Паньков, А.А. Локация силового воздействия индикаторным пьезоэлектрическим MDS-покрытием по информативным импульсам тока / А.А. Паньков. – DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.04 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 6. – С. 38–46.

Perm Polytech Style: Pan'kov A.A. Location of Force Impact by Indicator Piezoelectric MDS Coating Based on Informative Voltage Pulses. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 6, pp. 38-46. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.04

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 6, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.04
УДК 539.3

ЛОКАЦИЯ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ИНДИКАТОРНЫМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ MDS-ПОКРЫТИЕМ ПО ИНФОРМАТИВНЫМ ИМПУЛЬСАМ ТОКА

А.А. Паньков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 22 июля 2024 г.
Одобрена: 21 сентября 2024 г.
Принята к публикации:
16 декабря 2024 г.

Ключевые слова:

индикаторное покрытие, двойная спираль электродов, пьезоэлектрик, локация силового воздействия, жесткая шаровая частица, импульсы тока, численное моделирование.

АННОТАЦИЯ

Разработана электромеханическая математическая модель нахождения локации одиночного силового воздействия – вдавливания жесткой шаровой частицы в сенсорную поверхность индикаторного пьезоэлектрического MDS-покрытия со встроенной двойной спиралью электродов. Рассмотрено формирование информативных электрических импульсов напряжения на дугах электродов двойной спирали в круговой зоне возмущения индикаторного покрытия как результата деформирования пьезоэлектрика между электродами при вдавливании жесткой шаровой частицы. Форма и длительность информативных электрических импульсов напряжения как функций от времени найдены по решению соответствующего дифференциального уравнения с учетом пьезоэлектрических и геометрических характеристик, величины, неравномерности, длительности и удаленности от эпицентра действующего на каждую из «пьезоячеек» – дуг возмущения сенсорной спирали «электрод/пьезоэлектрик/электрод» внутри круговой зоны возмущения индикаторного покрытия. Число генерируемых и регистрируемых импульсов пропорционально отношению радиуса зоны возмущения и шага сенсорной спирали индикаторного покрытия; при этом величина радиуса зоны возмущения пропорциональна диагностируемой силе. Получено простое и удобное для практического применения аналитическое решение локации – нахождения полярных координат эпицентра силового воздействия, при этом точность локации улучшается при увеличении числа витков спирали, т.е. при уменьшении шага сенсорной спирали относительно радиуса зоны возмущения.

© **Паньков Андрей Анатольевич** – д. ф.-м. н., проф. кафедры механики композиционных материалов и конструкций, e-mail: a_a_pankov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8477-5206

Andrey A. Pan'kov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mechanics of Composite Materials and Structures, e-mail: a_a_pankov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8477-5206

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

LOCATION OF FORCE IMPACT BY INDICATOR PIEZOELECTRIC MDS COATING BASED ON INFORMATIVE VOLTAGE PULSES

A.A. Pan'kov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 22 July 2024
Approved: 21 September 2024
Accepted for publication:
16 December 2024

Keywords:

indicator coating, double spiral of electrodes, piezoelectric, location of force action, rigid ball particle, current pulses, numerical simulation.

ABSTRACT

An electromechanical mathematical model is developed to locate a single force effect of pressing a rigid ball particle into the sensor surface of an indicator piezoelectric MDS coating with an integrated double spiral of electrodes. We consider formation of informative voltage pulses on arcs of electrodes of a double spiral in a circular perturbation zone of an indicator coating due to piezoelectric deformation between the electrodes when pressing a rigid ball particle. Shape and duration of informative voltage pulses as functions of time are found by solving the corresponding differential equation taking into account piezoelectric and geometric characteristics, value, non-uniformity, duration and distance from the epicentre of the electrode/piezoelectric/electrode disturbance arcs acting on each of the piezocells within the circular disturbance zone of the indicator coating. The number of pulses generated and recorded is proportional to the ratio of the perturbation zone radius and the sensor spiral pitch of the indicator coating. Here the perturbation zone radius is proportional to the diagnosed force. A simple, convenient and applicable solution of location is obtained, i.e. finding polar coordinates of the epicentre of the force effect, while the accuracy of the location improves when the number of the spiral turns increases, i.e. the pitch of the sensor spiral decreases, relative to the radius of the perturbation zone.

Введение

Актуальной задачей сенсорной техники является совершенствование сенсорных индикаторных и тактильных полимерных покрытий для индикации и количественной оценки действующих на протяженную, в частности, аэродинамическую поверхность внешних силовых воздействий в виде ударов града, бетонной крошки из-под переднего колеса при взлете самолета с взлетно-посадочной полосы, частиц космического мусора с целью мониторинга сохранения прочностных и аэродинамических характеристик элементов аэрокосмической техники. Гибкие полимерные тактильные датчики (покрытия) [1–3] широко используют для измерения механических воздействий (сил, давления) [4–7] и/или физических и геометрических характеристик (текстуры, формы) внешних объектов (окружающей среды) в результате непосредственного контакта объекта с тактильной поверхностью, в частности, в устройствах высокоинтеллектуальной электроники, интерфейсах взаимодействия человека и машины, электронной коже для «очувствления» робототехничеких устройств [8–13]. Для создания тактильных датчиков (покрытий) используются различные принципы функционирования: резистивные, емкостные, пьезоэлектрические, трибоэлектрические, оптические и магнитные, при этом каждый механизм имеет уникальные преимущества для конкретных применений. В современные тактильные покрытия встраиваются различные функциональные чувствительные, например, резистивные проводящие, пьезоактивные [14–18] и механолюминесцентные [19] элементы. В гибких тактильных покрытиях широко используются пьезоэлектрические полимерные поливинилденфторидные пленки PVDF [16–18]. Характеристики тактильных датчиков определяются их активным слоем, который непосредственно воспринимает диагностируемые физические и/или механические величины из внешней среды: давление, температуру и деформацию и преобразовывает их в различные оптические или электрические сигналы: ток, напряжение, сопротивление и емкость. Пьезоэлектрический активный слой [14–18] функционирует через преобразование механической энергии в электрическую и, в результате, при внешнем силовом воздействии активным слоем генерируется информативный электрический заряд, величина которого пропорциональна значению измеряемой силы.

