r}\right)=\begin{cases}1,\overline{r}\in V_m;\\0,\overline{r}\notin V_m;\end{cases}$$
$$\sigma_B\left(\overline{r}\right)=\sum_{m=1}^{N}\sigma_B^{(m)}\chi^{(m)}\left(\overline{r}\right). \quad (1)$$

Здесь $\overline{r}$ – радиус-вектор; $\chi^{(m)}$ – индикаторная функция, характеризующая расположение точки в подобласти с индексом (m), пределом прочности $\sigma_B^{(m)}$ и объемом V_m; V – весь объем тела; σ_B – кусочно-постоянная функция, задающая распределение значений предела прочности по телу.

Рассматривается процесс разрушения, при котором происходит множественное разрушение подобластей, следовательно, необходимо учитывать историю процесса деформирования. Данный учет можно реализовать путем введения в задачу параметра процесса t как условного аналога времени. Соответственно, любая составляющая тензора напряжений, тензора деформаций или вектора перемещений должна зависеть не только от координат, но и от параметра процесса.

Поскольку каждая подобласть является упругохрупкой, предполагается, что ее разрушение происходит при невыполнении первой гипотезы прочности, т.е. когда максимальное значение первого главного напряжения σ_1 достигает значения предела прочности. Поскольку каждая из подобластей имеет свое значение предела прочности, для сопоставления состояний различных структурных элементов в задачу вводится коэффициент перегрузки K, определяемый как отношение σ_1 к σ_B:

$$K\left(\overline{r},t\right)=\frac{\sigma_1\left(\overline{r},t\right)}{\sigma_B\left(\overline{r}\right)}. \quad (2)$$

Значение K, превышающее единицу, указывает на то, что подобласть должна быть разрушена.

Материал принимается упругохрупким, поэтому определяющие соотношения можно представить с помощью обобщенного закона Гука с учетом параметра целостности, определяющего реализацию критерия разрушения в подобластях:

$$\sigma_{ij}\left(\overline{r},t\right)=\lambda\left(\overline{r},t\right)C_{ijkl}\varepsilon_{kl}\left(\overline{r},t\right);$$
$$\lambda\left(\overline{r},t\right)=\sum_{m=1}^{N}\lambda^{(m)}\left(t\right)\chi^{(m)}\left(\overline{r}\right); \quad (3)$$
$$\lambda^{(m)}\left(t\right)=\begin{cases}0,\exists\tau\le t:\max\limits_{V_m}\left(K\left(\overline{r},\tau\right)\right)\ge 1;\\1,\nexists\tau\le t:\max\limits_{V_m}\left(K\left(\overline{r},\tau\right)\right)\ge 1.\end{cases}$$

Здесь σ_{ij} – тензор напряжений; ε_{ij} – тензор деформаций; u_i – вектор перемещений; C_{ijkl} – тензор упругих констант; $\lambda^{(m)}$ – параметр целостности подобласти (m), принимающий либо нулевое, либо единичное значение; t (или τ) – условный параметр процесса; λ – кусочно-постоянная функция, отражающая распределение параметров целостности по объему тела.

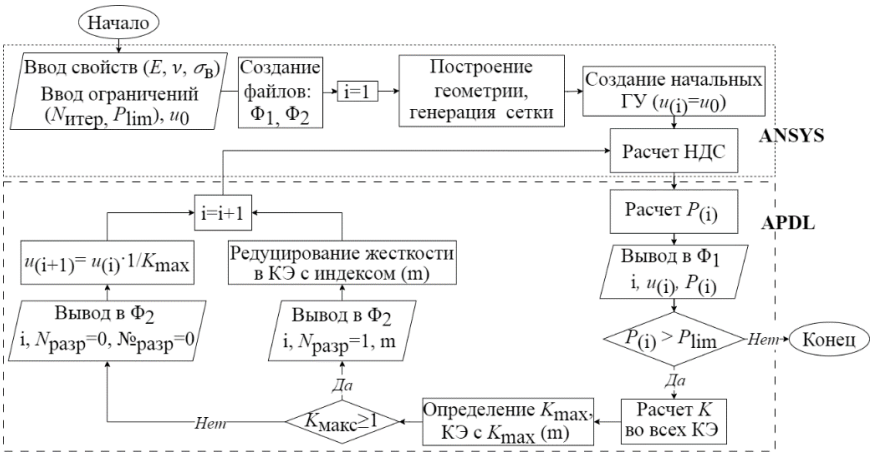


Рис. 1. Блок-схема алгоритма решения краевой задачи

Fig. 1. The flow chart of the boundary value problem solution algorithm

Краевая задача дополняется уравнениями равновесия (массовые силы не учитываются) и геометрическими соотношениями:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j}\left(\bar{r},t\right)=0; \\ \varepsilon_{ij}\left(\bar{r},t\right)=\dfrac{1}{2}\left(u_{i,j}\left(\bar{r},t\right)+u_{j,i}\left(\bar{r},t\right)\right). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь u_i – вектор перемещений. Для завершения постановки краевой задачи вводятся граничные условия в перемещениях и граничные условия в напряжениях:

$$\begin{cases} u_i\left(\bar{r},t\right)\big|_{\Gamma_u}=u_i^0\left(\bar{r},t\right); \\ \sigma_{ij}\left(\bar{r},t\right)n_j\left(\bar{r}\right)\big|_{\Gamma_S}=S_i^0\left(\bar{r},t\right). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь u_i^0 – вектор перемещений, приложенный к границе Γ_u; S_i^0 – вектор напряжений, приложенный к границе Γ_S; n_j – единичный вектор нормали к границе Γ_S. Уравнения (1)–(5) образуют краевую задачу деформирования и разрушения твердого тела.

Краевая задача (1)–(5) решалась численно методом конечных элементов, предполагалось, что каждый элемент представляет собой одну подобласть. Алгоритм решения включает следующие этапы:

1) задание геометрии расчетной области и деление её на конечные элементы, генерация значений пределов прочности конечных элементов, ввод свойств материала;

2) задание граничных условий (уравнение (5), значения u_i^0 и S_i^0 должны быть малыми, чтобы не допустить выполнения критерия разрушения на первом шаге);

3) расчет напряженно-деформированного состояния;

4) расчет величины внешней нагрузки (P). Если ее значение меньше порогового значения (обозначается как P_{lim}), процесс моделирования процесса разрушения заканчивается;

5) расчет поля коэффициента перегрузки (K), определение его максимального значения (обозначается как K_{max}) в конечном элементе с индексом (m);

6) если $K_{max}<1$, то увеличение граничных условий в $1/K_{max}$ раз и переход к шагу 3, иначе редуцируется жесткость конечного элемента с индексом (m) и происходит переход к шагу 3.

Целесообразность предложенного алгоритма доказана в работах [27; 28]. Представленный алгоритм реализован на языке Ansys Parametric Design Language (APDL), блок-схема реализованного алгоритма представлена на рис. 1. Разрушение КЭ осуществлялось с помощью встроенной в ANSYS процедуры *death of finite element*, что приводило к снижению жесткостных свойств КЭ в 10^6 раз. При решении задачи использована опция больших деформаций. В процессе численного решения краевой задачи возможность образования сингулярных точек после редуцирования жесткости конечных элементов не рассматривалась. В результате решения краевой задачи деформирования и разрушения получены диаграммы нагружения и данные о кинетике процесса накопления повреждений.

Для исследования влияния геометрии концентратора напряжений на процесс разрушения тела со статистически распределенными значениями прочностных свойств элементов конструкции рассматривается задача кинематического статического нагружения пластины (шириной 100 мм, высотой 20 мм и толщиной 1 мм, плоское напряженное состояние) с концентратором напряжений в форме полуэллипса (малая полуось 1 мм, большая полуось r мм). Были выбраны следующие значения параметра r: 0, 1; 1,5; 2; 3; 4 и 5 мм. На рис. 2 представлена геометрия тела и граничные условия.

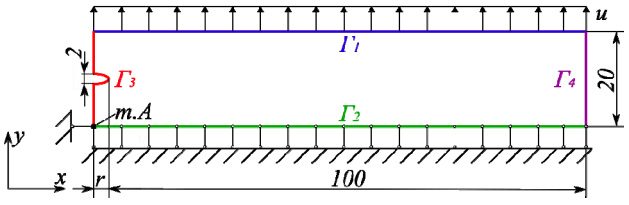


Рис. 2. Геометрия тела с концентратором напряжений и граничные условия

Fig. 2. The geometry of the solid with the stress concentrator and the boundary conditions

Граничные условия:

$$\begin{cases} u_y(t)\big|_{\Gamma_1} = u_0(t); \\ u_y(t)\big|_{\Gamma_2} = 0; \\ u_x(t)\big|_{m.A} = 0; \\ \sigma_{ij}(\bar{r},t)\,n_j(\bar{r})\big|_{\Gamma_3} = 0; \\ \sigma_{ij}(\bar{r},t)\,n_j(\bar{r})\big|_{\Gamma_4} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь Γ_1, Γ_2 – верхняя и нижняя границы тела; Γ_3, Γ_4 – левая и правая границы тела, точка A (т. A) – нижний левый угол тела, u_0 – смещение верхней границы (см. рис. 2).

