Юрлова, Н.А. О применении шунтированного пьезоэлемента для обеспечения наилучших диссипативных характеристик вязкоупругих оболочек / Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина. – DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.08 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 4. – С. 84–97.

Perm Polytech Style: Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V. The Use of a Shunted Piezoelectric Element to Ensure the Best Dissipative Characteristics of Viscoelastic Shells. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 4, pp. 84-97. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.08

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 4, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.4.08
УДК 539.3

О ПРИМЕНЕНИИ ШУНТИРОВАННОГО ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАИЛУЧШИХ ДИССИПАТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЯЗКОУПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 20 октября 2023 г.
Одобрена: 04 октября 2024 г.
Принята к публикации:
08 октября 2024 г.

Ключевые слова:

электровязкоупругость, пьезоэлемент, шунтирующие электрические цепи, коэффициент демпфирования колебаний, коэффициент электромеханической связи, собственные частоты и моды колебаний, оболочка, численное моделирование.

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена исследованию характера зависимости динамических характеристик электро-вязкоупругой системы, представляющей собой кусочно-однородное тело, состоящее из упругих, вязкоупругих, электроупругих (пьезоэлектрических) элементов, а также внешних пассивных электрических цепей, присоединенных к электродированным поверхностям пьезоэлементов, от параметров, определяющих ее геометрическую конфигурацию (размеры и расположение вязкоупругого и пьезоэлектрического элементов, формирующих систему, по отношению к конструкции и друг к другу). В таких системах для демпфирования колебаний реализуются два механизма диссипации энергии: за счет внутреннего трения в вязкоупругих частях и за счет преобразования части энергии механических колебаний в электрическую с последующим ее рассеиванием в электрических цепях. В качестве внешних электрических цепей рассмотрены резистивная (*R*) и последовательная резонансная (*RL*) цепи. Исследование проводилось на основе численного решения задачи о собственных колебаниях для тонкостенной пространственной конструкции – полуцилиндрической оболочки. Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации расположения вязкоупругих и пьезоэлектрических элементов. Найдены варианты компоновки конструкции, которые могут обеспечить наилучшие демпфирующие свойства в некотором диапазоне частот за счет реализации либо механизма внутреннего трения, либо преобразования энергии колебаний пьезоэлементом. В результате проведения серии вычислительных экспериментов получены количественные оценки, демонстрирующие, как изменяются демпфирующие свойства системы при использовании отдельно каждого из рассматриваемых механизмов диссипации энергии колебаний, а также совместно. Сделаны количественные оценки изменения диссипативных свойств оболочки, демонстрирующие, в каких случаях оба механизма диссипации энергии приводят к повышению демпфирующих характеристик электровязкоупругих систем, а в каких – к их снижению.

© **Юрлова Наталия Алексеевна** – к. ф.-м. н., доц., с. н. с. Отдела комплексных проблем механики деформируемых твердых тел, e-mail: yurlova@icmm.ru.
Ошмарин Дмитрий Александрович – к. ф.-м. н., м. н. с. Отдела комплексных проблем механики деформируемых твердых тел ИМСС УрО РАН, e-mail: oshmarin@icmm.ru.
Севодина Наталья Витальевна – к. т. н., н. с. Отдела комплексных проблем механики деформируемых твердых тел, e-mail: natsev@icmm.ru.

Nataliia A. Yurlova – PhD in Physics and Mathematics, Ass. Professor, Senior Researcher of the Department of Coupled Problems of Solid Mechanics, e-mail: yurlova@icmm.ru.
Dmitrii A. Oshmarin – PhD in Physics and Mathematics, Junior Research of the Department of Coupled Problems of Solid Mechanics, e-mail: oshmarin@icmm.ru.
Nataliya V. Sevodina – PhD in Technical Sciences, Researcher of the Department of Coupled Problems of Solid Mechanics, e-mail: natsev@icmm.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

THE USE OF A SHUNTED PIEZOELECTRIC ELEMENT TO ENSURE THE BEST DISSIPATIVE CHARACTERISTICS OF VISCOELASTIC SHELLS

N.A. Iurlova, D.A. Oshmarin, N.V. Sevodina

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 20 October 2023
Approved: 04 October 2024
Accepted for publication:
08 October 2024

Keywords:

electroviscoelasticity, piezoelectric element, shunting electrical circuits, vibration damping coefficient, electromechanical coupling coefficient, natural frequencies and modes of vibrations, shell, numerical modeling.

ABSTRACT

The paper studies the dependence of the dynamic characteristics of an electro-viscoelastic system, which is a piecewise homogeneous body consisting of elastic, viscoelastic, electroelastic (piezoelectric) elements, as well as external passive electrical circuits attached to the electroded surfaces of piezoelectric elements, on the parameters determining its geometric configuration (dimensions and location of viscoelastic and piezoelectric elements, forming the system, in relation to structure and each other). In these systems, two methods of energy dissipation are used to reduce vibration: internal friction in viscoelastic materials and the conversion of mechanical vibration energy into electrical energy which is then dissipated in electrical circuits. Resistive *(R)* and resonant *(RL*) circuits are considered as examples of external electrical circuits. The study was conducted based on a numerical solution to the natural vibration problem for a thin-walled, spatial structure having the form of a semi-cylindrical shell. All possible geometrical configurations for the arrangement of viscoelastic and piezoelectric components were considered. There were found designs that could provide optimal damping properties within a specific frequency range, either via internal friction or by converting vibration energy using a piezoelectric component. As a result of a series of computational experiments, we obtained quantitative estimates demonstrating how the damping properties of the system change when each of the considered vibration energy dissipation mechanisms is used separately or jointly. The obtained quantitative estimates of changes in the dissipative properties of the shell show, in which cases both energy dissipation mechanisms lead to an increase in the damping characteristics of electro-viscoelastic systems, and in which cases they lead to a decrease.

Введение

Демпфирование мод колебаний тонкостенных конструкций является важной инженерной задачей, для решения которой используются различные подходы, такие как присоединение механических демпферов, покрытие полностью или частично конструкции слоем вязкоупругого материала (полимеры, резина) и т. д. [1–3].

Среди них применение вязкоупругих материалов в качестве дополнительных элементов конструкций широко распространено в космической, авиационной и автомобильной промышленности, обеспечивая надежное пассивное демпфирование колебаний объекта. Однако эффективность применения такого подхода зависит не только от характеристик используемого вязкоупругого материала, но и от его объема, который ограничен зачастую существующими требованиями к весу и размерам исходной конструкции.

Поэтому дальнейшее повышение диссипативных характеристик тонкостенных систем с вязкоупругим слоем требует новых решений. В качестве таковых зачастую рассматривается добавление к вязкоупругим слоям элементов, обеспечивающих при колебаниях дополнительные деформации конструкции, то есть реализующих другой механизм диссипации энергии колебаний. В качестве таких слоев могут выступать либо слои из обычных материалов, не обладающих вязкоупругими свойствами (сталь, алюминий и т. д.), либо из функциональных материалов (сплавы с памятью формы, пьезоэлектрические, электрострикционные и т. д.), наибольшее распространение среди которых получили пьезоэлектрические материалы.

Введение дополнительных элементов из пьезоматериалов позволяет при присоединении к ним внешних электрических цепей существенно увеличить степень демпфирования колебаний либо на заданной частоте, либо в некотором диапазоне частот при минимальных изменениях ее массовых, габаритных и спектральных свойств.

Применение пьезоэлектрических элементов, шунтированных внешними электрическими цепями, является областью smart-технологий, предназначенных для того, чтобы при эксплуатации объект реагировал на внешнее воздействие различной природы и изменял свое механическое поведение требуемым образом (например, демпфируя колебания, вызванные внешними динамическими нагрузками). Это связано, в частности, со все возрастающим использованием конструкций в областях, где доступ к ним для ремонта или обслуживания затруднен, либо вообще невозможен, а срок их эксплуатации желательно иметь максимально большим.

Выделяют две основные стратегии демпфирования колебаний: активную и пассивную. Обе достаточно активно развиваются и, разумеется, имеют определенные достоинства и недостатки. Активные подходы позволяют осуществлять демпфирование колебаний в широком диапазоне частот, подстраиваясь под нивелирование внешнего негативного динамического воздействия на рассматриваемых объект. Однако они требуют дополнительных устройств, реализующих такое воздействие (ак-

туаторов) со своим источником питания, довольно сложной аппаратной реализацией законов управления, учитывающих гистерезис воздействия и отклика, токи смещения и т. п., что сказывается на их массе и размерах и т. д.

Однако и пассивные подходы и в настоящее время не теряют своей актуальности. Учитывая тенденцию во многих областях к миниатюризации объектов, а также труднодоступности для операторов (например, в космосе).

Таким образом, возможность использования для демпфирования колебаний конструкции различных механизмов диссипации энергии колебаний позволяет повышать из демпфирующие свойства. В случае применения вязкоупругих материалов это механизмы внутреннего трения, а в случае применения шунтированных пьезоэлементов – количество механической энергии, преобразованной в электрическую. С помощью внешних пассивных электрических цепей, присоединенных к электродированным поверхностям пьезоэлемента и настроенных на демпфирование заданной моды колебаний конструкций, обеспечивается рассеивание электрической энергии в виде тепла или электромагнитного излучения и тем самым повышение диссипативных свойств исследуемого объекта.

В этом случае пьезоэлементы выступают в качестве преобразователей механической энергии колебаний в электрическую (за счет прямого пьезоэффекта), либо в качестве актуаторов, на которые подается электрический потенциал, вызывающий при колебаниях деформацию пьезоэлемента (за счет обратного пьезоэффекта).