Широкое применение в различных областях науки и, в частности, аэрокосмической техники находят современные MFC-актуаторы (сенсоры) [20–22], которые состоят из композитного пьезоэлектрического слоя в виде близко уложенных в один ряд однонаправленных пьезокерамических (PZT-5A) волокон в полимерном (эпоксидном) связующем. На верхней и нижней поверхности пьезоэлектрического слоя установлены пленочные «встречно-гребенчатые» взаимодействующие электроды (IDE), расстояния между соседними разнонаправленными прямолинейными узкими тонкими полосками электродов 0,5 мм, при этом полная толщина такого пленочного MFC-актуатора 0,3 мм. Дополнительное улучшение рабочих характеристик MFC-актуатора возможно посредством использования монокристаллических пьезоэлектрических волокон [22] вместо традиционно используемых поликристаллических пьезоэлектрических волокон в композитном пьезоактивном слое актуатора. По аналогии с устройством MFC-актуатора в [23; 24] предложены мембранные (MDS) [23]

и цилиндрические (CDS) [24] пьезоэлектрические актуаторы (сенсоры) с двухзаходными, в частности: плоской или цилиндрической спиралями электродов, взаимодействующих через пьезоэлектрический слой (оболочку) с периодической взаимообратной поляризацией прослоек пьезоэлектрика между спиралями электродов. Способы: «скотч/нарезка» и «свертка развертки» изготовления MDS- и CDS-актуаторов(сенсоров) описаны в [25; 26] соответственно.

Цель исследования – разработка электромеханической математической модели формирования на встроенных электродах двойной спирали в круговой зоне возмущения индикаторного (сенсорного) пьезоэлектрического MDS-покрытия [23] информативных электрических импульсов напряжения при силовом воздействии – вдавливании в сенсорную поверхность покрытия жесткой шаровой частицы для диагностирования величины и локации эпицентра силового воздействия.

Электромеханическая модель индикаторного MDS-покрытия

Определим величину и форму измеряемого на активном сопротивлении R информативного k-го импульса электрического напряжения $U_k(t)$, обусловленного действием силы P на внешнюю поверхность индикаторного MDS-покрытия (рис. 1) и, как следствие, действием соответствующего радиального давления $p_k(t)$ на k-ю «пьезоячейку» – область пьезоэлектрика между парными дугами двойной спирали электродов внутри круговой зоны возмущения (деформирования) покрытия; величина давления $p_k(t)$ находится с учетом удаленности k-й пьезоячейки от эпицентра силового воздействия (рис. 2, *a*, рис. 3, *a*). Используем закон Гука с учетом пьезоэффекта

$$\varepsilon_k = \frac{1}{c_\bullet}\sigma_k + \frac{e_\bullet}{c_\bullet}E_k, \qquad (1)$$

где ε_k, $\sigma_k = -p_k$ – деформация и напряжение по радиальной координате ρ пьезоячейки, $c_\bullet$ – модуль упругости пьезоэлектрика, $e_\bullet$ – пьезоэлектрическая константа.

Возникающая при этом по радиальной координате ρ индукция электрического поля

$$D_k = \lambda_\bullet E_k + e_\bullet \varepsilon_k \qquad (2)$$

создается не только из-за напряженности электрического поля E_k, но и благодаря пьезоэффекту, где $\lambda_\bullet$ – диэлектрическая проницаемость пьезоэлектрика. В результате подстановки выражения (1) в (2) индукцию запишем в виде

$$D_k = \lambda_\bullet(1+k_e^2)E_k - \frac{e_\bullet}{c_\bullet}p_k, \qquad (3)$$

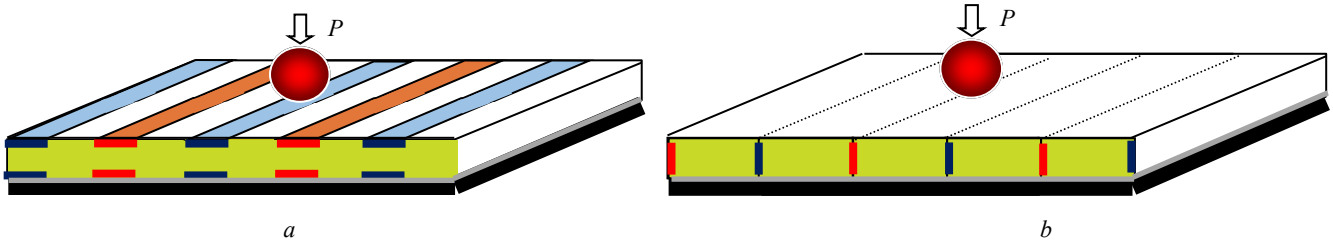
где $k_e = e_\bullet / \sqrt{\lambda_\bullet c_\bullet}$ – коэффициент электромеханической связи пьезоэлектрика. Напряжение на обкладках (дугах электродов) пьезоячейки

$$U_{(e)k} = E_k \delta, \qquad (4)$$

где δ – расстояние между обкладками, т.е. соседними спиралями (дугами) электродов. На обкладках (– дугах электродов) пьезоячейки имеем поверхностную плотность зарядов

$$\kappa_k = q_k / S_k, \qquad (5)$$

где q_k – величина электрического заряда, $S_k = l_k h$ – площадь, l_k – длина дуги и h – ширина (равная толщине MDS-покрытия) обкладок.



a *b*

Рис. 1. Фрагменты индикаторного MDS-покрытия с поверхностной (*a*) и встроенной (*b*) двухзаходной спиралью ленточных электродов

Fig. 1. Fragments of indicator MDS-coating with surface (*a*) and built-in (*b*) double-lead spiral of tape electrodes

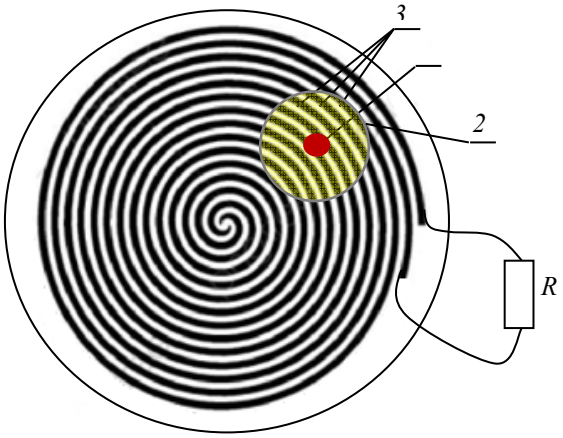


Рис. 2. Расчетная схема индикаторного MDS-покрытия со встроенными спиралями электродов при одиночном силовом воздействии, где *1* – эпицентр воздействия, *2* – зона возмущения (деформирования), *3* – дуги накачки (приема) пьезоэлектрических зарядов