Рассматривается модельный материал с модулем Юнга E=3 ГПа и коэффициентом Пуассона ν = 0,36 (эти свойства соответствуют свойствам оргстекла [36] и выбраны для возможности проведения дальнейшей верификации полученных результатов). Предполагалось, что один КЭ соответствует одному структурному элементу тела. Значения предела прочности конечных элементов генерировались с использованием равномерного распределения. Во всех генерациях среднее значение (обозначаемое как σ_{Bm}) было равным 40 МПа. Для характеристики дисперсии распределения предела прочности КЭ введен параметр σ, определяемый как отношение среднеквадратического отклонения распределения к σ_{Bm} (т.е. параметр σ является относительной величиной среднеквадратического отклонения). В случае равномерного распределения максимальное значение σ, не приводящее к появлению отрицательных значений, составляет $\sigma_{lim}\approx 0{,}577$. В данной работе значения параметра σ варьировались в диапазоне от 0,0 до $0{,}9\cdot\sigma_{lim}$ (т.е. в диапазоне от 0,0 до 0,520) с шагом $0{,}1\cdot\sigma_{lim}$. Для каждого значения σ было сгенерировано пять различных наборов значений предела прочности КЭ.

При проведении численного моделирования с использованием реализованного в виде программы алгоритма был использован четырехузловой конечный элемент PLANE182. Равномерная сетка генерировалась автоматически. Решение задачи сходимости показало, что достаточно использовать КЭ с характерным линейным размером $L_{эл}\approx 0{,}16$ мм (определяется как квадратный корень из отношения площади тела к числу КЭ), что соответствует числу элементов $N\approx 74000$–77000. Пороговое значение внешней нагрузки P_{lim} выбрано равным 0,1 кН.

Численные эксперименты проводились на высокопроизводительном вычислительном комплексе ЦКП ЦВВС ПНИПУ. Результаты моделирования процесса разрушения представлены ниже.

2. Результаты численного моделирования процессов разрушения

2.1. Влияние концентратора напряжений на процесс разрушения

С использованием вышеизложенного алгоритма для тел с концентраторами напряжений различной геометрии построены расчетные диаграммы нагружения при различных значениях дисперсии распределения пределов прочности структурных элементов (рис. 3).

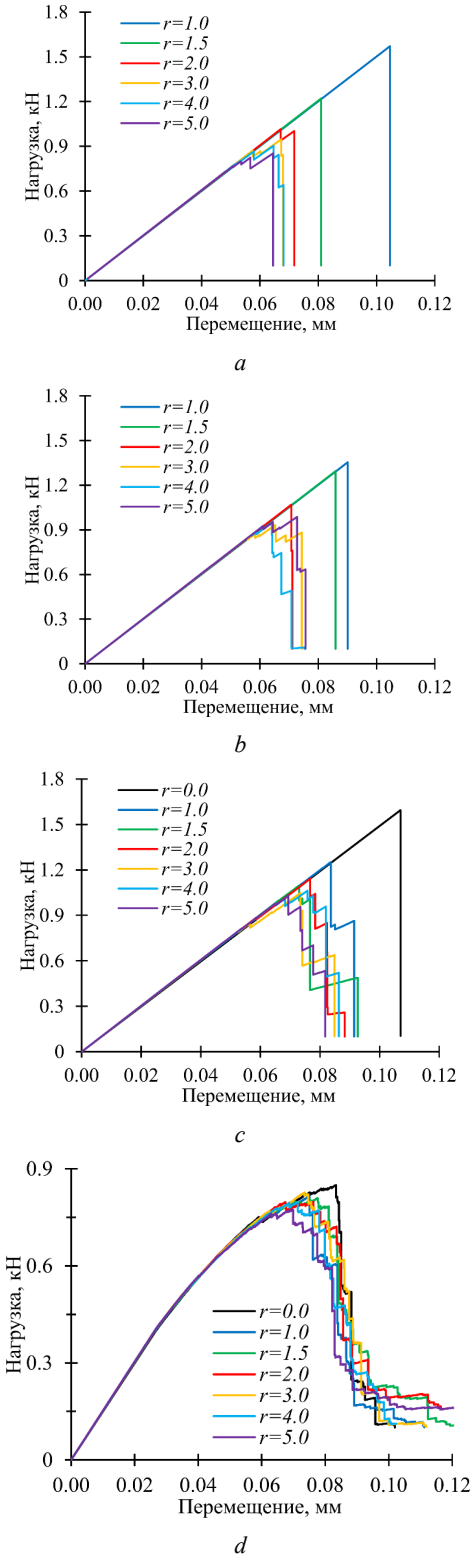


Рис. 3. Расчетные диаграммы нагружения для тел с концентраторами напряжений различной геометрии, значения σ: 0,000 (*a*), 0,173 (*b*), 0,346 (*c*), 0,520 (*d*)

Fig. 3. The calculated loading diagrams for the bodies with various concentrator depth values, σ values are: 0.000 (*a*), 0.173 (*b*), 0.346 (*c*), 0.520 (*d*)

Результаты демонстрируют, что при одинаковой прочности всех конечных элементов (σ=0,0) несущая способность тела снижается с ростом глубины концентратора (т.е. с ростом значения параметра *r*), поскольку происходит увеличение максимального напряжения у вершины концентратора. При этом в случае *r*<2 разрушение первого КЭ приводит к реализации неустойчивого процесса накопления повреждений, в то время как при *r*≥2 после первичного разрушения возникают устойчивые состояния (т.е. существуют состояния, в которых рост макродефекта «останавливается»). Данная особенность объясняется существенной неоднородностью автоматически генерируемой конечно-элементной сетки. При увеличении параметра σ до 0,173 происходит снижение несущей способности тела для *r*≤1, практически не меняется несущая способность при *r*=1,5 мм и незначительно повышается максимальная нагрузка, выдерживаемая телом, при *r*≥2. Кроме этого, при большей глубине концентратора напряжений (*r*>2) наблюдается увеличение числа состояний, где не происходит роста трещины, реализуется закритическая стадия деформирования на макроуровне [27]. При σ=0,346 только при *r*=0 (т.е. при отсутствии концентратора напряжений) разрушение первого КЭ вызывает неустойчивый рост макродефекта, в остальных случаях реализуется ряд устойчивых состояний. Кроме этого, при *r*≥1 несущая способность тела слабо зависит от глубины концентратора напряжений. При значительном разбросе прочностных характеристик КЭ (σ=0,520) диаграммы нагружения являются практически идентичными для всех глубин концентратора напряжений, на макроуровне наблюдается существенно нелинейное поведение с реализацией протяженной закритической стадии деформирования.

Таким образом, можно сделать вывод, что рост среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности структурных элементов в теле приводит к постепенной реализации нелинейного поведения на макроуровне и изменению несущей способности тела.

Поскольку дисперсия статистического распределения прочностных свойств КЭ приводит к изменению несущей способности пластины с концентратором напряжений, подробнее исследована зависимость максимальной нагрузки от значения параметра σ. На рис. 4, *a*, показаны зависимости средней (по результатам 5 расчетов) максимальной нагрузки, выдерживаемой телом, от значения параметра σ для различных геометрий концентратора напряжений. Результаты демонстрируют, что при *r*≤1 увеличение значения σ приводит к снижению несущей способности. При этом, если *r*=0 мм, график линейно убывает в диапазоне 0,00≤σ<0,41. Если значение *r* превышает 2 мм, то наблюдается немонотонная зависимость несущей способности от разброса значений предела прочности: при σ<0,34 график практически монотонно возрастает, а при σ>0,36 – монотонно убывает. Случаи *r*=1,5 и *r*=2 мм являются переходными, максимальное значение нагрузки практически не меняется в диапазонах 0,00≤σ<0,34 и 0,00≤σ<0,18 (в пределах статистического разброса несущей способности тела) соответственно.

Для более детального рассмотрения процесса разрушения вводится параметр ω, определяющий относительное количество элементов с редуцированной жесткостью (деактивированных КЭ), следующим образом:

$$\omega = \frac{N_{deact}}{N}, \qquad (7)$$

где N_{deact} – количество деактивированных КЭ. На рис. 4, *b*, показаны зависимости среднего количества деактивированных элементов при завершении работы алгоритма (т.е. максимального значения ω) от значения параметра σ для различных геометрий концентратора напряжений. Результаты демонстрируют, что геометрия концентратора не влияет на количество деактивированных элементов. Полученные графики монотонно возрастают, при этом в диапазоне 0,00≤σ<0,24 количество деактивированных КЭ остается практически неизменным.