При использовании вязкоупругих материалов в комбинации с шунтированными пьезоэлементами также возможны два сценария: активный и пассивный.

В литературе данные подходы в зависимости от их реализации получили названия демпфирование с помощью активного ограничительного слоя (ACLD – active constrained layer damping) или демпфирование с помощью пассивного ограничительного слоя (PCLD – passive constrained layer damping) [4; 5]. Большинство современных работ, посвященных применению методик ACDL/PCDL, сводятся к рассмотрению отдельных конфигураций элементов, реализующих различные механизмы диссипации энергии, и к исследованиям, касающимся использования различных типов вязкоупругих и пьезоэлектрических материалов [4–14], вариантов компоновки конструкций (как плоских, так и пространственных) демпфирующими устройствами [2; 3; 7; 15–19], а также к выбору наиболее подходящих законов управления [18; 20–22] при активном способе демпфирования колебаний объекта.

При данном подходе, естественно, встает вопрос, как система с уже имеющимся вязкоупругим слоем (покрытием) отреагирует на присоединение пьезоэлемента, где его разместить на конструкции и по отношению к вязкоупругому слою, какие параметры должны быть у шунтирующей электрической цепи для демпфирования заданных мод колебаний полученной модифицированной электро-вязкоупругой конструкции и т. д.

Несмотря на большое количество статей, посвященных данному вопросу ввиду его многогранности и сложности, остаются моменты, требующие изучения. Таким образом, в условиях существующих конструкционных ограничений исследование возможности использования и пьезоэлектрических, и вязкоупругих материалов для обеспечения надежного и эффективного демпфирования требуемых мод колебаний конструкций является актуальным.

Настоящая работа является фрагментом исследований, проводимым на основе решения задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих конструкций, связанным с оценкой влияния на показатели демпфирования колебаний вязкоупругой конструкции пьезоэлектрических элементов, к электродированным поверхностям которых присоединены внешние электрические цепи произвольной конфигурации [23; 24]. Анализ эффективности работы пьезоэлемента в системе осуществляется на основе величины коэффициента электромеханической связи [25; 26]. При этом анализ динамических характеристик для электровязкоупругих систем с внешними электрическими цепями проводится с применением алгоритмов, разработанных исполнителями проекта и опубликованных в российских и зарубежных изданиях [14; 23].

Мотивацией данной работы послужило то, что методы демпфирования колебаний, базирующиеся на использовании различных механизмов диссипации энергии, были разработаны независимо друг от друга, и редко сравниваются по эффективности между собой, что подтверждается количеством публикаций по данной теме, среди которых можно отметить работы [27; 28].

Таким образом, целью данной работы является демонстрация эффективности использования пьезоэлементов, шунтированных электрическими цепями, на повышение диссипативных характеристик вязкоупругих конструкций для демпфирования первых, наиболее энергоемких, мод колебаний, реализующихся на низких частотах.

Математическая постановка задачи

Математическая постановка задачи о собственных колебаниях электромеханической системы с распределенными параметрами формулируется с помощью подходов механики сплошных сред. Вариационное уравнение движения записывается на основе соотношений линейной теории упругости, вязкоупругости и квазистатических уравнений Максвелла [29–31]. В результате оно будет иметь вид [32]:

$$\int_{V_{pz}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - D_i\delta E_i + \rho_{pz}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV + \int_{V_{str}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} + \rho_{str}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV + \int_{V_{vis}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} + \rho_{vis}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV = \int_{S_\sigma} p_i\delta u_i dS + \int_{S_{el}} q_e\delta\varphi dS. \quad (1)$$

Здесь приняты следующие обозначения: u_i, D_i, E_i, – компоненты векторов перемещений, электрической индукции и напряженности электрического поля; σ_{ij}, ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений Коши и линейных деформаций; ρ_{str}, ρ_{vis}, ρ_{pz} – удельные плотности материалов, составляющих рассматриваемой электромеханической системы: кусочно-однородного исходного упругого тела объемом V_{str}, вязкоупругой части объемом V_{vis} и пьезоэлектрической части объемом V_{pz}; при этом общий объем системы $V = V_{str} + V_{pz} + V_{vis}$; S_σ – часть поверхности всего кусочно-однородного тела объемом V, на которой заданы поверхностные усилия p_i, $S_{pz} = S_{el} + S_0$ – поверхность пьезоэлектрической части тела, где S_{el} – электродированная и S_0 – неэлектродированная её фрагменты, q_e – поверхностная плотность свободных зарядов, φ – электрический потенциал, δ – вариация соответствующей переменной.

Считаем, что все элементы кусочно-однородного тела идеально скреплены между собой.

Для всех составляющих кусочно-однородного тела выполняются соотношения Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right). \tag{2}$$

Электрическое поле является потенциальным:

$$\varphi_{,j} = -E_j. \tag{3}$$

Физические соотношения для пьезоэлектрической части тела имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C^{pz}_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \beta_{ijk}E_k \\ D_k &= \beta_{ijk}\varepsilon_{ij} + э_{ki}E_i \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Здесь C^{pz}_{ijkl} - компоненты тензора упругих констант пьезоэлемента, β_{ijk} и $э_{ki}$ – компоненты тензоров пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов (i, j, k, l = 1, 2, 3).

Для изотропного материала упругой части кусочно-однородного тела выполняются следующие физические соотношения:

$$\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2G\left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\vartheta\delta_{ij}\right), \qquad \sigma = B\vartheta \tag{5}$$

В случае анизотропного материала справедливо:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{6}$$

Здесь $\sigma = \sigma_{jj}/3$ – среднее напряжение, ϑ – объемная деформация, G, B – модули сдвига и объемного сжатия, C_{ijkl} – компоненты тензора упругих констант материала конструкции.

Для описания механического поведения материала вязкоупругой части тела используются соотношения линейной наследственной вязкоупругости:

$$\begin{gathered} s_{ij} = 2\tilde{G}e_{ij}, \quad \sigma = \tilde{B}\vartheta; \\ \tilde{G} = G_{\mathrm{Re}} + iG_{\mathrm{Im}} = G_{\mathrm{Re}}\left(1 + i\frac{G_{\mathrm{Im}}}{G_{\mathrm{Re}}}\right) = G_{\mathrm{Re}}\left(1 + i\eta_g\right); \\ \tilde{B} = B_{\mathrm{Re}} + iB_{\mathrm{Im}} = B_{\mathrm{Re}}\left(1 + i\frac{B_{\mathrm{Im}}}{B_{\mathrm{Re}}}\right) = B_{\mathrm{Re}}\left(1 + i\eta_b\right). \end{gathered} \tag{7}$$

В (7) введены следующие обозначения: $\sigma = \sigma_{jj}/3$ – среднее напряжение, ϑ – объемная деформация, $\tilde{G}, \tilde{B}$ – комплексные динамические модули сдвига и объемного сжатия, в общем случае являющиеся функциями частоты колебаний Ω, η_g, η_b – соответствующие тангенсы углов механических потерь, значения действительных и мнимых частей комплексных модулей $G_{\mathrm{Re}}, B_{\mathrm{Re}}, G_{\mathrm{Im}}, B_{\mathrm{Im}}$ определяются как:

$$\begin{gathered} G_{\mathrm{Re}} = G_0\left(1 - \int_{-\infty}^{t} H(\tau)\cos(\Omega\tau)dt\right), \\ G_{\mathrm{Im}} = G_0\int_{-\infty}^{t} H(\tau)\sin(\Omega\tau)dt, \\ B_{\mathrm{Re}} = B_0\left(1 - \int_{-\infty}^{t} R(\tau)\cos(\Omega\tau)dt\right), \\ B_{\mathrm{Im}} = B_0\int_{-\infty}^{t} R(\tau)\sin(\Omega\tau)dt, \end{gathered} \tag{8}$$

где G_0, B_0 – мгновенные сдвиговые и объемные модули, H, R – ядра релаксации.

Электрические цепи, состоящие из произвольно соединенных элементов сопротивления (R), емкости (C) и индуктивности (L), подключаются к электродированным поверхностям пьезоэлементов.

При отсутствии внешних источников энергии электрические цепи будут являться внутренними элементами системы (конструкции с пьезоэлементом и шунтирующей цепью), и тогда в уравнение (1) должно быть добавлено слагаемое, которое учитывает сумму всех работ электрического поля с разностью потенциалов $\pm\varphi$ по перемещению любого возможного заряда на элементах электрической цепи [32]. Таким образом, вариационное уравнение движения электровязкоупругого тела с электрическими цепями примет следующий вид:

$$\begin{gathered} \int_{V_{pz}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - D_i\delta E_i + \rho_{pz}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV + \\ + \int_{V_{str}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} + \rho_{str}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV + \int_{V_{vis}} \left(\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} + \rho_{vis}\ddot{u}_i\delta u_i\right)dV + \\ + \sum_{p=1}^{n_L}\frac{1}{L_p}\iint\left(\varphi_1^{L_p} - \varphi_2^{L_p}\right)\delta\varphi dtdt + \\ + \sum_{q=1}^{n_R}\frac{1}{R_q}\int\left(\varphi_1^{R_q} - \varphi_2^{R_q}\right)\delta\varphi dt + \sum_{r=1}^{n_C} C_r\left(\varphi_1^{C_r} - \varphi_2^{C_r}\right)\delta\varphi = 0, \end{gathered} \tag{9}$$

где $\varphi_1^{el} - \varphi_2^{el}$ – разность потенциалов на соответствующем элементе внешней цепи $el = L_p, R_q, C_r$, n_L, n_R, n_C – количество индуктивных, резистивных и емкостных элементов соответственно, L_p, R_q, C_r – значение индуктивности, сопротивления или емкости соответствующего элемента цепи [33; 34]. При этом электрическая цепь является внутренним элементом электровязкоупругой системы.