Fig. 2. Design diagram of the indicator MDS-coating with built-in electrode spirals under single force impact, where *1* is the epicenter of the impact, *2* is the zone of disturbance (deformation), *3* are the pumping (receiving) arcs of piezoelectric charges

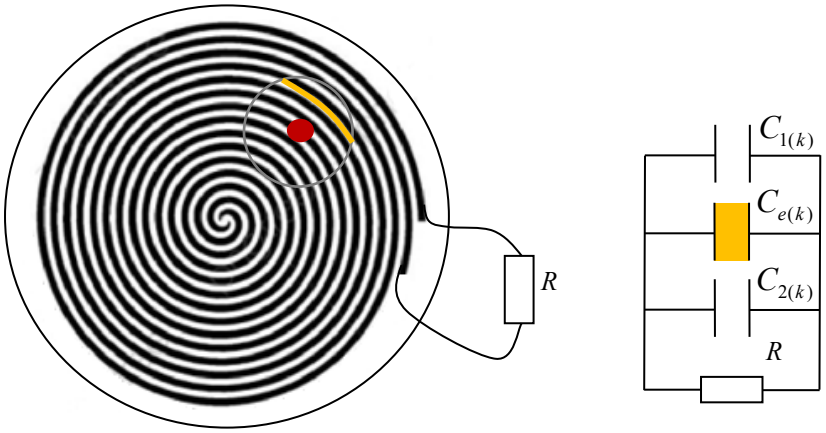


Рис. 3. Элементарная пьезоячейка (*a*) и расчетная схема ее функционирования (*b*) в составе MDS-покрытия, где *k* – номер ячейки (дуги генерации электрических зарядов)

Fig. 3. Elementary piezocell (*a*) and design diagram of its functioning (*b*) as part of MDS coating, where *k* is the cell number (arc of electric charge generation)

Пьезоячейка (рис. 3) генерирует электрический ток величиной

$$I_{(e)k} = -\frac{dq_k}{dt} = -S_k \frac{d\kappa_k}{dt}$$

или в виде

$$I_{(e)k} = -S_k \frac{dD_k}{dt} = -S_k \left[\lambda_{\bullet}(1+k_e^2)\frac{dU_k}{\delta dt} - \frac{e_{\bullet}}{c_{\bullet}}\frac{dp_k}{dt} \right] \quad (6)$$

с учетом $D_k = \kappa_k$, (3), (4). Для расчетной схемы на рис. 3 выполняются равенства

$$\begin{aligned} I_{(e)k} &= I_{(1)k} + I_{(2)k} + I_{(R)k}, \\ I_{(1,2)k} &= C_{(1,2)k}\dot{U}_{(1,2)k}, \\ I_{(R)k} &= U_{(R)k}/R; \end{aligned} \quad (7)$$

таким образом, имеем

$$-S_k \left[\lambda_{\bullet}(1+k_e^2)\frac{dU_k}{\delta dt} - \frac{e_{\bullet}}{c_{\bullet}}\dot{p}_k \right] = (C_{(1)k} + C_{(2)k})\dot{U}_k + \frac{U_k}{R}$$

или в виде

$$(C_{(e)k} + C_{(1)k} + C_{(2)k})\dot{U}_k + \frac{U_k}{R} = \frac{e_{\bullet}}{c_{\bullet}} S\dot{p}_k, \quad (8)$$

где производные $\dot{U}_k = dU_k/dt$, $\dot{p}_k = dp_k/dt$, емкость пьезоячейки

$$C_{(e)k} = \lambda_{\bullet}(1+k_e^2)\frac{S_k}{\delta} \quad (9)$$

с учетом параллельного соединения ветвей замкнутой электрической цепи (рис. 3, *b*)

$$U_{(e)k} = U_{(1)k} = U_{(2)k} = U_{(R)k} \equiv U_k$$

Дифференциальное уравнение (8) преобразуем к виду

$$\dot{U}_k + \frac{1}{\tau_{*k}} U_k = A_k \dot{p}_k \,, \qquad (10)$$

где постоянная времени разряда электрической цепи

$$\tau_{*k} = RC_{*k} \,,$$

коэффициент пьезоэлектрической связи

$$A_k = \frac{e_\bullet S_k}{c_\bullet C_{*k}} \,,$$

эффективная емкость

$$C_{*k} \equiv C_{(e)k} + C_{(1)k} + C_{(2)k} = \lambda_\bullet \frac{h}{\delta}\left[(1+k_e^2)l_k + l - l_k\right]$$

или в виде

$$C_{*k} = \lambda_\bullet (l + k_e^2 l_k)\frac{h}{\delta} = \frac{hl}{\delta}\left(\lambda_\bullet + \frac{l_k}{l}\frac{e_\bullet^2}{c_\bullet}\right) \qquad (11)$$

с учетом равенства $k_e = e_\bullet / \sqrt{\lambda_\bullet c_\bullet}$ (3), здесь l – длина одиночной спирали электрода. Уравнение (10) связывает функцию $U_k(t)$ регистрируемого выходного k-го импульса напряжения с приложенным к соответствующей k-й пьезоячейке давлением $p_k(t)$ с учетом пьезоэлектрических и геометрических характеристик индикаторного MDS-покрытия, удаленности пьезоячейки от эпицентра силового воздействия (рис. 3). Общее решение уравнения (10) известно [27]

$$U_k = e^{-t/\tau_*}\left(U_{(0)k} + A_k \int_0^t e^{\tau/\tau_*}\dot{p}_k(\tau)d\tau\right), \qquad (12)$$

где $U_{(0)k}$ – напряжение на обкладках пьезоячейки в момент начала действия давления p_k при $t = 0$; например, считаем, что $U_{(0)k} = 0$.