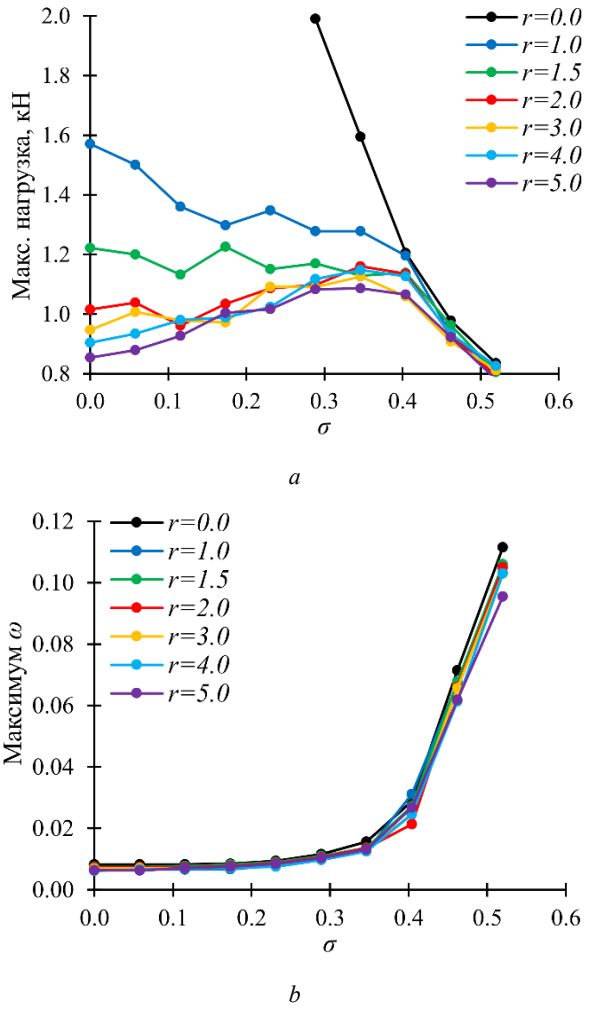


Рис. 4. Зависимости максимального значения нагрузки (*a*) и максимального значения ω (*b*) от σ для концентраторов напряжений различной глубины *r*

Fig. 4. The dependencies of the maximum load value (*a*) and the maximum ω value (*b*) on σ for the stress concentrators of various depth *r*

Таким образом, подтверждается наличие порогового значения параметра σ, при достижении которого концентратор напряжений перестает оказывать влияние на процесс разрушения (соответствующая гипотеза была выдвинута в работе [27]). В случае равномерного распределения это пороговое значение находится в диапазоне $0{,}41<\sigma_{tr}<0{,}46$. Однако изменение геометрии концентратора напряжений не влияет на количество деактивированных КЭ. Представляет интерес рассмотрение кинетики процесса разрушения.

На рис. 5 представлены изображения тел (поля первого главного напряжения) с различными значениями параметра *r* в состояниях, где ω=0,006.

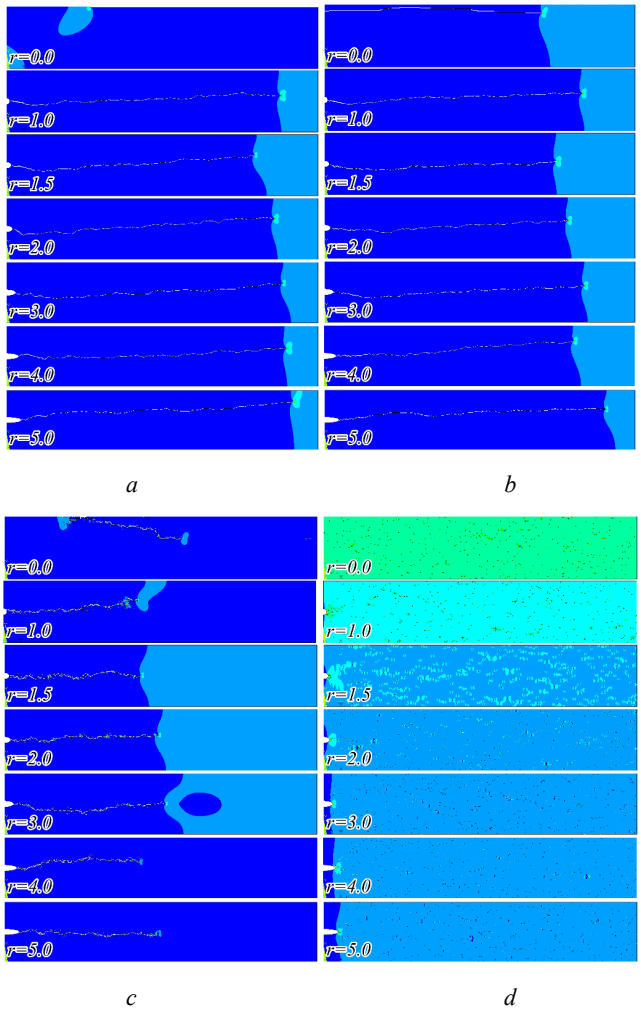


Рис. 5. Изображения тела с различными значениями *r* при ω=0,006: σ=0,000 (*a*); σ=0,173 (*b*); σ=0,346 (*c*); σ=0,520 (*d*)

Fig. 5. Images of the body with various *r* value at ω=0.006: σ=0.000 (*a*); σ=0.173 (*b*); σ=0.346 (*c*); σ=0.520 (*d*)

Результаты демонстрируют, что при малом значении стандартного отклонения распределения пределов прочности КЭ (σ<0,24) макродефект образуется в виде трещины толщиной в 1-2 КЭ от вершины концентратора напряжений (или от КЭ с наибольшим значением коэффициента перегрузки, если *r*=0). Реализуется локализованный тип накопления повреждений, характеризующийся деактивацией последующего КЭ в вершине уже образовавшегося макродефекта. При высокой дисперсии распределения прочности КЭ (σ>0,46) наблюдается дисперсный тип накопления повреждений. В этом случае КЭ деактивируются хаотично во всем объеме тела и концентратор напряжений практически не оказывает влияния на процесс разрушения. При других значениях *σ* наблюдается смешанный тип накопления повреждений, характеризующийся деактивацией КЭ в зоне концентрации напряжений и прорастанием макродефекта через образующуюся ослабленную область. Отмечено, что максимальная несущая способность тела (при $r\geq 2$) достигается именно при реализации смешанного типа накопления повреждений.

Сделан вывод, что несмотря на существенное влияние геометрии концентратора напряжений на несущую способность тела и форму расчетной диаграммы нагружения, значение параметра *r* не влияет на реализуемый тип накопления повреждений при равных значениях среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ.

С целью более подробного изучения кинетики процесса накопления повреждений, была рассмотрена эволюция поврежденных зон в теле. Расчетные диаграммы нагружения и поля первого главного напряжения (для состояний, отмеченных точками на диаграммах нагружения) представлены на рис. 6. Результаты подтверждают, что при σ=0,404 реализуется смешанный тип накопления повреждений независимо от геометрии концентратора напряжений. Однако увеличение значения параметра *r* приводит к более локализованному росту макродефекта с меньшим количеством КЭ, разрушенных дисперсно в объеме тела. При значении параметра σ=0,520 процесс разрушения происходит по дисперсному типу, распространение макродефекта начинается только после формирования достаточно развитой поврежденной структуры. Данная особенность объясняет снижение несущей способности при высоких значениях среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ.

Таким образом, изучено влияние геометрии концентратора напряжений на разрушение тела со статистически распределенными значениями пределов прочности КЭ. Однако поскольку на процесс разрушения оказывает влияние не только геометрия концентратора напряжений, но и характерный размер повреждения, то необходимым является исследование влияния данного параметра на результаты численного моделирования.

2.2. Влияние характерного размера зоны повреждения на процесс разрушения

Многими авторами [28; 37–41] высказывалось предположение, что материалы обладают прочностным свойством, которое представляет собой характерный размер зоны структурного повреждения (т.е. это свойство является прочностной константой материала с размерностью длины).