Решение задачи о собственных колебаниях при однородных граничных условиях отыскивается в виде

$$u_i(x,t) = \overline{u}_i(\mathbf{x})e^{-i\omega t}, \qquad \varphi(x,t) = \overline{\varphi}(\mathbf{x})e^{-i\omega t}. \qquad (10)$$

Здесь $\omega = \omega_R + i\omega_I$ – комплексная собственная частота колебаний, где ω_R характеризует собственную частоту, а ω_I – скорость затухания колебаний, $\overline{u}_i(\mathbf{x})$, $\overline{\varphi}_i(\mathbf{x})$ – собственные формы колебаний.

Принимая во внимание вид решения (10), вариационное уравнение (9) для задачи о собственных колебаниях электровязкоупругого тела при наличии электрических цепей примет вид

$$\begin{aligned}&\int_{V_{str}} \left(\overline{\sigma}_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - \rho_{str}\omega^2\overline{u}_i\delta u_i\right)dV + \int_{V_{vis}} \left(\overline{\sigma}_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - \rho_{vis}\omega^2\overline{u}_i\delta u_i\right)dV + \\ &+ \int_{V_{pz}} \left(\overline{\sigma}_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - \overline{D}_i\delta E_i - \rho_{pz}\omega^2\overline{u}_i\delta u_i\right)dV - \\ &-\sum_{p=1}^{n_L}\frac{1}{\omega^2 L_p}\left(\varphi_1^{L_p} - \varphi_2^{L_p}\right)\delta\varphi + \sum_{q=1}^{n_R}\frac{1}{i\omega R_q}\left(\varphi_1^{R_q} - \varphi_2^{R_q}\right)\delta\varphi + \\ &+ \sum_{r=1}^{n_C} C_r\left(\varphi_1^{C_r} - \varphi_2^{C_r}\right)\delta\varphi = 0.\end{aligned} \qquad (11)$$

Пусть собственные колебания вязкоупругого тела происходят с медленно меняющимися амплитудами и начальные возмущения не влияют на поведение системы в дальнейшем, тогда можно определить компоненты комплексных динамических модулей $G_{\mathrm{Re}}, G_{\mathrm{Im}}, B_{\mathrm{Re}}, B_{\mathrm{Im}}$ из соотношений (8) заменой частоты Ω на ω_{Re}. В рамках данной работы принято, что составляющие комплексных динамических модулей вязкоупругого материала тела не зависят от частоты колебаний в пределах некоторого диапазона частот, ограниченного окрестностью рассматриваемой собственной или резонансной частоты.

Численная реализация поставленной задачи осуществляется методом конечных элементов [35]. При выборе алгоритма решения алгебраической проблемы собственных значений необходимо учитывать большую размерность алгебраической задачи, а также возможность решения алгебраической проблемы комплексных собственных значений. Подробно математическая постановка задачи и алгоритм ее численной реализации приведены в работах [31–33; 36].

Объект и ход исследований

Определим влияние параметров вязкоупругого слоя, пьезоэлектрических элементов и внешних электрических цепей на диссипативные свойства конструкции. В качестве объекта исследования рассматривается жестко защемленная по торцам и свободно опертая по образующим тонкостенная полуцилиндрическая оболочка, представленная на рис. 1, *a*.

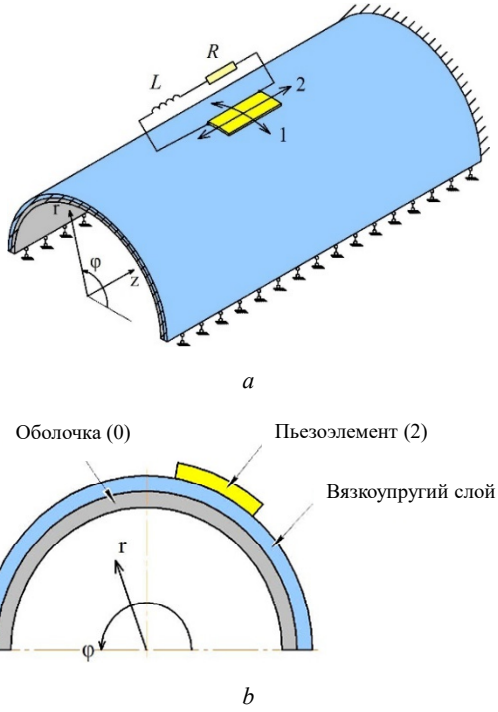


Рис. 1. Расчетная схема оболочки (*a*) и схема расположения слоев (*b*)

Fig. 1. Computational sketch for the shell (*a*) and the layout of the layers (*b*)

Оболочка размерами $l_{str} = 300$ мм, $R_{str} = 76$ мм, $h_{str} = 0.75$ мм выполнена из упругого изотропного материала, модуль Юнга которого $E_{str} = 1{,}96 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu_{str} = 0{,}3$ и плотность $\rho_{str} = 7700$ кг/м^3. Индексом *str* обозначена принадлежность параметра к оболочке.

Вязкоупругий слой покрывает всю внешнюю или внутреннюю поверхность оболочки. Материал вязкоупругого элемента характеризуется мгновенными модулем сдвига $G_0 = 6{,}71 \cdot 10^8$ Па и модулем объемного сжатия $B_0 = 3{,}33 \cdot 10^{10}$ Па, удельной плотностью $\rho_{vis} = 1200$ кг/м^3, тангенсами углов механических потерь $\delta_G = \delta_B = 0{,}2$. Толщина вязкоупругого слоя принята 0,25 мм, что составляет 1/3 от толщины оболочки. Индексом *vis* обозначена принадлежность параметра к вязкоупругому слою оболочки.

Для большинства известных вязкоупругих материалов наблюдается ярко выраженная зависимость их механических свойств от частоты внешнего возбуждения. В рамках данного исследования рассматривается влияние различных механизмов диссипации энергии на примере только одной моды колебаний. Изменение резонансной частоты, соответствующей данной моде ко-

лебаний, при изменении конфигурации системы (добавление вязкоупругих и пьзоэлектрических элементов) не превышает 5 % (относительно частоты конструкции без дополнительных элементов), что позволяет принять допущение о постоянстве механических свойств в пределах данного частотного диапазона.

Пьезоэлемент выполнен из пьезокерамики PZT-4 с физико-механическими характеристиками, приведенными в работе [32], с поляризацией в направлении оси *r*. Верхняя и нижняя поверхности пьезоэлемента электродированы.

Пусть сначала пьезоэлектрический элемент расположен в центре поверхности оболочки, при этом его центр тяжести находится в точке с координатами z_{pz} =150 мм, φ_{pz} = 90° (см. рис. 1, *a*). Исходный размер пьезоэлемента составляет 10 мм по длине и 10° по угловой координате, что соответствует 13,3 мм при развертке его в плоскость. Затем размеры элемента увеличиваются путем растягивания его по углу φ с шагом 10° до полного огибания оболочки (до образования полукольца), после чего – вдоль оболочки по оси *z* с шагом 25 мм.

Принято, что границы вязкоупругого слоя и пьезоэлектрического элемента свободны, то есть заделка по торцам оболочки и свободное опирание ее граней не распространяется на них.

Пьезоэлемент располагается либо на наружной, либо на внутренней поверхности оболочки. Для удобства дальнейшего изложения на рис. 1, *b*, приведено схематичное обозначение каждого из элементов системы. При этом введены следующие обозначения: оболочка – 0, вязкоупругий слой – 1, пьезоэлемент – 2. Таким образом, рассмотрены следующие варианты компоновки электровязкоупругой системы: 012, 210, 102, 201. Учет появления слоев с различными свойствами ведется от внутренней поверхности оболочки.

Решением задачи о собственных колебаниях являются собственные частоты, которые будут вещественными для оболочки без вязкоупругого слоя и комплексными при наличии вязкоупругого слоя и/или пьезоэлемента, шунтированного электрической цепью. Коэффициенты демпфирования колебаний определяются по формуле [37]:

$$\xi_j = \left(\omega_{\text{Im}}\right)_j \Big/ \left(\omega^0\right)_j, \qquad (12)$$

где *j* – номер, $\left(\omega_{\text{Im}}\right)_j$ – мнимая, $\left(\omega^0\right)_j$ – действительная части *j*-й собственной частоты колебаний исходной упругой оболочки без пьезоэлемента и без вязкоупругого слоя.

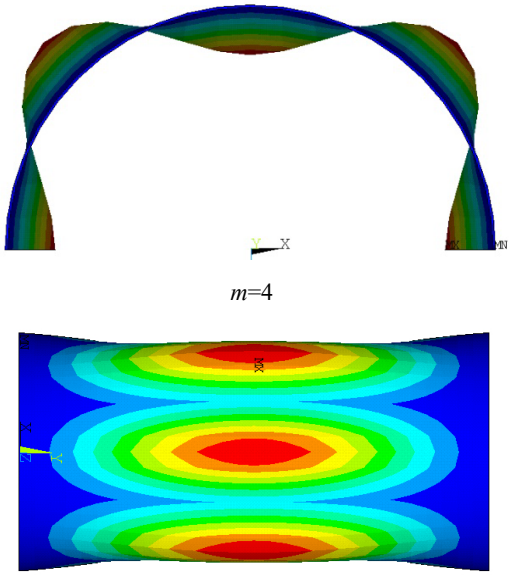
При этом необходимо учитывать, как геометрические параметры (размеры и расположение относительно вязкоупругого слоя на поверхности оболочки) сказываются на проявлении пьезоэлементом способности преобразовывать механическую энергию колебаний в электрическую.