Для случая, когда давление $p_k(\xi_k, t)$ изменяется вдоль локальной продольной координатной оси $\xi_k \in (-l_k/2; l_k/2)$ k-й пьезоячейки длиной l_k, тогда дифференциальное уравнение (10) преобразуется к виду

$$\dot{U}_k + \frac{1}{\tau_{*k}} U_k = A_k \left\langle \dot{p}_k \right\rangle_{l_k} \qquad (13)$$

с общим решением

$$U_k = e^{-t/\tau_*}\left(U_{(0)k} + A_k \int_0^t e^{\tau/\tau_*}\left\langle \dot{p}_k(\tau)\right\rangle_{l_k} d\tau\right), \qquad (14)$$

где осредненное по длине k-й пьезоячейки значение давления

$$\left\langle \dot{p}_k \right\rangle_{l_k} = 1/l_k \int_{l_k} \dot{p}_k dl_k \,. \qquad (15)$$

Алгоритм локации эпицентра силового воздействия

Срединная линия составной сенсорной спирали «электрод/пьезоэлектрик/электрод» (рис. 4) имеет вид спирали Архимеда и в полярной системе координат ρ, φ описывается функцией

$$\rho = \frac{a}{2\pi}\varphi \,, \qquad (16)$$

где $a = 2\delta$ – шаг сенсорной спирали, δ – расстояние между соседними электродами по радиальной координате покрытия. Квазистатическое вдавливание жесткой шаровой частицы в точке А (см. рис. 2) обусловливает появление круговой области возмущения индикаторного покрытия, в которую входят n «дуг возмущений» на различных витках сенсорной спирали (рис. 4), на электродах которых генерируются электрические заряды.

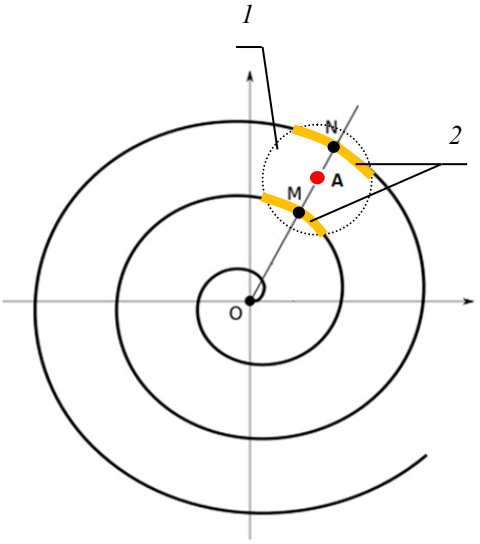


Рис. 4. Расчетная схема локации эпицентра силового воздействия в точке *A*, где спираль – срединная линия составной сенсорной спирали «электрод/пьезоэлектрик/электрод», *1* – контур зоны возмущения, *2* – активированные дуги сенсорной спирали

Fig. 4. Design diagram of the location of the epicenter of the force impact at point A, where the spiral is the midline of the composite sensor spiral "electrode/piezoelectric/electrode," *1* is the contour of the perturbation zone, *2* are the activated arcs of the sensor spiral

Считаем, что величина силового воздействия P такая, что значение радиуса R_ε зоны возмущения равно или превышает шаг a сенсорной спирали. Выполнение этого условия обуславливает наличие как минимум двух дуг возмущений при произвольном положении точки А относительно соседних витков сенсорной спирали. Для случая, когда точка А равноудалена от сосед-

них витков спирали имеем четное число n дуг возмущений, например, при $n = 2$ на втором и третьем витках сенсорной спирали (рис. 4). «Эпицентр» – точка А и локальные центры – точки M, N дуг возмущений расположены на едином полярном луче (рис. 4).

Число n дуг возмущений сенсорной спирали определяется значением силы P, шагом a сенсорной спирали и эффективными электроупругими свойствами индикаторного MDS-покрытия как спирально-армированного волокнистого полимерного композита [28]. Наличие $n \geq 2$ дуг возмущений по длине сенсорной спирали обуславливает появление такого же числа n последовательных электрических импульсов напряжения, измеряемых на активном сопротивлении R (рис. 2), где t_k – время выхода k-го импульса, $k = \overline{1,n}$ – номер импульса, $\tau_{k'} = t_{k'+1} - t_{k'}$ – временные интервалы между центрами последовательных импульсов, где $k' = \overline{1,n-1}$ – номер интервала. Длительности интервалов $\tau_{k'}$ между измеряемыми электрическими импульсами связаны пропорциональной зависимостью $\tau_{k'} = \Delta_{k'} / c$ с длинами $\Delta_{k'}$ k'-х «локационных» витков – спиральных отрезков сенсорной спирали, начало и конец каждого из которых – это центры k-й и (k+1)-й дуг возмущений, где c – скорость распространения электрических импульсов в электродах. Начала и концы всех локационных витков лежат на едином полярном луче, проходящем через искомый центр силового воздействия в точке А (рис. 4). Длины $\Delta_{k'}$ локационных витков рассчитываем по формуле

$$\Delta_{k'} = l(\varphi_{k'+1}) - l(\varphi_{k'}) \approx a(\pi + \varphi_{k'}), \qquad (17)$$

где φ_k, $\varphi_{k+1} = \varphi_k + 2\pi$ – полярные углы центров k-й и последующей (k+1)-й дуг возмущения сенсорной спирали, длина отрезка спирали

$$l(\varphi) = \frac{a}{2\pi}\left(\frac{\varphi}{2}\sqrt{\varphi^2+1} + \frac{1}{2}\ln\left(\varphi + \sqrt{\varphi^2+1}\right)\right)$$

от полюса до точки с полярным углом φ, где $0<\varphi<2\pi k_{\max}$, $k_{\max}$ – полное число витков сенсорной спирали. Величина относительной погрешности линейной аппроксимации $\Delta_{k'} \approx a(\pi+\varphi_{k'})$ (17) монотонно убывает от значения ≈7 % на первом, 3 % на втором витках до ≈ 0,028 % уже на пятом витке спирали.