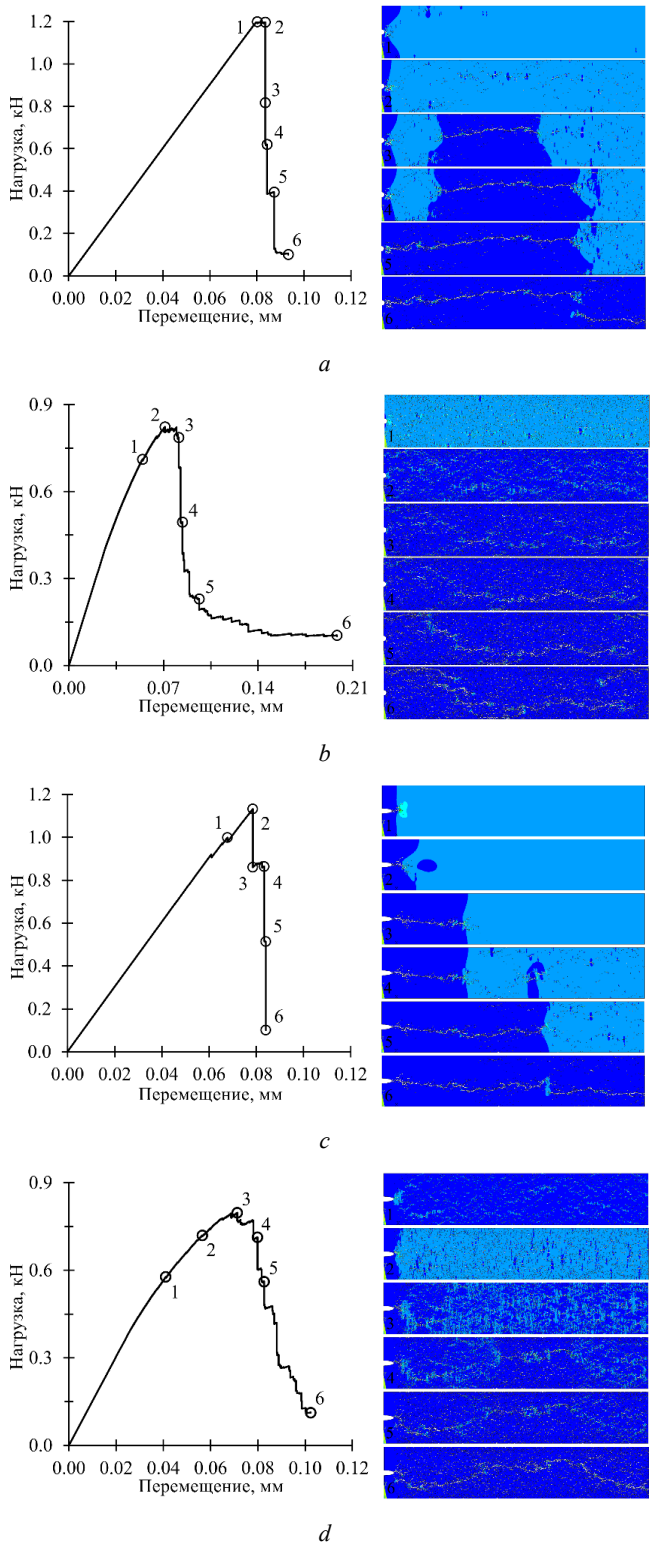


Рис. 6. Расчетная диаграмма нагружения (левая сторона) и эволюция поврежденных зон (правая сторона): σ=0,404, глубина концентратора напряжений r=1 мм (*a*) и 4 мм (*b*); σ=0,520, r=1 мм (*c*) и r=4 мм (*d*)

Fig. 6. The calculated loading diagram (left side) and the evolution of damaged zones (right side): σ=0.404, stress concentrator depth r=1 mm (*a*) and 4 mm (*b*); σ=0.520, r=1 mm (*c*) and r=4 mm (*d*)

Если данная гипотеза верна, то этот характерный размер следует учитывать при численном моделировании процессов разрушения. Преимуществом учета этого свойства является возможность уточнения влияния масштабного фактора. В данной работе влияние характерного размера зоны повреждения исследуется путем численного моделирования процесса разрушения тела с использованием различных размеров КЭ, поскольку деактивация КЭ имитирует единичный акт разрушения.

Характерный размер зоны повреждения (обозначаемый как L) вычисляется как квадратный корень из отношения площади тела к числу КЭ. В данной работе значение параметра L варьировалось в диапазоне 0,12–0,21 мм. Изменение характерного размера зоны повреждения также соответствует имитации влияния масштабного фактора, поскольку уменьшение значения параметра L является аналогом увеличения размеров тела. Численное моделирование проводилось для тел со значениями глубины концентратора напряжений r=1 и r=4 мм и значениями среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ в диапазоне $0 \le \sigma \le 0{,}404$.

На рис. 7 представлены расчетные диаграммы нагружения для тела с глубиной концентратора напряжений r=4 мм для различных значений σ. Результаты демонстрируют, что увеличение характерного размера зоны повреждения приводит к росту несущей способности тела при любых значениях среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ. Данные результаты соответствуют тому, что уменьшение размеров тела повышает его несущую способность, что качественно соответствует влиянию масштабного фактора, наблюдаемому, в частности, при экспериментальном исследовании прочности образцов горных пород [42; 43]. Рост величины параметра L также уменьшает количество устойчивых состояний на макроуровне, за исключением случая σ=0,404, при котором форма диаграммы нагружения слабо зависит от значения характерного размера зоны повреждения. Результаты моделирования процесса разрушения тела с r=1 мм были аналогичными.

Сделан вывод, что изменение характерного размера зоны повреждения влияет на несущую способность тела с концентратором напряжений и его механическое поведение на макроуровне.

Исследовано влияние характерного размера зоны повреждения на несущую способность тела и максимальное значение параметра ω. Результаты представлены на рис. 8. Отмечено, что при значении параметра r, равном 1 мм, рост значения параметра σ приводит к постепенному снижению несущей способности для всех значений L. Причем при L>0,16 и при L<0,15 полученные зависимости практически подобны в диапазоне $0{,}00 \le \sigma < 0{,}12$. При r=4 мм зависимости максимальной нагрузки от среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ монотонно возрастают при L<0,15, однако при L>0,16 они немонотонны, максимальное значение находится в диапазоне $0{,}25 < \sigma < 0{,}41$. Также обнаружено, что изменение значения параметра L качественно не влияет на зависимости максимального

значения ω от значения σ, количественное изменение объясняется увеличением зоны повреждения при равном количестве деактивированных КЭ за счет роста их площади.

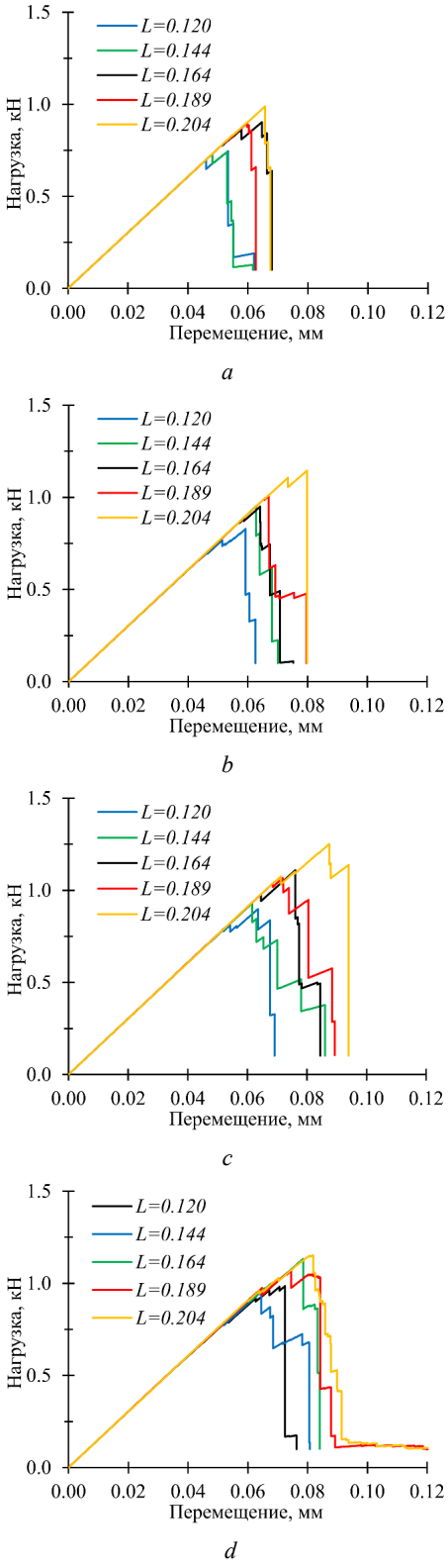


Рис. 7. Расчетные диаграммы нагружения для тел (r=4 мм) с различной L, значения σ составляют: 0,000 (*a*), 0,173 (*b*), 0,289 (*c*), 0,404 (*d*)

Fig. 7. The calculated loading diagrams for the bodies (r=4 mm) with various L, the σ values are: 0.000 (*a*), 0.173 (*b*), 0.289 (*c*), 0.404 (*d*)