Влияние геометрических параметров компоновки электровязкоупругой системы оценивается по величине параметра, характеризующего долю механической энергии, преобразованной пьезоэлементом, в электрическую. В качестве такого параметра принят обобщенный коэффициент электромеханической связи [25], определяемый по формуле

$$K = \sqrt{\frac{\left(\left|\omega_{o/c}\right|\right)^2 - \left(\left|\omega_{s/c}\right|\right)^2}{\left(\left|\omega_{s/c}\right|\right)^2}}, \qquad (13)$$

где $\omega_{o/c}$, $\omega_{s/c}$ – собственные частоты колебаний конструкции с пьезоэлементом в режиме холостого хода (*open circuit – o/c*) и в режиме короткого замыкания (*short circuit – s/c*). Режим *o/c* реализуется в случае, когда одна из электродированных поверхностей пьезоэлемента заземлена (потенциал на ней равен нулю). При режиме *s/c* на обеих электродированных поверхностях задан нулевой потенциал. Значения собственных частот колебаний $\omega_{o/c}$, $\omega_{s/c}$ определяются решением задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел.

Формы колебаний цилиндрических оболочечных конструкций характеризуются числом длин полуволн, укладывающихся в продольном направлении оболочки (*n*) и числом длин полуволн в окружном направлении (*m*). В настоящей работе исследования проведены для моды колебаний упругой исходной оболочки без дополнительных элементов, реализующейся на собственной частоте $\left(\omega^0\right) = 896{,}84$ и характеризующейся параметрами $m = 4$; $n = 1$ (рис. 2). Данная мода выбрана в силу того, что все эффекты проявляются на ней наиболее наглядно.



m=4

n=1

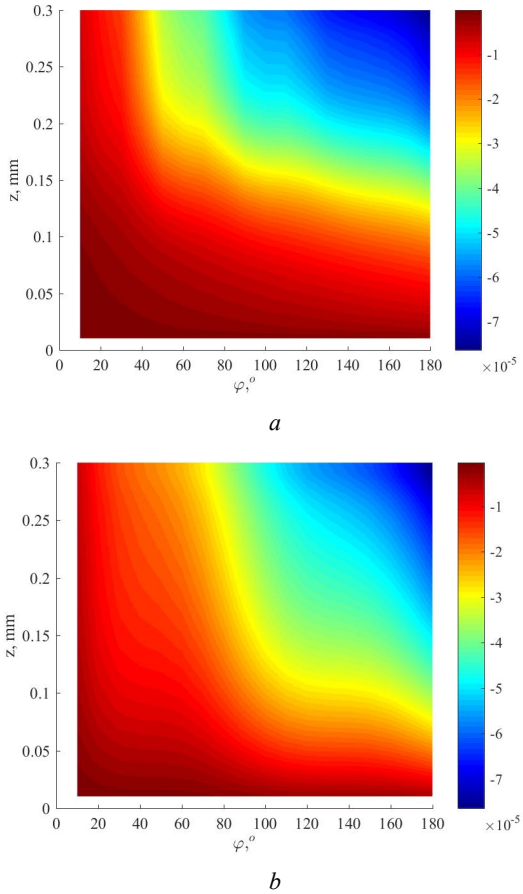
Рис. 2. Форма колебаний упругой оболочки, характеризующая рассматриваемую моду

Fig.2. The shape of the elastic shell vibrations characterizing the mode under consideration

Динамические характеристики электровязкоупругой конструкции

Рассмотрим следующие возможные варианты конфигурации электро-вязкоупругой оболочки, реализующиеся при присоединении пьезоэлемента к оболочке, покрытой вязкоупругим слоем: 012, 102, 201, 210. Проанализируем демпфирующие свойства такой конструкции на основе решения задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих тел.

На рис. 3 приведены картины распределения коэффициента демпфирования колебаний ξ_{mn} для рассматриваемой моды колебаний вязкоупругой оболочки при изменении размеров вязкоупругого слоя при отсутствии пьезоэлемента, а на рис. 4 – при его наличии и реализации режима холостого хода.



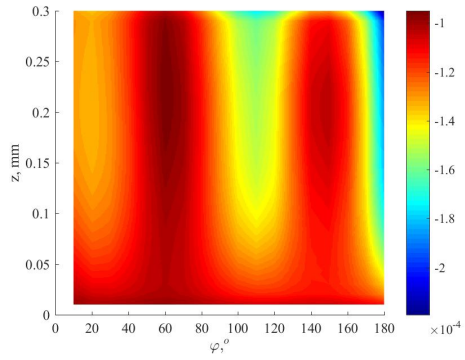
a

b

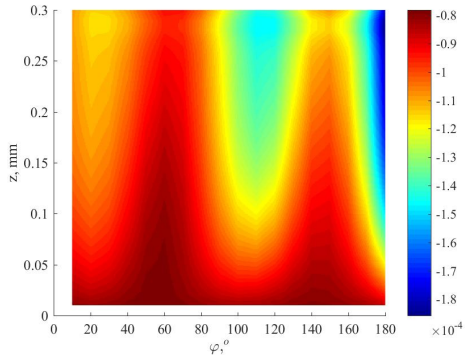
Рис. 3. Распределение коэффициента демпфирования колебаний ξ_{mn} вязкоупругой оболочки вариантов: 01 (*a*) и 10 (*b*) при изменении размеров вязкоупругого слоя

Fig. 3. Distribution of values of the vibration damping coefficient ξ_{mn} of the viscoelastic shell variants: 01 (*a*) and 10 (*b*) when changing the size of the viscoelastic layer

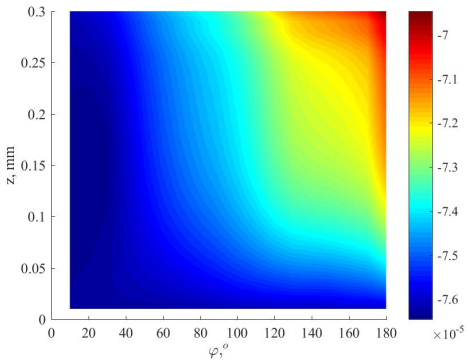
Результаты, приведенные на рис. 3 и 4, демонстрируют, что в данном случае при определенных размерах вязкоупругого слоя и пьезоэлемента, либо при их сочетаниях, степень демпфирования колебаний электровязкоупругой системы может как увеличиться, так и снизиться, по сравнению с использованием только одного из них.



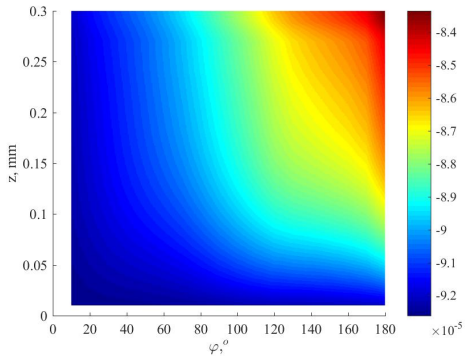
a



b



c



d

Рис. 4. Распределение коэффициента демпфирования колебаний системы ξ_{mn} в режиме холостого хода для конфигураций электровязкоупругой системы: (*a*) 012; (*b*) 210; (*c*) 102; (*d*) 201 при изменении размеров пьезоэлемента

Fig. 4. Distribution of the damping coefficient ξ_{mn} of the system in the open circuit mode for electro-viscoelastic system configurations: (*a*) 012; (*b*) 210; (*c*) 102; (*d*) 201 when changing the size of the piezoelectric element

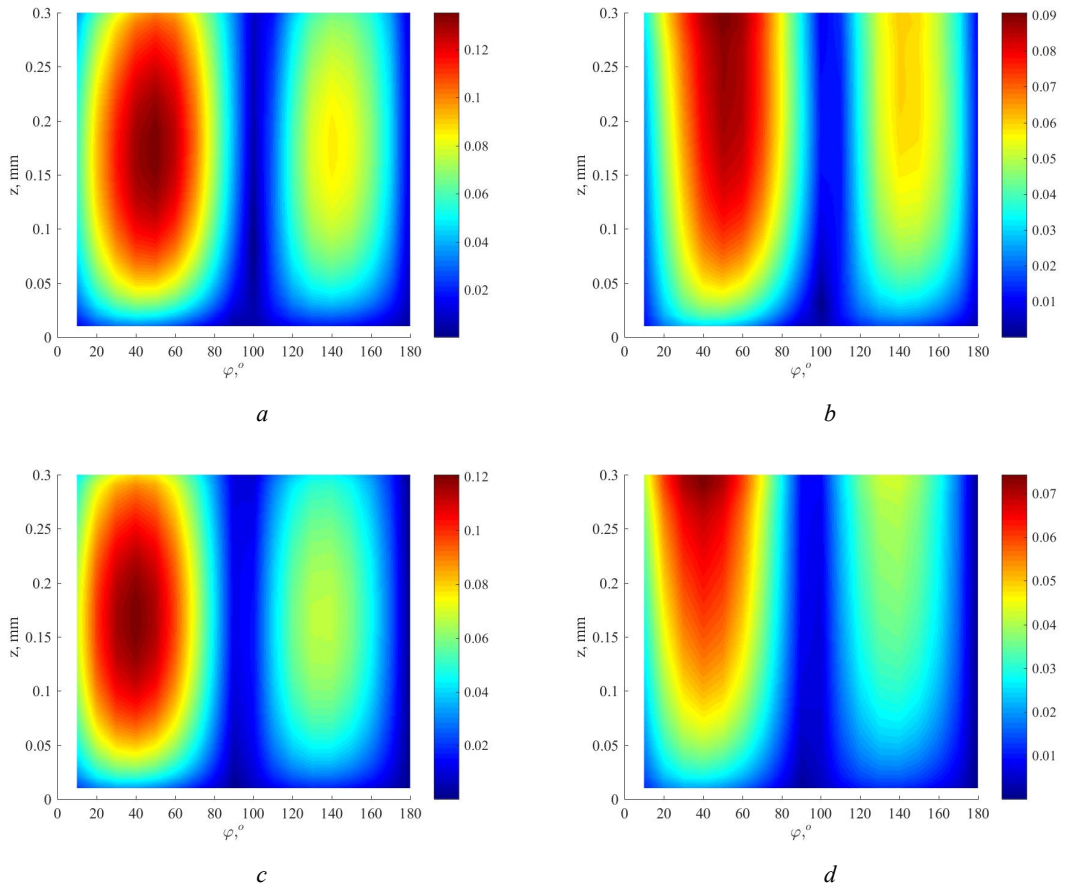


Рис. 5. Распределение коэффициента электромеханической связи *K* электровязкоупругой оболочки при изменении размеров пьезоэлемента: (a) 012; (b) 210; (c) 102; (d) 201