В результате локацию точки А – эпицентра зоны возмущения от силового воздействия P осуществляем через вычисление ее полярных координат

$$\rho_\bullet = \frac{c\tau_\bullet}{2\pi}, \ \varphi_\bullet = \frac{c\tau_\bullet}{a} \qquad (18)$$

по измеренному значению интервала времени $\tau_\bullet$ между двумя максимальными по величине соседними электрическими импульсами из середины регистрируемой на активном сопротивлении R последовательности электрических импульсов. Решение (18) получено с учетом, что длина $\Delta_\bullet = 2\pi\rho_\bullet$ локационного витка сенсорной спирали между точками M и N (рис. 4) равна длине окружности, проходящей через точку A – середину прямолинейного отрезка MN, где $\rho_\bullet$ – искомая радиальная координата точки A. При этом величина $\Delta_\bullet = c\tau_\bullet$ вычисляется по измеренному значению $\tau_\bullet$, а величина $\varphi_\bullet$ – по уравнению спирали (16) с использованием найденного значения $\rho_\bullet$ (18). По количеству и величине регистрируемых электрических импульсов на активном сопротивлении R делаем оценку величины $\boldsymbol{P}$ силового воздействия (см. рис. 1). Отметим, что решение (18) получено для случая, когда точка А расположена на равном удалении от соседних витков сенсорной спирали, т.е. посередине прямолинейного отрезка MN на рис. 4 и, как следствие, выполняется равенство $\Delta_\bullet = 2\pi\rho_\bullet$. Таким образом, локация силового воздействия P по решению (18) удобна для практического применения, при этом точность локации улучшается с уменьшением шага a сенсорной спирали относительно радиуса R_ε зоны возмущения при увеличении числа витков спирали.

Результаты численного моделирования

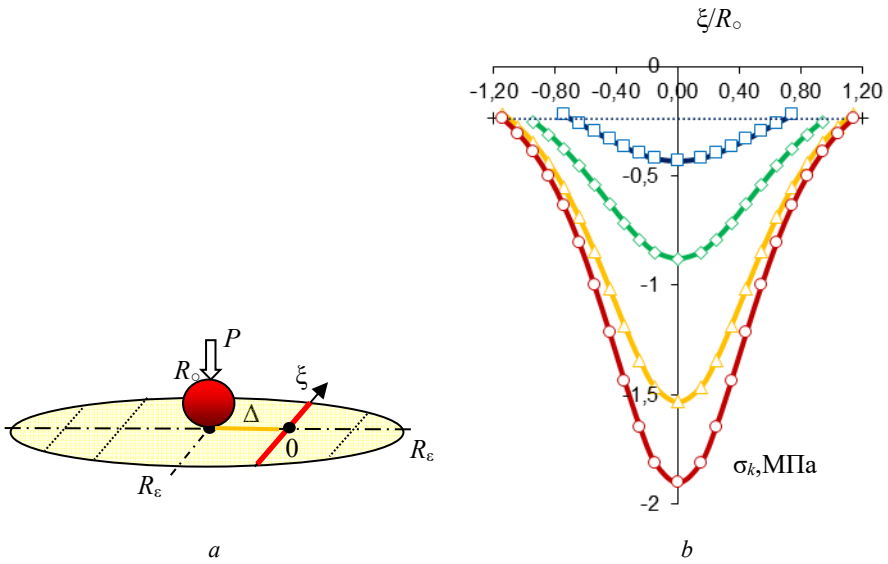
Рассматривалось круговое индикаторное пьезоэлектрическое MDS-покрытие радиусом $R_* = 1$ м и толщиной $h = 5$ мм для случая вдавливания жесткой шаровой частицы радиусом $R_\circ = 5$ мм силой $P = 1$Н в точке (эпицентре зоны деформирования) с полярными координатами $0{,}6R_*$, $\pi/3$. Спиральные ленточные электроды шириной h расположены по толщине слоя, расстояние (по радиальной координате покрытия) между соседними электродами $\delta = 0{,}3R_\circ$, длину одиночной спирали (пьезоэлектрического элемента, рис. 3, *а*) рассчитывали по формуле $l \approx \pi R_*^2 / \delta$. Длины хорд l_k, удаленных на расстояния Δ_k от эпицентра круговой зоны возмущения радиусом $R_\varepsilon = k_\varepsilon P$, рассчитываем по формуле $l_k = 2\sqrt{R_\varepsilon^2 - \Delta_k^2}$, где коэффициент пропорциональности $k_{\varepsilon|R=5\text{мм}} \approx 0{,}006$ м/Н при значении радиуса жесткой шаровой частицы $R_\circ = 5$ мм, модуле упругости $c_\bullet =$ = 115 ГПа, пьезоэлектрической константе $e_\bullet = 15{,}1$ Кл/м^2 и относительной диэлектрической проницаемости $\lambda_\bullet / \lambda_0 =$ 635 пьезоэлектрика (PZT-4), где константа $\lambda_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Величина активного сопротивления R = 0,1 Ом (см. рис. 2, 3).

На рис. 5 дано неоднородное распределение напряжения $\sigma_k = -p_k(\xi)$ по продольной координате ξ различных k-х дуг (хорд) круговой зоны возмущения индикаторного MDS-покрытия (рис. 5, *b*), обусловленной вдавливанием шаровой частицы силой $P = 1$Н (рис. 5, *а*) с учетом заданных упругих характеристик покрытия,

где $k=\overline{1,7}$ с учетом k=1, 7 (□), 2, 6 (◊), 3, 5 (Δ) и 4 (○). Осредненные значения давления $\langle p_k \rangle_{l_k}$ и ее производной $\langle \dot{p}_k \rangle_{l_k}$ в момент времени $t \in (0;t_0)$ по каждой из хорд рассчитывали по формулам

$$\langle p_k \rangle_{l_k} = \chi(t)\bar{p}_k\,,\ \langle \dot{p}_k \rangle_{l_k} = \dot{\chi}(t)\bar{p}_k\,,$$