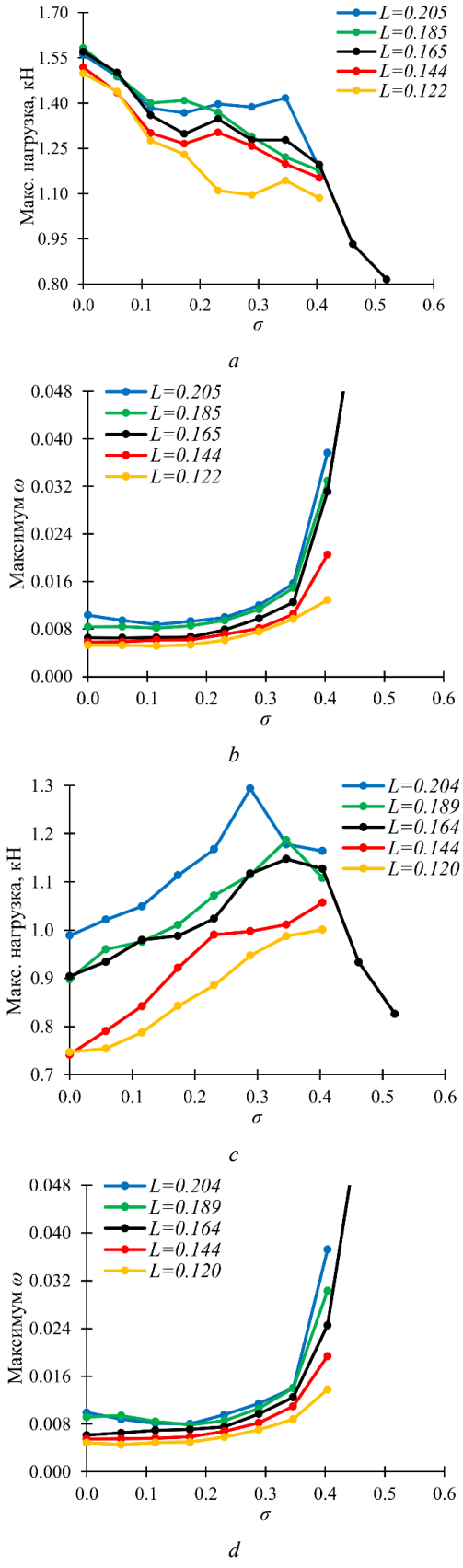


Рис. 8. Зависимости максимального значения нагрузки (*a*, *c*) и максимального значения ω (*b*, *d*) от σ для глубины концентраторов напряжений r=1 мм (*a*, *b*) и r=4 мм (*c*, *d*)

Fig. 8. The dependencies of the maximum load value (*a*, *c*) and the maximum ω value (*b*, *d*) on σ for the stress concentrators depth r=1 mm (*a*, *b*) and r=4 mm (*c*, *d*)

Таким образом, сделан вывод, что уменьшение характерного размера повреждения (соответствует увеличению размеров тела) приводит к снижению несущей способности. При этом, если глубина концентратора напряжений достаточно велика и зависимость максимальной нагрузки от значения параметра σ немонотонна, точка максимума этой зависимости смещается вправо. В связи с этим внесено предположение, что изменение характерного размера зоны повреждения приводит к изменению типа кинетики накопления повреждений.

Для исследования кинетики процесса накопления повреждений были получены изображения тела (поля первого главного напряжения) для тела со значением геометрического параметра r=4 мм (рис. 9).

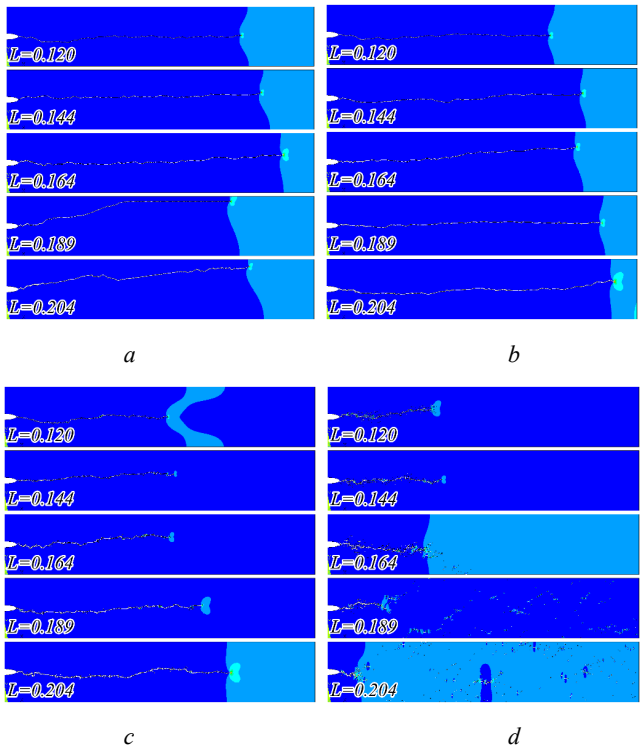


Рис. 9. Изображения тела при различных значениях L: σ=0,000 (*a*), σ=0,173 (*b*), σ=0,289 (*c*), σ=0,404 (*d*), глубина концентратора напряжений 4 мм

Fig. 9. Images of the body with various L value: σ=0.000 (*a*), σ=0.173 (*b*), σ=0.289 (*c*), σ=0.404 (*d*), stress concentrator depth is 4 mm

Поскольку изменение характерного размера зоны повреждения приводит к изменению параметра ω, относительное количество деактивированных КЭ было выбрано равным 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004 для значений параметра L=0,204; 0,189; 0,164; 0,144; 0,120 мм, соответственно. Результаты демонстрируют, что при малом значении стандартного отклонения распределения пределов прочности КЭ (σ<0,24) макродефект формируется в виде трещины толщиной в 1–2 КЭ независимо от значения параметра L; реализуется локализованный тип накопления повреждений. Смешанный тип повреждения реализуется при σ=0,289, если характерный размер зоны повреждения является достаточно большим (L>0,16). При σ=0,404 во всех случаях реализуется смешанный тип накопления повреждений, однако возникновение множества дисперсно деактивированных КЭ отмечается при L>0,18. Аналогичные результаты получены для тела со значением параметра r=1 мм.

Таким образом, характерный размер зоны повреждения влияет на кинетику процесса накопления повреждений, соответственно, внесенное выше предположение верно. Уменьшение значения параметра L приводит к реализации более локализованного накопления повреждений, смешанный тип накопления повреждений реализуется при более высоких значениях параметра σ, что соответствует смещению точки максимума зависимости максимальной нагрузки от σ вправо. Таким образом, подтверждается, что максимум несущей способности тела с концентратором напряжений (при r≥2) достигается при реализации смешанного типа накопления повреждений.

На рис. 10 приведена эволюция поврежденных зон (r=4 мм, σ=0,404) для различных значений характерного размера зоны повреждения.

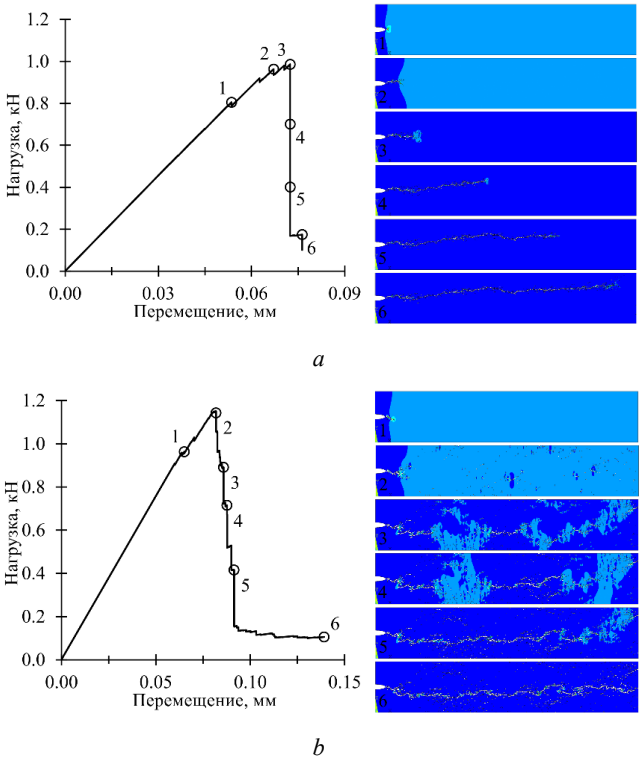


Рис. 10. Расчетная диаграмма нагружения (левая сторона) и эволюция поврежденных зон (правая сторона) для тела с глубиной концентратора напряжений r=4 мм и σ=0,404: L=0,120 (*a*), L=0,204 (*b*)

Fig. 10. The calculated loading diagram (left side) and the evolution of damaged zones (right side) for the body with stress concentrator depth r=4 mm and σ=0.404: L=0.120 (*a*), L=0.204 (*b*)

Результаты подтверждают, что уменьшение значения параметра L (или рост размеров тела) приводит к реализации более локализованного типа накопления повреждений. Деактивация КЭ происходит только в локализованной области у вершины концентратора напря-

жений, если характерный размер зоны повреждения мал, но если тело состоит из множества крупных структурных элементов, могут быть реализованы структурные повреждения во всем объеме тела.