Fig. 5. Distribution of the electromechanical coupling coefficient *K* of the electro-viscoelastic shell when changing the size of the piezoelectric element: (a) 012; (b) 210; (c) 102; (d) 201

Важно отметить, что для конфигураций 102 и 201 значения коэффициентов демпфирования тем выше, чем меньше размеры пьезоэлемента, но при этом их величина оказывается ниже, чем для конфигураций 012 и 210 при тех же самых его размерах.

В целом изменение значений ξ_{mn} при увеличении размеров пьезоэлемента для электроупругой конструкции не превышает 10 %, в то время как при его присоединении к вязкоупругому слою это различие может достигать 200 %.

То есть можно добиться существенного увеличения степени демпфирования колебаний только за счет присоединения пьезоэлемента к вязкоупругому слою, а не к поверхности упругой конструкции, и за счет изменения его размеров.

Рассмотрим, как изменение конфигурации электровязкоупругой системы и размеров пьезоэлемента влияет на количество механической энергии колебаний, преобразованной в электрическую, характеризующееся коэффициентом электромеханической связи *K*. Распределения значений *K* для различных вариантов компоновки системы представлены на рис. 5. Общий анализ полученных изображений показал, что они позволяют определить и размеры пьезоэлемента, целесообразные для его применения.

Таким образом, присоединение пьезоэлемента к вязкоупругой конструкции приводит не только к изменению значений коэффициентов демпфирования и коэффициентов электромеханической связи, но и может приводить как к возрастанию, так и к снижению степени демпфирования колебаний электровязкоупругой системы.

Влияние подключения внешних электрических цепей на диссипативные характеристики электровязкоупругой системы

В работе [25] N.W. Hagood и A. Von Flotow констатировали, что присоединение к пьезоэлементу резистивной (содержащей только элемент сопротивления *R*) электрической цепи равносильно покрытию поверхности оболочки вязкоупругим слоем. То есть это окажет влияние в разной степени на демпфирование всех мод колебаний. В случае же присоединения резонансной *RL*-цепи демпфирование возможно только одной моды колебаний, которая реализуется на той же частоте, что

и собственная частота колебательного контура, формируемого элементами внешней электрической цепи. Значение же собственной частоты такого колебательного контура определяется величинами индуктивности и сопротивления электрической цепи, а также ёмкости самого пьезоэлемента.

Таким образом, для повышения степени демпфирования колебаний рассматриваемой оболочки основной задачей становится поиск параметров элементов электрической цепи. Для резистивной электрической цепи – это сопротивление R, для резонансной электрической цепи – сопротивление R и индуктивность L. Их можно отыскать двумя способами:

1. Определить по формулам, полученным на основе соотношений, приведенных в работе [16]:

$$L_j^{opt} = \frac{1}{C_j\left(\omega_{s/c}^j\right)^2\left(1+K_j{}^2\right)^2};$$
$$R_j^{opt} = \frac{2K_j}{C_j\left(\omega^j{}_{s/c}\right)\sqrt{\left(1+K_j{}^2\right)^3}}; \quad (14)$$
$$C_j = C_0(1-K_j{}^2),$$

здесь C_j – внутренняя емкость пьезоэлемента, соответствующая его емкости при j-м резонансе, C_0 – статическая емкость пьезоэлемента; K_j – коэффициент электромеханической связи; R_j^{opt} и L_j^{opt} – оптимальные сопротивление и индуктивность шунтирующей цепи для демпфирования j-й моды колебаний соответственно; $\omega^j{}_{o/c}, \omega^j{}_{s/c}$ – j-е собственные частоты колебаний конструкции с пьезоэлементом в режиме холостого хода (*open circuit – o/c*) и при коротком замыкании (*short circuit – s/c*).

2. Воспользоваться подходом, представленным в [34] и основанном на решении задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними пассивными электрическими цепями. Суть его заключается в поиске максимального значения мнимой части комплексной собственной частоты колебаний (показателя демпфирования) заданной моды в области изменения параметров R и L шунтирующей пьезоэлемент электрической цепи. Для численной реализации решения задачи о собственных колебаниях используется метод Мюллера [38]. Проанализируем демпфирование рассматриваемой моды колебаний (с параметрами m=4, n=1) оболочки, имеющей в своем составе и вязкоупругий слой, и пьезоэлемент, к электродированным поверхностям которого присоединена резистивная или резонансная электрическая цепь.

При этом внешние ёмкостные элементы в составе шунта не рассматриваются, поскольку пьезоэлемент в режиме колебаний сам по себе является ёмкостным элементом, в результате чего присоединение к нему дополнительной ёмкости не оказывает существенного влияния на диссипативные характеристики системы по сравнению с другими элементами электрической цепи.

Резистивная R-цепь. Сначала рассмотрим электроупругую оболочку, у которой отсутствует вязкоупругий слой. Полученные оптимальные значения сопротивления R электрической цепи, шунтирующей пьезоэлементы различной величины, представлены в табл. 1.

Анализируя результаты, можно сделать вывод, что увеличение размера пьезоэлемента, к электродированным поверхностям которого подключена резистивная электрическая цепь, в 6 раз (от 50×20 мм до 150×40 мм) снижает требуемую величину сопротивления в 5,71 раза и увеличивает коэффициент демпфирования колебаний в 3,45 раза.

Поскольку необходимо определить максимальные возможности данного способа повышения диссипативных свойств оболочки, то в дальнейших расчетах размер пьезоэлемента принят наибольшим из рассмотренных – 150×40 мм.

Таблица 1

Оптимальные значения сопротивления R-цепи при различных размерах пьезоэлемента при отсутствии вязкоупругого слоя

Table 1

Optimal values of the resistance of the R-circuit at different sizes of the piezoelectric element in the absence of a viscoelastic layer

Параметр	Размер пьезоэлемента, мм			
	150×40	150×20	50×40	50×20
R, Ом	940	1810	2770	5360
ξ_{piezo}	$4{,}70\cdot10^{-3}$	$2{,}85\cdot10^{-3}$	$2{,}19\cdot10^{-3}$	$1{,}36\cdot10^{-3}$

Далее покроем внешнюю поверхность электроупругой оболочки вязкоупругим слоем и рассмотрим, как повлияют на величину требуемого сопротивления электрической цепи параметры вязкоупругого слоя. Для этого толщина вязкоупругого слоя (t) увеличивалась в 3 раза (до величины, равной толщине самой оболочки), а значения тангенса потерь вязкоупругого материала (δ) – в 10 раз.

Оценить это влияние позволяют результаты, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Оптимальные значения сопротивления R-цепи при различных размерах материала вязкоупругого слоя

Table 2

Optimal values of the resistance of the R-circuit at different sizes of the viscoelastic layer material

Параметр	$t = t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = 10\delta_0$
R, Ом	865	839	821	865	863	858

Здесь индекс 0 относится к первоначальному значению соответствующего параметра

Видно, что наличие вязкоупругого слоя дополнительно снижает величину требуемого сопротивления внешней электрической цепи (с 940 Ом до 865 Ом). При этом наибольшее снижение до 15 % (821 Ом) наблюдается в случае удвоения его толщины, что составляет 2/3 толщины оболочки. Дальнейшее увеличение толщины вязкоупругого слоя до толщины оболочки возвращает требуемую величину сопротивления практически до значения, соответствующего толщине вязкоупругого слоя равной 1/3 толщины оболочки.

Использование вязкоупругого материала с высоким значением тангенса потерь ($\delta = 10\delta_0$.) снижает требуемое значение сопротивления внешней электрической цепи в пределах 5 %, но если при таких параметрах вязкоупругого материала увеличивать его толщину, то практическое отсутствие изменения требуемого оптимального сопротивления (менее 1 %) может свидетельствовать, что на демпфирование первых, наиболее энергоёмких, мод колебаний оболочки с помощью пьезоэлемента, шунтированного резистивной *R*-цепью, вязкоупругий слой практически не влияет.

Проиллюстрируем данное утверждение численно. В табл. 3 приведены значения коэффициента демпфирования рассматриваемой моды колебаний вязкоупругой оболочки конфигурации 01 в зависимости от толщины вязкоупругого слоя и тангенса потерь вязкоупругого материала.