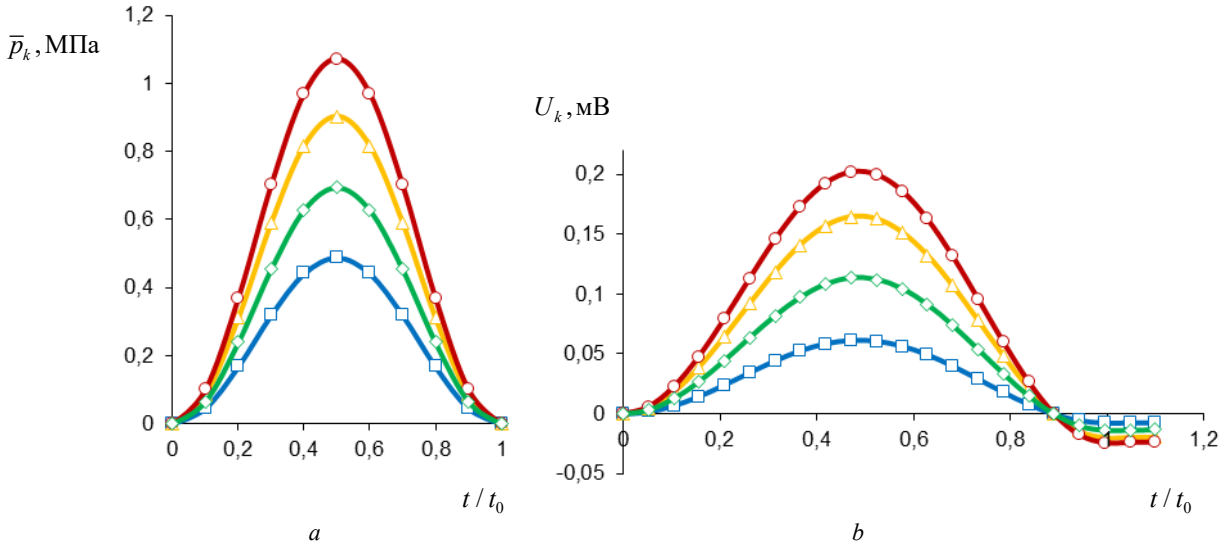
где t_0 = 1 мкс – длительность импульса нагружения (квазистатического вдавления шаровой частицы), осредненные по каждой из хорд значения $\bar{p}_k$ = 1,072, 0,902, 0,695, 0,489 [МПа] соответственно при $\Delta / R_\circ = 0$, 0,3, 0,6, 0,9 с учетом возможных значений отношения $\Delta / R_\circ \in (0;1.2)$. Пунктиром на рис. 5, *b*, отмечено заданное «пренебрежимо малое» (10 % от $p_{\max}$) значение давления $p_{\min}$ на границе (окружности) круговой зоны возмущения радиусом R_ε. На активном сопротивлении R вычисляем последовательность из 7 информативных импульсов U_k электрического напряжения (рис. 6, *b*), где $k=\overline{1,7}$ с учетом k = 1, 7 (□), 2, 6 (◊), 3, 5 (Δ) и 4 (○).



a *b*

Рис. 5. Круговая зона деформирования покрытия от вдавливания шаровой частицы силой P (*a*) и распределение напряжения $\sigma_k(\xi)$ по *k*-м дугам (хордам) этой зоны (*b*) при $\Delta / R_\circ = 0$ (○), 0,3 (Δ), 0,6 (◊), 0,9 (□), где Δ, ξ – локальные координаты хорд

Fig. 5. Circumferential zone of coating deformation due to impact of the ball particle by force P (*a*) and distribution of stress $\sigma_k(\xi)$ along *k*-th arcs (chords) of this zone (*b*) at $\Delta / R_\circ = 0$ (○), 0.3 (Δ), 0.6 (◊), 0.9 (□), where Δ, ξ are local coordinates of chords



a *b*

Рис. 6. Распределения давления $\bar{p}_k$ (*a*) и соответствующего ему импульса информативного электрического напряжения U_k (*b*) для *k*-й хорды при $\Delta / R_\circ = 0$ (○), 0,3 (Δ), 0,6 (◊), 0,9 (□)

Fig. 6. Distribution of pressure $\bar{p}_k$ (*a*) and corresponding pulse of informative electric voltage U_k (*b*) for *k*-th chord at $\Delta / R_\circ = 0$ (○), 0.3 (Δ), 0.6 (◊), 0.9 (□)

Заключение

Разработана электромеханическая математическая модель формирования на встроенных электродах двойной спирали в круговой зоне возмущения индикаторного пьезоэлектрического MDS-покрытия (см. рис. 1–5) информативных электрических импульсов напряжения U_k (14) (см. рис. 6, *b*) при силовом воздействии – вдавливании в сенсорную поверхность покрытия силой P жесткой шаровой частицы для диагностирования величины и локации эпицентра (см. рис. 4) силового воздействия. Форма и длительность информативных электрических импульсов (см. рис. 6, *b*) определены по виду функции напряжения $U_k(t)$ как решения соответствующего дифференциального уравнения (13), $k = \overline{1,n}$.

Число импульсов n пропорционально отношению радиуса R_ε зоны возмущения и шага a сенсорной спирали (см. рис. 2) с учетом, что величина R_ε пропорциональна диагностируемой силе P. Получено простое и удобное для практического применения аналитическое решение (18) локации – нахождения полярных координат $\rho_\bullet$, $\varphi_\bullet$ эпицентра силового воздействия, при этом точность локации улучшается при увеличении числа витков спирали, т.е. при уменьшении шага a сенсорной спирали относительно радиуса R_ε зоны возмущения.

Библиографический список

1. Tactile-sensing based on flexible PVDF nanofibers via electrospinning: a review / X. Wang, F. Sun, G. Yin [et al.] // Sensors. – 2018. – Vol. 18, no. 2. – P. 1–16. DOI: 10.3390/s18020330

2. Ultra-sensitive strain sensor based on flexible poly(vinylidene fluoride) piezoelectric film / K. Lu, W. Huang, J. Guo [et al.] // Nanoscale Research Letters. – 2018. – Vol. 13, no. 83. – P. 1–6. DOI: 10.1186/s11671-018-2492-7

3. A highly sensitive 3D-shaped tactile sensor / R. Koiva, M. Zenker, C. Schurmann [et al.] // Proceedings of the IEEE/ ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Wollongong, Australia. 9-12 July 2013. – P. 1084–1089.

4. Normal and shear force measurement using a flexible polymer tactile sensor with embedded multiple capacitors / H.K. Lee, J. Chung, S.I. Chang [et al.] // IEEE Journal of Microelectromechanical Systems. – 2008. – Vol. 17, no. 4. – P. 934–942. DOI: 10.1109/JMEMS.2008.921727

5. Flexible capacitive tactile sensor array with truncated pyramids as dielectric layer for Three-Axis force measurement / G. Liang, Y. Wang, D. Mei [et al.] // IEEE Journal of Microelectromechanical Systems. – 2015. – Vol. 24, no. 5. – P. 1510–1519. DOI: 10.1109/JMEMS.2015.2418095

6. Shearing force measurement device with a built-in integrated micro displacement sensor / T. Iwasaki, T. Takeshita, Y. Arinaga [et al.] // Sensors and Actuators A: Physical. – 2015. – No. 221. – P. 1–8. DOI: 10.1016/j.sna.2014.09.029