Таким образом, сделан вывод о существенном влиянии характерного размера зоны повреждения на процесс разрушения тела со статистически распределенными значениями пределов прочности КЭ.

Заключение

В данной работе проведено теоретическое исследование процессов разрушения тел при учете статистического распределения значений пределов прочности структурных элементов. Рассмотрена задача растяжения пластин, находящихся в плоском напряженном состоянии, с концентраторами напряжений различной геометрии. Предполагалось, что разрушение структурных элементов происходило при невыполнении первой гипотезы прочности. Основными результатами данного исследования являются следующие:

- подробно рассмотрено влияние геометрии эллиптического концентратора напряжений на процесс разрушения при различных значениях среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ. Выявлено, что рост глубины концентратора напряжений приводит к снижению несущей способности тела, происходит качественное изменение вида зависимости максимальной нагрузки от дисперсии значений пределов прочности с монотонно убывающей на немонотонную. Подтверждена гипотеза о существовании порогового значения среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ, при котором концентратор напряжений не оказывает влияния на процесс разрушения;
- исследована кинетика процесса накопления повреждений. Отмечено, что рост среднеквадратического отклонения распределения пределов прочности КЭ приводит к изменению типа накопления повреждений с локализованного на дисперсный. Установлено отсутствие влияния геометрии концентратора напряжений на кинетику процесса разрушения;
- рассмотрено влияние характерного размера зоны повреждения на процесс разрушения. Продемонстрировано, что уменьшение размера КЭ (или соответствующее увеличение размеров тела) приводит к снижению несущей способности тела и реализации более локализованного типа накопления повреждений.

Результаты данного исследования могут быть полезны для численного моделирования процессов разрушения твердых тел с неоднородной структурной (композитов, горных пород, бетонов и т.д.). Дальнейшие исследования будут направлены на анализ влияния различных режимов нагружения на процесс разрушения тел с концентраторами напряжений. Также планируется разработка расчетно-экспериментальных методов определения характерного размера зоны повреждения.

Библиографический список

1. The effect of stress concentrations on the fracture strength of polymethylmethacrylate / D. Taylor [et al.] // Materials Science and Engineering: A. – 2004. – Vol. 382(1-2). – P. 288–294. DOI: 10.1016/j.msea.2004.05.012

2. Plastic stress concentration effects in fatigue strength / M. Liu [et al.] // International Journal of Fatigue. – 2023. – Vol. 168, no. 107394. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107394

3. Gorunov, A.I. Effect of stress concentrators on fracture resistance of specimens fabricated by direct metal laser sintering / A.I. Gorunov, O.V. Kudimov, A.Kh. Gilmutdinov // Engineering Failure Analysis. – 2022. – Vol. 131, no. 105900. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2021.105900

4. Effect of stress concentrator shape on impact fracture mechanisms of 17Mn1Si steel / S.V. Panin, P.O. Maruschak, I.V. Vlasov, O. Prentkovskis // 15th International scientific conference “Underground Urbanisation as a Prerequisite for Sustainable Developmen: Procedia Engineering. St. Petersbug, 2016. – Vol. 165. – P. 1925–1930. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.097

5. The Analysis of Stress Raisers Affecting the GFRP Strength at Quasi-Static and Cyclic Loads by the Theory of Critical Distances, Digital Image Correlation, and Acoustic Emission / D. Lobanov [et al.] // Polymers. – 2023. – Vol. 15, no. 2087. DOI: 10.3390/polym15092087

6. Kostina, A. A Non-local Damage Model for Brittle Fracture in Metallic Structures with Stress Concentrators / A. Kostina, A. Terekhina, O. Plekhov // 2nd International Conference on Structural Integrity: Procedia Structural Integrity. Funshal, 2017. – Vol. 5. – P. 302–309. DOI: 10.1016/j.prostr.2017.07.175

7. Liu, H. 3D stress concentration around circular hole under remote biaxial loading / H. Liu, L. Deng, W. Wang // International Journal of Mechanical Sciences. – 2024. – Vol. 268. – No. 109032. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2024.109032

8. Experimental and numerical study on the in-plane bending behaviour of FRP-strengthened steel tubular welded T-joints / R. Rashnooie, M. Zeinoddini, E. Ghafoori, M. Sharafi // Thin-Walled Structures. – 2024. – Vol. 201(A), no. 112000. DOI: 10.1016/j.tws.2024.112000

9. Frantziskonis, G. The effects of stress concentrators on strength of materials at nanoscale: A molecular dynamics study / G. Frantziskonis, P. Deymier // Mechanics research communications. – 2006. – Vol. 33(3). – P. 352–358. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2005.06.011

10. Frantziskonis, G. Surface effects at the nanoscale significantly reduce the effects of stress concentrators / G. Frantziskonis, P. Deymier // Probabilistic Engineering Mechanics. – 2006. – Vol. 21(3). – P. 277–286. DOI: 10.1016/j.probengmech.2005.10.004

11. Guo, W. Elastic-plastic solutions for corner and surface cracks emanating from stress concentrators / W. Guo, W. Guo // Engineering Fracture Mechanics. – 2021. – Vol. 246, no. 107624. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2021.107624

12. Sokolkin, Yu. Post-critical deformation and failure of composite materials / Yu. Sokolkin, V. Vil’deman // Mechanics of Composite Materials. – 1993. – Vol. 29. – P. 120–126.

13. Investigation of the Influence of Small Hole on the Fatigue Crack Growth Path / X.-Q. Zhang [et al.] // J. Fail. Anal. Prev. – 2016. – Vol. 16. – P. 391–399. DOI: 10.1007/s11668-016-0098-x

14. Determination of stress intensity factors for finite cracked bimaterial plates in bending / W. Xu [et al.] // Arch. Appl. Mech. – 2017. – Vol. 87. – P. 1151–1163. DOI: 10.1007/s00419-017-1239-8

15. Predicting Damage in Notched Functionally Graded Materials Plates through extended Finite Element Method based on computational simulations / H. Siguerdjidjene [et al.] // Frattura Ed Integrità Strutturale. – 2024. – Vol. 18(70). – P. 1–23. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.01

16. Prince, M.B. A numerical study on predicting bond-slip relationship of reinforced concrete using surface based cohesive behavior / M.B. Prince, D. Sen. // Frattura ed Integrita Strutturale. – 2024. – Vol. 69. – P. 154–180. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.69.12

17. Extended virtual element method for the Laplace problem with singularities and discontinuities / E. Benvenutia [et al.] // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 2021. – Vol. 356. – P. 571–597. DOI: 10.1016/j.cma.2019.07.028

18. A multiscale peridynamic framework for modeling mechanical properties of polymer-based nanocomposites / G. Ongaro [et al.] // Eng. Fract. Mech. – 2022. – Vol. 274, no. 108751. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2022.108751

19. Rabczuk, T. On three-dimensional modeling of crack growth using partition of unity methods / T. Rabczuk, S. Bordas, G. Zi // Comput. Struct. – 2010. – Vol. 88 (23–24). – P. 1391–1411. DOI: 10.1016/j.compstruc.2008.08.010

20. Markides, C. Revisiting classical concepts of Linear Elastic Fracture Mechanics-Part I: The closing ‘mathematical’ crack in an infinite plate and the respective Stress Intensity Factors / C. Markides, S.K. Kourkoulis // Frattura ed Integrita Strutturale. – 2023. – Vol. 17(66). – P. 233–260. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.66.15

21. A computational methodology for simulating quasi-brittle fracture problems / Y. Kumchol, W. Zhenqing, C. Meng-zhou, L. Jingbiao, K. Tae-Jong, S. Namjin, J. Kyongsu, R. Sakaya // Comput Struct. – 2019. – Vol. 215. – P. 65–79. DOI: 10.1016/j.compstruc.2019.02.003

22. Carpinteri, A. The Bridged Crack Model with multiple fibers: Local instabilities, scale effects, plastic shake-down, and hysteresis / A. Carpinteri, F. Accornero // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2019. – Vol. 104, no. 102351. DOI: 10.1016/j.tafmec.2019.102351

23. An innovative micromechanics-based multiscale damage model of 3D woven composites incorporating probabilistic fiber strength distribution / T. Zheng, L. Guo, J. Ding, Z. Li // Compos. Struct. – 2022. – Vol. 287, no. 115345. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.115345