Таблица 3

Значения коэффициента демпфирования колебаний вязкоупругой конструкции при наличии пьезоэлемента, шунтированного *R*-цепью, и при его отсутствии

Table 3

Values of the vibration damping coefficient of a viscoelastic structure in the presence of a piezoelectric element shunted by an *R*-circuit and in its absence

Параметр	$t = t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = 10\delta_0$
ξ_{vis}	$9{,}26\cdot10^{-5}$	$9{,}26\cdot10^{-4}$	$2{,}50\cdot10^{-4}$	$4{,}85\cdot10^{-4}$	$2{,}50\cdot10^{-3}$	$4{,}85\cdot10^{-3}$
ξ_{pz+vis}	$4{,}78\cdot10^{-3}$	$4{,}80\cdot10^{-3}$	$5{,}00\cdot10^{-3}$	$5{,}92\cdot10^{-3}$	$7{,}77\cdot10^{-3}$	$1{,}07\cdot10^{-2}$

Анализируя результаты, приведенные в табл. 3, можно констатировать, что пьезоэлемент, шунтированный *R*-цепью, даже с малыми первоначальными размерами обеспечивает коэффициент демпфирования колебаний системы на 2 порядка выше, чем вязкоупругий слой, полностью покрывающий оболочку. Сопоставимый уровень степени демпфирования колебаний при использовании одного из элементов с различными механизмами диссипации энергии начинает проявляться только при параметрах вязкоупругого слоя с толщиной, в 2 раза превышающей исходную, и иметь тангенс потерь вязкоупругого материала на порядок выше: $t_{vis} = t = 2t_0 = 0{,}5$, $\delta = 10\delta_0 = 2$.

Подобное соотношение эффективности применения двух различных механизмов диссипации энергии может свидетельствовать о том, что в случае наличия и вязкоупругого слоя, и шунтированного резистивной цепью пьезоэлектрического элемента суммарное демпфирование первых мод колебаний электровязкоупругой оболочки будет определяться значениями демпфирующих свойств, реализующихся за счет преобразования пьезоэлементом механической энергии колебаний в электрическую с последующим ее рассеиванием во внешней электрической цепи в виде тепла и электромагнитного излучения.

Резонансная RL-цепь. Аналогичная серия расчетов проведена для последовательной резонансной *RL*-цепи. Найденные оптимальные параметры сопротивления (*R*) и индуктивности (*L*) электрической цепи для различных размеров пьезоэлемента приведены в табл. 4.

Таблица 4

Оптимальные значения сопротивления и индуктивности последовательной *RL*-цепи при отсутствии вязкоупругого слоя

Table 4

Optimal values of resistance and inductance of a sequential *RL*-circuit in the absence of a viscoelastic layer

Параметр	Размер пьезоэлемента, мм			
	150×40	150×20	50×40	50×20
R, Ом	250	385	515	788
L, Гн	0,160	0,319	0,487	0,947
ξ_{pz}	$6{,}81\cdot10^{-2}$	$5{,}31\cdot10^{-2}$	$4{,}67\cdot10^{-2}$	$3{,}68\cdot10^{-2}$

Видно, что увеличение размеров пьезоэлемента снижает требуемые величины сопротивления в 3,15 раза и индуктивности в 5,9 раза. Также в табл. 4 представлены оценки максимально возможных значений коэффициентов демпфирования ξ_{pz} для оболочки только с пьезоэлементом и *RL*-цепью при отсутствии вязкоупругого слоя.

Данные, приведенные в табл. 4, демонстрируют, что при увеличении площади пьезоэлемента в 6 раз коэффициент демпфирования колебаний увеличивается в 1,85 раза.

Далее в расчетах аналогично размеры пьезоэлемента приняты 150×40 мм, так как такие размеры обеспечивают наибольшие значения коэффициента демпфирования рассматриваемой моды колебаний.

В табл. 5 приведены значения оптимальных параметров резонансной последовательной *RL*-цепи, а также соответствующие значения коэффициентов демпфирования, найденных для оболочки при наличии:

– только пьезоэлемента, шунтированного резонансной цепью (ξ_{pz});

– только вязкоупругого слоя (ξ_{vis});

– и пьезоэлемента, шунтированного электрической цепью, и вязкоупругого слоя (ξ_{pz+vis}).

При этом изменяются толщина вязкоупругого слоя в 3 раза и в 10 раз тангенс потерь вязкоупругого материала.

Результаты, приведенные в табл. 3 и 5, демонстрируют, что при использовании шунтирующей последовательной *RL*-цепи различие в эффективности рассматриваемых механизмов диссипации энергии колебаний оказывается еще более существенным.

Таблица 5

Коэффициенты демпфирования колебаний, обусловленные действием механизмов диссипации энергии колебаний отдельно и совместно при различных параметрах вязкоупругого слоя и при наличии *RL*-цепи

Table 5

Vibration damping coefficients caused by the action of mechanisms of dissipation of vibration energy separately and jointly at different parameters of the viscoelastic layer and in the presence of an *RL*-circuit

Параметр	$t = t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = \delta_0$	$t = t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 2t_0$, $\delta = 10\delta_0$	$t = 3t_0$, $\delta = 10\delta_0$
R, Ом	239	228	218	240	234	225
L, Гн	0,151	0,146	0,142	0,151	0,146	0,143
ξ_{pz}	$6{,}60\cdot10^{-2}$	$6{,}60\cdot10^{-2}$	$6{,}60\cdot10^{-2}$	$6{,}60\cdot10^{-2}$	$6{,}60\cdot10^{-2}$	$6{,}60\cdot10^{-2}$
ξ_{vis}	$9{,}26\cdot10^{-5}$	$2{,}50\cdot10^{-4}$	$4{,}85\cdot10^{-4}$	$9{,}26\cdot10^{-4}$	$2{,}50\cdot10^{-3}$	$4{,}85\cdot10^{-3}$
ξ_{pz+vis}	$6{,}57\cdot10^{-2}$	$6{,}51\cdot10^{-2}$	$6{,}46\cdot10^{-2}$	$6{,}65\cdot10^{-2}$	$6{,}77\cdot10^{-2}$	$6{,}86\cdot10^{-2}$

Максимально возможное повышение диссипативных свойств системы при добавлении вязкоупругого элемента к электромеханической системе с шунтированным *RL*-цепью пьезоэлементом составляет всего 4 % при значениях параметров вязкоупругого слоя, в 3 раза больших по толщине, чем принятое изначально, и при использовании материала с тангенсом потерь с характеристиками $\delta_G = \delta_B = 2$ – на порядок выше, чем у рассматриваемого материала.

При этом при использовании материала вязкоупругого слоя с тангенсом потерь $\delta < 10\delta_0$ при шунтировании пьезоэлемента *RL*-цепью в ряде случаев ситуацию можно даже ухудшить, поскольку наблюдается незначительное (около 1–2 %) снижение коэффициентов демпфирования колебаний.

Заключение

В рамках данной работы рассмотрена проблема повышения диссипативных свойств оболочечной конструкции, покрытой вязкоупругим слоем, за счет дополнения ее пьезоэлементом, шунтированным электрической цепью. При этом если слой из вязкоупругого материала обеспечивает демпфирование колебаний за счет механизма внутреннего трения, то пьезоэлемент преобразует механическую энергию колебаний в электрическую, которая затем рассеивается в виде тепла и электромагнитного излучения во внешних электрических цепях произвольной конфигурации, подключаемых к его электродированным поверхностям. Таким образом, при формировании электровязкоупругой конструкции на демпфирующие характеристики такой конструкции влияют различные механизмы диссипации энергии колебаний.

В ходе исследования рассмотрены все возможные варианты размещения пьезоэлемента на конструкции относительно вязкоупругого слоя, а также два типа электрических цепей: резистивная (*R*-цепь) и последовательная резонансная (*RL*-цепь).

Продемонстрировано, как при модификации исходной конструкции изменяются собственные частоты и коэффициенты демпфирования первых мод колебаний, коэффициенты электромеханической связи пьезоэлемента в зависимости от его размера и параметры внешних электрических цепей в зависимости от характеристик вязкоупругого слоя.

Численно проиллюстрировано, что на демпфирование первых мод колебаний тонкостенной оболочки наибольшее влияние оказывает пьезоэлемент, шунтированный электрической цепью. Показано, что вклад каждого их них не является простым суммированием, а зависит от ряда различных факторов, а также в каких случаях использование обоих механизмов диссипации энергии приводит к существенному повышению диссипативных характеристик электровязкоупругой системы, а в каких усложнять конструкцию введением в нее дополнительных элементов с этой целью нецелесообразно.