7. A flexible polymer tactile sensor: Fabrication and modular expandability for large area deployment / H.K. Lee, S.I. Chang, E. Yoon // IEEE Journal of Micro-electromechanical Systems. – 2006. – Vol. 15, no. 6. – P. 1681–1686. DOI: 10.1109/JMEMS.2006.886021

8. Yousef, H. Tactile sensing for dexterous in-hand manipulation in robotics – A review / H. Yousef, M. Boukallel, K. Althoefer // Sensors and Actuators A: Physical. – 2011. – No. 167. – P. 171–187. DOI: 10.1016/j.sna.2011.02.038

9. Kappassov, Z. Tactile sensing in dexterous robot hands – Review / Z. Kappassov, J.A. Corrales, V. Perdereau // Robotics and Autonomous Systems. – 2015. – No. 74. – P. 195–220. DOI: 10.1016/j.robot.2015.07.015

10. Artificial roughness encoding with a bio-inspired MEMS-based tactile sensor array / C.M. Oddo, L. Beccai, M. Felder [et al.] // Sensors. – 2009. – Vol. 9, no. 5. – P. 3161–3183. DOI: 10.3390/s90503161

11. Kolesar Jr., E.S. Object imaging with a piezoelectric robotic tactile sensor / E.S. Kolesar Jr., C.S. Dyson // IEEE Journal of Micro-electromechanical Systems. – 1995. – Vol. 4, no. 2. – P. 87–96. DOI: 10.1109/NAECON.1993.290890

12. Drimus, A. Object texture recognition by dynamic tactile sensing using active exploration / A. Drimus, M.B. Petersen, A. Bilberg // Proceedings of the 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication. Paris, France. 9-13 September 2012. – P. 277–283.

13. Development of a flexible 3-D tactile sensor system for anthropomorphic artificial hand / T. Zhang, H. Liu, L. Jiang [et al.] // IEEE Sensors Journal. – 2013. – No. 13. – P. 510–518. DOI: 10.1109/JSEN.2012.2220345

14. Ramadan, K. A review of piezoelectric polymers as functional materials for electromechanical transducers / K. Ramadan, D. Sameoto, S. Evoy // Smart Materials and Structures. – 2014. – Vol. 23, no. 3. – P. 033001. DOI: 10.1088/0964-1726/23/3/033001

15. Piezoelectric polymer transducer arrays for flexible tactile sensors / L. Seminara, L. Pinna, M. Valle [et al.] // IEEE Sensors Journal. – 2013. – Vol. 13, no. 10. – P. 4022–4029. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2268690

16. Hamdi, O. Piezoelectric cellular polymer films: Fabrication, properties and applications (Review) / O. Hamdi, F. Mighri, D. Rodrigue // AIMS Materials Science. – 2018. – Vol. 5, no. 5. – P. 845–869. DOI: 10.3934/matersci.2018.5.845

17. Aleksandrova, M. Spray deposition of piezoelectric polymer on plastic substrate for vibrational harvesting and force sensing applications / M. Aleksandrova // AIMS Materials Science. – 2018. – Vol. 5, no. 6. – P. 1214–1222. DOI: 10.3934/matersci.2018.6.1214

18. Rajala, S. Characteristics of piezoelectric polymer film sensors with solution-processable graphene-based electrode materials / S. Rajala, S. Tuukkanen, J. Halttunen // IEEE Sensors Journal. – 2015. – Vol. 15, no. 6. – P. 3102–3109. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2344132

19. Novel mechano-luminescent sensors based on piezoelectric/electroluminescent composites / Y. Jia, X. Tian, Z. Wu [et al.] // Sensors. – 2011. – Vol. 11, no. 4. – P. 1–9. DOI: 10.3390/s110403962

20. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / W.K. Wilkie [et al.] // Application Publ. March 27, 2003.

21. Low-Computational-Cost Technique for Modeling Macro Fiber Composite Piezoelectric Actuators Using Finite Element Method / D. Emad, M.A. Fanni, A.M. Mohamed, S. Yoshida // Materials (Basel). – 2021. – No. 14(15). – P. 4316.

22. Park, J.-S. Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades / J.-S. Park, J.-H. Kim // Smart Materials and Structures. – 2005. – No. 14. – P. 745–753. DOI: 10.1088/0964-1726/14/4/033

23. Патент RU № 2803015**.** Пьезоэлектрический MDS-актюатор / Паньков А.А., опубл.: 05.09.2023 Бюл. № 25, заявка № 2023109123 от 11.04.2023 г.

24. Патент RU № 2801619. Пьезоэлектрический CDS-актюатор / Паньков А.А., опубл.: 11.08.2023 Бюл. № 23, заявка № 2023111440 от 03.05.2023 г.

25. Патент RU № 2817399. Способ изготовления пьезоэлектрического MDS-актюатора / Паньков А.А., Опубликовано: 16.04.2024 Бюл. № 11, заявка № 2023126538 от 17.10.2023г.

26. Патент RU № 2811420. Способ изготовления пьезоэлектрического CDS-актюатора / Паньков А.А., Опубликовано: 11.01.2024 Бюл. № 2, заявка № 2023127236 от 24.10.2023г.

27. Вандышев, Г.К. Анализ особенностей работы пьезоэлектрического датчика давления на резистивную нагрузку / Г.К. Вандышев, Ю.А. Зюрюкин // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 3. – С. 372–376.

28. Победря, Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победря. – М.: Изд-во Моск. университета, 1984. – 336 с.

References

1. Wang X, Sun F, Yin G, et al. Tactile-sensing based on flexible PVDF nanofibers via electrospinning: a review. *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 2, pp. 1-16. DOI: 10.3390/s18020330

2. Lu K, Huang W, Guo J, et al. Ultra-sensitive strain sensor based on flexible poly(vinylidene fluoride) piezoelectric film. *Nanoscale Research Letters*, 2018, vol. 13, no. 83, pp. 1-6. DOI: 10.1186/s11671-018-2492-7

3. Koiva R, Zenker M, Schurmann C, et al. A highly sensitive 3D-shaped tactile sensor. *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Wollongong, Australia, 9-12 July 2013, pp. 1084-1089.