24. Dezfuli, F.H. Sensitivity analysis of carbon fiber reinforced elastomeric isolators based on experimental tests and finite element simulations / F.H. Dezfuli, M.S. Alam // Bull. Earthq. Eng. – 2014. – Vol. 12. – P. 1025–1043. DOI: 10.1007/s10518-013-9556-y

25. Nicoletto, G. Failure mechanisms in twill-weave laminates: FEM predictions vs. experiments / G. Nicoletto, E. Riva // Compos. Part A Appl. Sci. Manuf. – 2004. – Vol. 35, no. 8. – P. 787–795. DOI: 10.1016/j.compositesa.2004.01.007

26. A damage model based on the introduction of a crack direction parameter for FRP composites under quasi-static load / K. Yun, Z. Wang, L. He, J. Liu // Compos. Struct. – 2018. – Vol. 184. – P. 388–399. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.09.099

27. Fracture processes numerical modeling of elastic-brittle bodies with statistically distributed subregions strength values / E. Feklistova, A. Mugatarov, V. Wildemann, A. Agishev // Frat. Integrita Strutt. – 2024. – Vol. 18, no. 68. – P. 325–339. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.68.22

28. Аспекты численного моделирования процессов разрушения упругохрупких тел / В.Э. Вильдеман [и др.] // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16, № 4. – С. 420–429. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.35

29. Ильиных, А.В. Моделирование структуры и процессов разрушения зернистых композитов / А.В. Ильиных, В.Э. Вильдеман // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, № 4. – С. 443–451.

30. Вильдеман, В.Э. Моделирование процессов структурного разрушения и масштабных эффектов разупрочнения на закритической стадии деформирования неоднородных сред / В.Э. Вильдеман, А.В. Ильиных // Физическая мезомеханика. – 2007. – № 4. – С. 23–29.

31. Mesoscale modeling of size effect on the evolution of fracture process zone in concrete / R. Zhou, Y. Lu, L. Wang, H. Chen // Eng. Fract. Mech. – 2021. – Vol. 245, no. 107559. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2021.107559

32. Assessment of mesh dependency in the numerical simulation of compact tension tests for orthotropic materials / B. Lopes, M.R.T. Arruda, L. Almeida-Fernandes, L. Castro, N. Silvestre, J.R. Correia // Compos. Part C Open Access. – 2020. – Vol. 1, no. 100006. DOI: 10.1016/j.jcomc.2020.100006

33. Hai, L. Modeling tensile failure of concrete considering multivariate correlated random fields of material parameters / L. Hai, M.-Z. Lyu // Probabilistic Eng. Mech. – 2023. – Vol. 74, no. 103529. DOI: 10.1016/j.probengmech.2023.103529

34. Chen, X. An extended two-scale random field model for stochastic response analysis and its application to RC Short-leg shear wall structure / X. Chen, J. Li // Probabilistic Eng. Mech. – 2023. – Vol. 74, no. 103508. DOI: 10.1016/j.probengmech.2023.103508

35. Liu, Y.Yi. The modified mesoscopic stochastic fracture model incorporating the random field of Young's modulus for the uniaxial constitutive law of concrete / Y.Yi. Liu, J.B. Chen, J. Li // Probabilistic Eng. Mech. – 2024. – Vol. 75, no. 103585. DOI: 10.1016/j.probengmech.2024.103585

36. Третьякова, Т.В. Экспериментальное исследование предельных напряженно-деформированных состояний квазихрупкого материала с использованием метода корреляции цифровых изображений / Т.В. Третьякова, Е.М. Спаскова // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2013. – № 2. – С. 186–198. DOI: 10.15593/perm.mech/2013.2.186-198

37. Новожилов, В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности / В.В. Новожилов // Прикладная математика и механика. – 1969. – Т. 33. – С. 212–222.

38. Гольдштейн, Р.В. Влияние вида элементов структуры материала на сценарий разрушения при сложном напряженном состоянии / Р.В. Гольдштейн, Н.М. Осипенко // Механика твердого тела. – 2015. – № 2. – С. 44–59.

39. Васильев, В.В. Определение нагрузки, вызывающей появление пластической деформации в растягиваемой пластине с трещиной / В.В. Васильев, С.А. Лурье, В.А. Салов // Известия российской академии наук. механика твердого тела. – 2020. – № 4. – С. 43–49. DOI: 10.31857/S0572329920040133

40. Васильев, В.В. Новое решение задачи о трещине в растягиваемой ортотропной пластине / В.В. Васильев, С.А. Лурье, В.А. Салов // Известия российской академии наук. механика твердого тела. – 2021. – № 6. – С. 23–32. DOI: 10.31857/S0572329921060167

41. Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

42. Влияние масштабного эффекта и неоднородности горных пород при определении их прочностных свойств / Д.В. Зайцев [и др.] // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2016. – № 11. – С. 208–215.

43. Супрун, В.И. Влияние масштабного фактора на прочность горных пород / В.И. Супрун // ГИАБ. Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2023. – № 10. – С. 5–19. DOI: 10.25018/0236_1493_2023_10_0_5

References

1. Taylor D., Merlo M., Pegley R., Cavatorta M.P. The effect of stress concentrations on the fracture strength of polymethylmethacrylate, *Materials Science and Engineering: A*, 2004, Vol. 382(1-2), pp. 288-294. DOI: 10.1016/j.msea.2004.05.012.

2. Liu M., Miranda A.C.O., Antunes M.A., Meggiolaro M.A., de Castro J.T.P., Plastic stress concentration effects in fatigue strength, *International Journal of Fatigue*, 2023, Vol. 168, No. 107394. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107394.

3. Gorunov A.I., Kudimov O.V., Gilmutdinov A.Kh., Effect of stress concentrators on fracture resistance of specimens fabricated by direct metal laser sintering, *Engineering Failure Analysis*, 2022, Vol. 131, No. 105900. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2021.105900.

4. S.V. Panin, P.O. Maruschak, I.V. Vlasov, O. Prentkovskis, Effect of stress concentrator shape on impact fracture mechanisms of 17Mn1Si steel (15th International scientific conference "Underground Urbanisation as a Prerequisite for Sustainable Developmen: Procedia Engineering). St.Petersbug, 2016, Vol. 165, P. 1925-1930. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.03.097.

5. Lobanov D., Yankin A., Mullahmetov M., Chebotareva E., Melnikova V., The Analysis of Stress Raisers Affecting the GFRP Strength at Quasi-Static and Cyclic Loads by the Theory of Critical Distances, Digital Image Correlation, and Acoustic Emission, *Polymers*, 2023, 15, No. 2087. DOI: 10.3390/polym15092087.

6. A. Kostina, A. Terekhina, O. Plekhov, A Non-local Damage Model for Brittle Fracture in Metallic Structures with Stress Concentrators (2nd International Conference on Structural Integrity: Procedia Structural Integrity). Funshal, 2017, Vol. 5, P. 302-309. DOI: 10.1016/j.prostr.2017.07.175. DOI: 10.1016/j.prostr.2017.07.175.

7. Liu H., Deng L., Wang W., 3D stress concentration around circular hole under remote biaxial loading, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2024, Vol. 268, No. 109032. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2024.109032.

8. Rashnooie R., Zeinoddini M., Ghafoori E., Sharafi M., Experimental and numerical study on the in-plane bending behaviour of FRP-strengthened steel tubular welded T-joints, *Thin-Walled Structures*, 2024, Vol. 201(A), No. 112000. DOI: 10.1016/j.tws.2024.112000.

9. Frantziskonis G., Deymier P., The effects of stress concentrators on strength of materials at nanoscale: A molecular dynamics study, *Mechanics research communications*, 2006, Vol. 33(3), pp. 352-358. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2005.06.011

10. Frantziskonis G., Deymier P., Surface effects at the nanoscale significantly reduce the effects of stress concentrators, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2006, Vol. 21(3), pp. 277-286. DOI: 10.1016/j.probengmech.2005.10.004.

11. Guo W., Guo W., Elastic-plastic solutions for corner and surface cracks emanating from stress concentrators, *Engineering Fracture Mechanics*, 2021, Vol. 246, No. 107624. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2021.107624.

12. Sokolkin Yu., Vil'deman V., Post-critical deformation and failure of composite materials, *Mechanics of Composite Materials*, 1993, Vol. 29, pp. 120-126.

13. Zhang X.-Q., Zhang X., Li L., Duan S.-W., Li S.-Z., Huang Z.-L., Zhang Y.-W. and Feng J.-Y.. Investigation of the Influence of Small Hole on the Fatigue Crack Growth Path, *J. Fail. Anal. Prev.,* 2016, V. 16, pp. 391–399. DOI: 10.1007/s11668-016-0098-x.

14. Xu W., Tong Z., Rong D., Leung A.Y.T., Xu X., Zhou Z. Determination of stress intensity factors for finite cracked bimaterial plates in bending, *Arch. Appl. Mech.*, 2017, V.87, pp. 1151–1163. DOI:10.1007/s00419-017-1239-8.