Библиографический список

1. Kumar, A. Passive Constrained Layer Damping: A State of the Art Review / A. Kumar, R.K. Behera // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2019. – Vol. 653. – art. No. 012036. DOI: 10.1088/1757-899X/653/1/012036

2. Nashif, A.D. Vibration Damping / A.D. Nashif, D.I.G. Jones, J.P. Henderson. – Wiley, 1985. – 453 p.

3. Sun, C.T. Vibration Damping of Structural Elements / C.T. Sun, Y.P. Lu. – Prentice-Hall, 1995. – 372p.

4. Stanway, R. Active constrained-layer damping: A state-of-the-art review Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I / R. Stanway, J.A. Rongong, N.D. Sims // Journal of Systems and Control Engineering. – 2003. – Vol. 217, no 6. – P. 437–456. DOI: 10.1177/095965180321700601

5. Trindade, M.A. Hybrid Active-Passive Damping Treatments using Viscoelastic and Piezoelectric Materials: Review and Assessment / M.A. Trindade, A. Benjeddou // Journal of Vibration and Control. – 2002. – Vol. 8, no. 6. – P. 699–745. DOI: 10.1177/1077546029186

6. Sahoo, S.R. Active damping of geometrically nonlinear vibrations of smart composite plates using elliptical SCLD treatment with fractional derivative viscoelastic layer / S.R. Sahoo, M.C. Ray // European Journal of Mechanics – A/Solids. – 2019. – Vol. 78. – art. No. 103823. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2019.103823

7. Sahoo, S.R. Active control of laminated composite plates using elliptical smart constrained layer damping treatment / S.R. Sahoo, M.C. Ray // Composite Structures. – 2019. – Vol. 211. – P. 376–389. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.12.004

8. Ватульян, А.О. К исследованию колебаний цилиндра с вязкоупругим покрытием / А.О. Ватульян, В.В. Дударев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2021. – Т. 14, № 3. – P. 312–321. DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.3.26

9. Park, C.H. Modeling of a Hybrid Passive Damping System / C.H. Park, S.J. Ahn, H.C. Park // Journal of Mechanical Science and Technology, 2005. – Vol. 19, no. 1. – P. 127–135. DOI: 10.1007/BF02916111

10. Trindade, M.A. Optimization of passive constrained layer damping treatments applied to composite beams / M.A. Trindade // Latin American Journal of Solids and Structures, 2007. – Vol. 4, no. 1. – P. 19–38.

11. Vibration Control of Beams with Active Constrained Layer Damping / F.-M. Li, K. Kishimoto, Y.-S. Wang, Z.-B. Chen, W.-H. Huang // Smart Materials and Structures, 2008. – Vol. 17, no. 6, art. No. 065036. DOI: 10.1088/0964-1726/17/6/065036

12. Trindade, M.A. Optimization of Active-Passive Damping Treatments using Piezoelectric and viscoelastic Materials / M.A. Trindade // Smart Materials and Structures. – 2007. – Vol. 16. – P. 2159–2168. DOI: 10.1088/0964-1726/16/6/018

13. Vibration Control of Plate by Active and Passive Constrained Layer Damping / S. Meena, N. Kumar, S.P. Singh, B.C. Nakra // Advances in vibration engineering. – 2009. – Vol. 8(4). – P. 345–356.

14. Gupta, A. An actively constrained viscoelastic layer with the inclusion of dispersed graphite particles for control of plate vibration / A. Gupta, S. Panda, R.S. Reddy // Journal of Vibration and Control. – 2020. – Vol. 27, no. 17–18. – P. 2152–2163. DOI: 10.1177/1077546320956533

15. Mead, D.J. The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions / D.J. Mead, S. Markus // Journal of Sound and Vibration. – 1969. – Vol. 10, no. 2. – P. 163–175. DOI: 10.1016/0022-460X(69)90193-X

16. Design of an Active Damping System for Vibration Control of Wind Turbine Towers / H. Bai, Y. Aoues, J.-M. Cherfils, D. Lemosse // *Infrastructures.* – 2021. – Vol. 6, no. 11. – art. No. 162. DOI: 10.3390/infrastructures6110162

17. Vinyas, M. Influence of active constrained layer damping on the coupled vibration response of functionally graded magneto-electro-elastic plates with skewed edges / M. Vinyas, D. Harursampath, T. Nguyen-Thoi // Defence Technology. – 2020. – Vol. 16, no. 5. – P. 1019–1038. DOI: 10.1016/j.dt.2019.11.016

18. Active Vibration Control of Composite Cantilever Beams / Z. Huang, F. Huang, X. Wang, F. Chu // Materials (Basel). – 2022. – Vol. 16, no. 1. – art. No. 95. DOI: 10.3390/ma16010095

19. Modeling and topology optimization of cylindrical shells with partial CLD treatment / R.Z. Zhu, X.N. Zhang, S.G. Zhang, Q.Y. Dai, Z.Y. Qin, F.L. Chu // International Journal of Mechanical Sciences. – 2022. – Vol. 220. – art. No. 107145. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107145

20. Vibration Control of an Aero Pipeline System with Active Constraint Layer Damping Treatment / J. Zhai, J. Li, D. Wei, P. Gao, Y. Yan, Q. Han // *Applied Sciences*. – 2019. – Vol. 9, no. 10. – art. No. 2094. DOI: 10.3390/app9102094

21. Yang, Q. Development of Multi-Staged Adaptive Filtering Algorithm for Periodic Structure-Based Active Vibration Control System / Q. Yang, K. Lee, B. Kim // Appl. Sci. – 2019. – Vol. 9. – art. No. 611. DOI: 10.3390/app9030611

22. Panda, S. A design of active constrained layer damping treatment for vibration control of circular cylindrical shell structure / S. Panda, A. Kumar // Journal of Vibration and Control. – 2016. – Vol. 24, no. 24. – P. 5811–5841. DOI: 10.1177/1077546316670071

23. Algorithm for solving problems related to the natural vibrations of electro-viscoelastic structures with shunt circuits using ANSYS data / N.A. Iurlova, D.A. Oshmarin, N.V. Sevodina, M.A. Iurlov // International Journal of Smart and Nano Materials. – 2019. – Vol. 10, no. 2. – P. 156–176. DOI: 10.1080/19475411.2018.1542356

24. Численный алгоритм поиска компоновок электроупругих тел с внешними электрическими цепями для получения наилучших демпфирующих характеристик / Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина, М.А. Юрлов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 3. – С. 108–124. DOI: perm.mech/2020.3.11

25. Hagood, N.W. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks / N.W. Hagood, A. Von Flotow // Journal of Sound and Vibration. – 1991. – Vol. 146, no. 2. – P. 243–268. DOI: 10.1016/0022-460X(91)90762-9

26. Trindade, M.A. Effective electromechanical coupling coefficients of piezoelectric adaptive structures: critical evaluation and optimization / M.A. Trindade, A. Benjeddou // Mech. Adv. Mater. Struct. – 2009. – Vol. 16, no. 3. – P. 210–223. DOI: 10.1080/15376490902746863

27. Comparison of passive damping treatments based on constrained viscoelastic layers and multi-resonant piezoelectric networks / B. Lossouarn, L. Rouleau, R. Darleux, J.-F. Deü // Journal of Structural Dynamics. – 2021. – Vol. 1. – P. 30–48. DOI: 10.25518/2684-6500.63

28. Effects of viscoelastic bonding layer on performance of piezoelectric actuator attached to elastic structure / I.A. Ali, M.A. Alazwari, M.A. Eltaher, A.A. Abdelrahman // Mater. Res. Express. – 2022. – Vol. 9. – art. No. 045701. DOI: 10.1088/2053-1591/ac5cae

29. Партон, В.З. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / В.З. Партон, Б.А. Кудрявцев. – М.: Наука, 1988. – 471 р.

30. Карнаухов, В.Г. Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т. Т. 4: Электротермовязкоупругость / В.Г. Карнаухов, И.Ф. Киричок. – Киев: Наукова Думка, 1988. – 316 с.

31. Analysis of dissipative properties of electro-viscoelastic bodies with shunting circuits on the basis of numerical modelling of natural vibrations / V. Matveenko, N. Iurlova, D. Oshmarin, N.V. Sevodina // Acta Mech. – 2023. – Vol. 234. – P. 261–276. DOI: 10.1007/s00707-022-03193-8

32. Задача о собственных колебаниях электро-вязкоупругих тел с внешними электрическими цепями и конечно-элементные соотношения для ее численной реализации / В.П. Матвеенко, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина, Н.А. Юрлова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9, № 4. – С. 476–485. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.40

33. Matveenko, V.P. Damping of vibrations of smart-systems incorporating piezoelectric elements and shunt circuits with parameters derived from the models of continuum and discrete mechanics / V.P. Matveenko, N.A. Iurlova, D.A. Oshmarin // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2023. – P. 1–11. DOI: 10.1080/15376494.2023.2241134

34. An approach to determination of shunt circuits parameters for damping vibrations / V.P. Matveenko, N.A. Iurlova, D.A. Oshmarin, N.V. Sevodina, M.A. Iurlov // International Journal of Smart and Nano Materials. – 2018. – Vol. 9, no. 2. – P. 135–149. DOI: 10.1080/19475411.2018.1461144

35. Zienkiewicz, O.C. The finite element method: Its Basis and Fundamentals. – 6th ed. / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu. – Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2000. – 802 p.

36. Kligman, E.P. Natural Vibration Problem of Viscoelastic Solids as Applied to Optimization of Dissipative Properties of Constructions / E.P. Kligman, V.P. Matveenko // Journal of Vibration and Control. – 1997. – Vol. 3, no. 1. – P. 87–102. DOI: 10.1177/107754639700300

37. Weawer, Jr.W. Vibration problems in engineering, 5th ed. / Jr.W. Weawer, S.P. Timoshenko, D.H. Young. – Wiley, 1990. – 497 p.