4. Lee HK, Chung J, Chang SI., et al. Normal and shear force measurement using a flexible polymer tactile sensor with embedded multiple capacitors. *IEEE Journal of Microelectromechanical Systems*, 2008, vol. 17, no. 4, pp. 934-942. DOI: 10.1109/JMEMS.2008.921727

5. Liang G, Wang Y, Mei D, et al. Flexible capacitive tactile sensor array with truncated pyramids as dielectric layer for Three-Axis force measurement. *IEEE Journal of Microelectromechanical Systems*, 2015, vol. 24, no. 5, pp. 1510-1519. DOI: 10.1109/JMEMS.2015.2418095

6. Iwasaki T, Takeshita T, Arinaga Y, et al. Shearing force measurement device with a built-in integrated micro displacement sensor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, no. 221, pp. 1-8. DOI: 10.1016/j.sna.2014.09.029

7. Lee HK, Chang SI, Yoon E. A flexible polymer tactile sensor: Fabrication and modular expandability for large area deployment. *IEEE Journal of Micro-electromechanical Systems*, 2006, vol. 15, no. 6, pp. 1681-1686. DOI: 10.1109/JMEMS.2006.886021

8. Yousef H, Boukallel M, Althoefer K. Tactile sensing for dexterous in-hand manipulation in robotics - A review. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2011, no. 167, pp. 171-187. DOI: 10.1016/j.sna.2011.02.038

9. Kappassov Z, Corrales JA, Perdereau V. Tactile sensing in dexterous robot hands – Review. *Robotics and Autonomous Systems*, 2015, no. 74, pp. 195-220. DOI: 10.1016/j.robot.2015.07.015

10. Oddo CM., Beccai L, Felder M, et al. Artificial roughness encoding with a bio-inspired MEMS-based tactile sensor array. *Sensors*, 2009, vol. 9, no. 5, pp. 3161-3183. DOI: 10.3390/s90503161

11. Kolesar Jr ES, Dyson CS. Object imaging with a piezoelectric robotic tactile sensor. *IEEE Journal of Microelectromechanical Systems*, 1995, vol. 4, no. 2, pp. 87-96. DOI: 10.1109/NAECON.1993.290890

12. Drimus A, Petersen MB., Bilberg A. Object texture recognition by dynamic tactile sensing using active exploration. *Proceedings of the 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication,* Paris, France, 9-13 September 2012, pp. 277-283.

13. Zhang T, Liu H, Jiang L, et al. Development of a flexible 3-D tactile sensor system for anthropomorphic artificial hand. *IEEE Sensors Journal*, 2013, no. 13, pp. 510-518. DOI: 10.1109/JSEN.2012.2220345

14. Ramadan K, Sameoto D, Evoy S. A review of piezoelectric polymers as functional materials for electromechanical transducers. *Smart Materials and Structures*, 2014, vol. 23, no. 3, pp. 033001. DOI: 10.1088/0964-1726/23/3/033001

15. Seminara L, Pinna L, Valle M, et al. Piezoelectric polymer transducer arrays for flexible tactile sensors. *IEEE Sensors Journal*, 2013, vol. 13, no. 10, pp. 4022-4029. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2268690

16. Hamdi O, Mighri F, Rodrigue D. Piezoelectric cellular polymer films: Fabrication, properties and applications (Review). *AIMS Materials Science*, 2018, vol. 5, no. 5, pp. 845-869. DOI: 10.3934/matersci.2018.5.845

17. Aleksandrova M. Spray deposition of piezoelectric polymer on plastic substrate for vibrational harvesting and force sensing applications. *AIMS Materials Science*, 2018, vol. 5, no. 6, pp. 1214-1222. DOI: 10.3934/matersci.2018.6.1214

18. Rajala S, Tuukkanen S, Halttunen J. Characteristics of piezoelectric polymer film sensors with solution-processable graphene-based electrode materials. *IEEE Sensors Journal*, 2015, vol. 15, no. 6, pp. 3102-3109. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2344132

19. Jia Y, Tian X, Wu Z, et al. Novel mechano-luminescent sensors based on piezoelectric/electroluminescent composites. *Sensors*, 2011, vol. 11, no. 4, pp. 1-9. DOI: 10.3390/s110403962

20. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / Wilkie W.K., et al. Application Publ. March 27 (2003).

21. Emad D, Fanni MA, Mohamed AM, Yoshida S. Low-Computational-Cost Technique for Modeling Macro Fiber Composite Piezoelectric Actuators Using Finite Element Method. *Materials (Basel)*, 2021, no. 14(15), pp. 4316.

22. Park J.-S., Kim J.-H. Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades. *Smart Materials and Structures*, 2005, vol. 14, pp. 745–753. DOI: 10.1088/0964-1726/14/4/033

23. Patent RU № 2803015. P'ezoelektricheskij MDS-aktyuator [Piezoelectric MDS actuator]. Pan'kov A.A., opubl.: 05.09.2023 Byul. № 25, zayavka № 2023109123 ot 11.04.2023 g. (in Russian)

24. Patent RU № 2801619. P'ezoelektricheskij CDS-aktyuator [Piezoelectric CDS actuator]. Pan'kov A.A., opubl.: 11.08.2023 Byul. № 23, zayavka № 2023111440 ot 03.05.2023 g. (in Russian)

25. Patent RU № 2817399. Sposob izgotovleniya p'ezoelektricheskogo CDS-aktyuatora [Manufacturing method of piezoelectric MDS-actuator]. Pan'kov A.A., opubl.: 16.04.2024 Byul. № 11, zayavka № 2023126538 ot 17.10.2023 g. (in Russian)

26. Patent RU № 2811420. Sposob izgotovleniya p'ezoelektricheskogo CDS-aktyuatora [Manufacturing method of piezoelectric CDS-actuator]. Pan'kov A.A., opubl.: 11.01.2024 Byul. № 2, zayavka № 2023127236 ot 24.10.2023 g. (in Russian)

27. Vandyshev G.K., Zyuryukin YU.A. Analiz osobennostej raboty p'ezoelektricheskogo datchika davleniya na rezistivnuyu nagruzku [Analysis of peculiarities of piezoelectric pressure sensor operation on resistive load]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2001, vol. 46, no. 3, pp. 372 376.

28. Pobedrya B.E. Mekhanika kompozicionnyh materialov [Mechanics of composite materials]. Moscow: Moscow University Publisher, 1984, 336 p. (in Russian)

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Пермского края и Российского научного фонда, проект № 24-21-20026.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Вклад автора 100 %.

Funding. The work was carried out with the financial support of the Perm Region and the Russian Science Foundation, project No. 24-21-20026.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.