15. Siguerdjidjene H., Houari A., Madani K., Amroune S., Mokhtari M., Mohamad B., Ahmed C., Merah A., Campilho, R. Predicting Damage in Notched Functionally Graded Materials Plates through extended Finite Element Method based on computational simulations. *Frattura Ed Integrità Strutturale*, 2024, 18(70), pp. 1–23. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.01

16. Prince M.B., Sen., D. A numerical study on predicting bond-slip relationship of reinforced concrete using surface based cohesive behavior, *Frattura ed Integrita Strutturale*. 2024, V.69, pp. 154–180. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.69.12.

17. Benvenutia, E., Chiozzia, A., Manzinib, G. and Sukumarc, N. Extended virtual element method for the Laplace problem with singularities and discontinuities, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2021, V.356, pp. 571–597. DOI: 10.1016/j.cma.2019.07.028.

18. Ongaro G., Bertani R., Galvanetto U., Pontefisso A., Zaccariotto, M. A multiscale peridynamic framework for modeling mechanical properties of polymer-based nanocomposites, *Eng. Fract. Mech.* 2022, 274, No. 108751. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2022.108751.

19. Rabczuk, T., Bordas, S., Zi, G. On three-dimensional modeling of crack growth using partition of unity methods, *Comput. Struct.* 2010, 88(23–24), pp. 1391–1411. DOI: 10.1016/j.compstruc.2008.08.010.

20. Markides C., Kourkoulis, S.K. Revisiting classical concepts of Linear Elastic Fracture Mechanics-Part I: The closing 'mathematical' crack in an infinite plate and the respective Stress Intensity Factors, *Frattura ed Integrita Strutturale*, 2023, V.17(66), pp. 233–260. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.66.15.

21. Kumchol Y., Zhenqing W., Mengzhou C., Jingbiao L., Tae-Jong K., Namjin S., Kyongsu J., Sakaya, R. A computational methodology for simulating quasi-brittle fracture problems, *Comput Struct.*, 2019, V. 215, pp. 65-79. doi: 10.1016/j.compstruc.2019.02.003.

22. Carpinteri A., Accornero F. The Bridged Crack Model with multiple fibers: Local instabilities, scale effects, plastic shake-down, and hysteresis. *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 2019, V. 104, no. 102351. DOI: 10.1016/j.tafmec.2019.102351.

23. Zheng T., Guo L., Ding J., Li Z. An innovative micromechanics-based multiscale damage model of 3D woven composites incorporating probabilistic fiber strength distribution. *Compos. Struct.*, 2022, V. 287, no. 115345. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.115345.

24. Dezfuli F.H., Alam, M.S. Sensitivity analysis of carbon fiber reinforced elastomeric isolators based on experimental tests and finite element simulations. *Bull. Earthq. Eng.*, 2014, V. 12, pp. 1025–1043. DOI:10.1007/s10518-013-9556-y.

25. Nicoletto G., Riva E. Failure mechanisms in twill-weave laminates: FEM predictions vs. experiments. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, 2004, V. 35, no. 8, pp. 787-795. DOI: 10.1016/j.compositesa.2004.01.007.

26. Yun K., Wang Z., He L., Liu J. A damage model based on the introduction of a crack direction parameter for FRP composites under quasi-static load. *Compos. Struct.*, 2018, V. 184, pp. 388-399. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.09.099.

27. Feklistova E., Mugatarov A., Wildemann V., Agishev A. Fracture processes numerical modeling of elastic-brittle bodies with statistically distributed subregions strength values. *Frat. Integrita Strutt.*, 2024, V. 18, no. 68, pp. 325–339. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.68.22.

28. Wildemann, V.E., Feklistova, E.V., Mugatarov, A.I., Mullahmetov, M.N. and Kuchukov, A.M. (2023). Aspekty chislennogo modelirovaniya processov razrusheniya uprugo-hrupkikh tel [Aspects of numerical simulation of failure of elastic-brittle solids]. *Comput. Contin. Mech.*, 16(4), pp. 420–429. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.35.

29. Ilinykh, A.V. and Vildeman, V.E. (2012). Modelirovaniye struktury i protsessov razrusheniya granulirovannykh

kompozitov [Modeling of structure and failure processes of granular composites]. *Comput. Contin. Mech.*, 5(4), pp. 443–451. DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.4.52.

30. Wildemann, V.E. and Ilynykh, A.V. (2007). Modelirovaniye strukturnogo razrusheniya i masshtabnykh effektov razuprochneniya na stadii zakriticheskogo deformirovaniya v geterogennykh sredakh [Simulation of structural failure and scale effects of softening at the post-critical deformation stage in heterogeneous media]. *Phys. Mesomech.*, 10(4), pp. 23–29.

31. Zhou R., Lu Y., Wang L., Chen H. Mesoscale modeling of size effect on the evolution of fracture process zone in concrete. *Eng. Fract. Mech.*, 2021, V. 245, no. 107559. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2021.107559.

32. Lopes B., Arruda M.R.T., Almeida-Fernandes L., Castro L., Silvestre N., Correia, J.R. Assessment of mesh dependency in the numerical simulation of compact tension tests for orthotropic materials. *Compos. Part C Open Access*, 2020, V. 1, no. 100006. DOI: 10.1016/j.jcomc.2020.100006.

33. Hai L., Lyu M.-Z. Modeling tensile failure of concrete considering multivariate correlated random fields of material parameters. *Probabilistic Eng. Mech.*, 2023, V. 74, no. 103529. DOI: 10.1016/j.probengmech.2023.103529.

34. Chen X., Li J. An extended two-scale random field model for stochastic response analysis and its aPlication to RC Short-leg shear wall structure. *Probabilistic Eng. Mech.*, 2023, V. 74, no. 103508. DOI: 10.1016/j.probengmech.2023.103508.

35. Liu Y.Yi., Chen J.B., Li J. The modified mesoscopic stochastic fracture model incorporating the random field of Young's modulus for the uniaxial constitutive law of concrete. *Probabilistic Eng. Mech.*, 2024, V. 75, no. 103585. DOI: 10.1016/j.probengmech.2024.103585.

36. Tretyakova, T.V. and Spaskova, E.M. (2013). Eksperimental'noye issledovaniye predel'nykh napryazhenno-deformirovannykh sostoyaniy kvazikhrupkogo materiala s ispol'zovaniyem metoda korrelyatsii tsifrovykh izobrazheniy [Experimental study of the limiting stress-strain states of a quasi-brittle material using the digital image correlation method]. *PNRPU Mech. Bull.*, V. 2, pp. 186–198. DOI: 10.15593/perm.mech/2013.2.186-198.

37. Novozhilov V.V. O neobkhodimosti i dostatochnosti kriteriya khrupkosti prochnosti // Prikladnaya matematika i mekhanika. – 1969. – V.33. – pp. 212–222.

38. Goldstein R. V., Osipenko N. M. Vid elementov struktury materiala dlya razrusheniya v slozhnykh sostoyaniyakh // Mekhanika tverdogo tela. – 2015. – № 2. – pp. 44 – 59.

39. Vasiliev V.V., Lurye S.A., Salov V.A. Opredeleniye nagruzok, vyzyvayushchikh poyavleniye plasticheskoy deformatsii v rastyagivayushcheysya plastine s treshchinoy // Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. mekhanika tverdogo tela. – 2020. – № 4. – pp. 43-49. Doi:10.31857/S0572329920040133

40. Vasiliev V.V., Lurye S.A., Salov V.A. Novoye resheniye zadachi o treshchine v rastyagivayemoy ortotropnoy plastine // Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. mekhanika tverdogo tela. 2021. № 6. pp. 23-32. Doi:10.31857/S0572329921060167

41. Cherepanov G.P. Mekhanika khrupkogo razrusheniya / M.: Nauka, 1974. – 640 pp.

42. D.V. Zaytsev, A.N. Kochanov, Sh.Zh. Toktogulov, I.A. Panteleev, P.E. Panfilov, Vliyaniye masshtabnogo effekta i neodnorodnosti gornykh porod na opredeleniye ikh prochnostnykh svoystv [Influence of scale effect and heterogeneity of rocks to determine their strength properties]. *Mining informational and analytical bulletin*, No. 11, pp. 208-215, 2016.

43. V.I. Suprun, Ya.V. Levchenko, A.S. Kolotovkin, K.S. Voroshilin, Vliyaniye razmera na prochnost' gornykh porod [Size effect on rock strength]. *Mining informational and analytical bulletin*, No. 10, pp. 5-19, 2023.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда No 22-19-00765 (https://rscf.ru/project/22-19-00765/) в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. The work was carried out with support of the Russian Science Foundation (Project No. 22-19-00765, https://rscf.ru/project/22-19-00765/) in Perm National Research Polytechnic University.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.