38. Матвеенко, В.П. Приложения метода Мюллера и принципа аргумента к задачам на собственные значения в механике деформируемого твердого тела / В.П. Матвеенко, М.А. Севодин, Н.В. Севодина // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Vol. 7, no. 3. – P. 331–336. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.3.32

References

1. Kumar A., Behera R.K. Passive Constrained Layer Damping: A State of the Art Review. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.,* 2019, Vol. 653, art. No. 012036. doi: 10.1088/1757-899X/653/1/012036

2. Nashif A.D., Jones D.I.G., Henderson J.P. Vibration Damping. Wiley, 1985. – 453p.

3. Sun C.T., Lu Y.P. Vibration Damping of Structural Elements. Prentice-Hall, 1995,372p.

4. Stanway R., Rongong J.A., Sims N.D. Active constrained-layer damping: A state-of-the-art review Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2003, Vol. 217, No 6, pp. 437-456. doi: 10.1177/095965180321700601

5. Trindade M.A., Benjeddou A. Hybrid Active-Passive Damping Treatments using Viscoelastic and Piezoelectric Materials: Review and Assessment. *Journal of Vibration and Control*, 2002, Vol. 8, No. 6, pp. 699-745. doi: 10.1177/1077546029186

6. Sahoo S.R., Ray M.C. Active damping of geometrically nonlinear vibrations of smart composite plates using elliptical SCLD treatment with fractional derivative viscoelastic layer. *European Journal of Mechanics – A/Solids,* 2019, Vol. 78, art. No. 103823. doi: 10.1016/j.euromechsol.2019.103823

7. Sahoo S.R., Ray M.C. Active control of laminated composite plates using elliptical smart constrained layer damping treatment. *Composite Structures*, 2019, Vol. 211, pp. 376-389. doi: 10.1016/j.compstruct.2018.12.004

8. Vatulyan A.O., Dudarev B.B. K issledovaniyu kolebanij cilindra s vyazkouprugim pokrytiem [A study of vibrations of a cylinder with a viscoelastic coating]. *Computational Continuum Mechanics*, 2021, Vol. 14, No. 3, pp. 312–321. https://doi.org/10.7242/1999-6691/2021.14.3.26

9. Park C.H., Ahn S.J., Park H.C. Modeling of a Hybrid Passive Damping System. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2005, Vol. 19, No. 1, pp. 127-135. doi: 10.1007/BF02916111

10. Trindade M.A. Optimization of layer damping treatments applied to composite beams. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2007, No 4, 19-38.

11. Li F.-M., Kishimoto K., Wang Y.-S., Chen Z.-B., Huang W.-H. Vibration Control of Beams with Active Constrained Layer Damping. *Smart Materials and Structures*, 2008, Vol. 17, No. 6, art. No. 065036. doi: 10.1088/0964-1726/17/6/065036

12. Trindade M.A. Optimization of Active-Passive Damping Treatments using Piezoelectric and viscoelastic Materials. *Smart Materials and Structures*, 2007, Vol. 16, 2159-2168. doi: 10.1088/0964-1726/16/6/018

13. Meena S., Kumar N., Singh S.P., Nakra B.C. Vibration Control of Plate by Active and Passive Constrained Layer Damping. *Advances in vibration engineering*, 2009, Vol. 8, No. 4, pp. 345-356.

14. Gupta A., Panda S., Reddy R.S. An actively constrained viscoelastic layer with the inclusion of dispersed graphite particles for control of plate vibration. *Journal of Vibration and Control,* 2020, Vol. 27, No. 17-18, pp. 2152–2163. doi: 10.1177/1077546320956533

15. Mead D.J., Markus S. The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions. *Journal of Sound and Vibration*, 1969, Vol. 10, No. 2, pp.163-175. doi: 10.1016/0022-460X(69)90193-X

16. Bai H., Aoues Y., Cherfils J.-M., Lemosse D. Design of an Active Damping System for Vibration Control of Wind Turbine Towers. *Infrastructures,* 2021, Vol. 6, No. 11, art. No. 162. doi: 10.3390/infrastructures6110162

17. Vinyas M., Harursampath D., Nguyen-Thoi T. Influence of active constrained layer damping on the coupled vibration response of functionally graded magneto-electro-elastic plates with skewed edges. *Defence Technology*, 2020, Vol. 16, No.5, pp. 1019-1038. doi: 10.1016/j.dt.2019.11.016.

18. Huang Z, Huang F, Wang X, Chu F. Active Vibration Control of Composite Cantilever Beams. *Materials (Basel).* 2022, Vol. 16, No. 1, art. No. 95. doi: 10.3390/ma16010095

19. Zhu R.Z., Zhang X.N., Zhang S.G., Dai Q.Y., Qin Z.Y., Chu F.L. Modeling and topology optimization of cylindrical shells with partial CLD treatment. Internatinal Journal of Mechanical Sciences. 2022, Vol. 220, art. No. :107145. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107145

20. Zhai J, Li J, Wei D, Gao P, Yan Y, Han Q. Vibration Control of an Aero Pipeline System with Active Constraint Layer Damping Treatment. *Applied Sciences,* 2019, Vol. 9, No. 10, art. No. 2094. doi: 10.3390/app9102094

21. Yang Q., Lee K., Kim B. Development of Multi-Staged Adaptive Filtering Algorithm for Periodic Structure-Based Active Vibration Control System. *Applied Sciences*, 2019, Vol. 9, No. 3, art. No. 611. Doi: 10.3390/app9030611

22. Panda S., Kumar A. A design of active constrained layer damping treatment for vibration control of circular cylindrical shell structure. *Journal of Vibration and Control.* 2016, Vol. 24, No. 24, pp. 5811–5841. doi:10.1177/1077546316670071

23. Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Iurlov M.A. Algorithm for solving problems related to the natural vibrations of electro-viscoelastic structures with shunt circuits using ANSYS data. *International Journal of Smart and Nano Materials*, 2019, Vol. 10, No. 2, pp. 156-176. doi: 10.1080/19475411.2018.1542356

24. Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Iurlov M.A.. Chislennyj algoritm poiska komponovok elektrouprugih tel s vneshnimi elektricheskimi cepyami dlya polucheniya nailuchshih dempfiruyushchih harakteristik [Numerical search algorithm for layouts of electroelastic bodies with external electrical circuits to

obtain the best damping characteristics]. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2020, No. 3, pp.108-124. doi: 10.15593/perm.mech/2020.3.11

25. Hagood N., Von Flotow A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks, *Journal of Sound and Vibration,* 1991, Vol. 146, No. 2, pp. 243-268. doi: 10.1016/0022-460X(91)90762-9

26. Trindade M.A., Benjeddou A. Effective electromechanical coupling coefficients of piezoelectric adaptive structures: critical evaluation and optimization. *Mech. Adv. Mater. Struct.*, 2009, Vol. 16, No. 3, pp.210–223. doi: 10.1080/15376490902746863

27. Lossouarn B., Rouleau L., Darleux R., Deü J.-F. Comparison of passive damping treatments based on constrained viscoelastic layers and multi-resonant piezoelectric networks. *Journal of Structural Dynamics*. 2021, Vol. 1, pp.30-48. doi: 10.25518/2684-6500.63

28. Ali I.A., Alazwari M.A., Eltaher M.A., Abdelrahman A.A. Effects of viscoelastic bonding layer on performance of piezoelectric actuator attached to elastic structure. *Mater. Res. Express*, 2022, Vol. 9, art. No. 045701. doi: 10.1088/2053-1591/ac5cae

29. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. Electro-magneto-elasticity: Piezo-electrics and Electrically Conductive Solids. New York, Gordon and Breach Science Publishers Ltd., 1988, 503p.

30. Karnauhov V.G., Kirichok I.F. Mekhanika sviazannykh polei v elementakh konstruktsii. (v 5 T.); T.4: Elektrotermovyazkouprugost' [The mechanics of coupled fields in structural elements. (in 5 V.); V.4: Electrothermoviscoelasticity]. Kiev: Nauk. dumka. 1988. 316 s.

31. Matveenko V., Iurlova N., Oshmarin D., Sevodina N.V. Analysis of dissipative properties of electro-viscoelastic bodies with shunting circuits on the basis of numerical modelling of natural vibrations. *Acta Mech.,* 2023, Vol. 234, pp. 261–276. https://doi.org/10.1007/s00707-022-03193-8

32. Matveenko V.P., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlova N.A. Problem on natural vibrations of electroviscoelastic bodies with external electric circuits and finite element relations for its implementation. *Computational Continuum Mechanics,* 2016, Vol 9, No. 4, pp. 476-485. doi: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.40

33. Matveenko V.P., Iurlova N.A., Oshmarin D.A. Damping of vibrations of smart-systems incorporating piezoelectric elements and shunt circuits with parameters derived from the models of continuum and discrete mechanics. *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* 2023, pp.1–11. https://doi.org/10.1080/15376494.2023.2241134

34. Matveenko V.P., Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Iurlov M.A. An approach to determination of shunt circuits parameters for damping vibrations. *International Journal of Smart and Nano Materials.* 2018, Vol. 9, No. 2, pp. 135-149. doi: 10.1080/19475411.2018.1461144

35. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The finite element method: Its Basis and Fundamentals, 6th ed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2000, 802 p.

36. Matveyenko V.P., Kligman E.P. Natural vibration problem of viscoelastic solids as applied to optimization of dissipative properties of constructions. *Journal of Vibration and Control*. 1997, Vol. 3 (1), pp. 87-102. doi: 10.1177/107754639700300107

37. Weawer Jr., W., Timoshenko, S.P. and Young, D.H. Vibration problems in engineering, 5th edition. Wiley, 1990, 497 p.

38. Matveenko V., Sevodin M., Sevodina N. Applications of Muller's method and the argument principle to eigenvalue problems in solid mechanics. *Computational Continuum Mechanics.* 2014, Vol.7, No.3, pp. 331-336. doi: 10.7242/1999-6691/2014.7.3.32

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 124020700047-3 «Комплексные исследования в задачах деформационного мониторинга, аэроупругости, интеллектуальных конструкций, термомеханики».

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. The work was carried out within the framework of the state assignment on topic No. 124020700047-3 "Comprehensive research in the problems of deformation monitoring, aeroelasticity, intelligent structures, thermomechanics".

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.