Тарасова, А.С. Влияние изменения коэффициента термического расширения на термомеханическую деформацию цилиндров с ауксетичностью в плоскости на основе повторно-входящих ячеек / А.С. Тарасова, М.А. Ташкинов. – DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.06 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 6. – С. 60–71.

Perm Polytech Style: Tarasova A.S., Tashkinov M.A. Effect of Variation of Coefficient of Thermal Expansion on Thermomechanical Deformation of Cylindrical In-plane Auxetics Based on Re-Entrant Cells. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 6, pp. 60-71. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.06

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 6, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.6.06
УДК 539.371

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕРМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ НА ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ЦИЛИНДРОВ С АУКСЕТИЧНОСТЬЮ В ПЛОСКОСТИ НА ОСНОВЕ ПОВТОРНО-ВХОДЯЩИХ ЯЧЕЕК

А.С. Тарасова, М.А. Ташкинов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 10 ноября 2024 г.
Одобрена: 21 ноября 2024 г.
Принята к публикации:
16 декабря 2024 г.

Ключевые слова:

механические метаматериалы, цилиндрические решетчатые структуры, ауксетики, отрицательный коэффициент Пуассона, термоупругость, повторно-входящая ячейка.

АННОТАЦИЯ

Активное развитие механических метаматериалов в настоящее время привело к широкому применению ауксетичных структур в различных приложениях, отличающихся условиями нагружения. В данном исследовании изучается термомеханическое поведение новых цилиндрических ауксетичных решетчатых структур путем анализа взаимосвязи между их деформационными характеристиками и коэффициентом термического расширения (КТР) материала. В отличие от традиционных ауксетичных цилиндров, плоскость ауксетичности разработанных моделей расположена перпендикулярно оси цилиндра, что определяет специфику их поведения. Для понимания поведения ауксетичных решеток под комбинированными термическими и механическими нагрузками были проведены вычислительные эксперименты на основе метода конечных элементов (МКЭ). Исследовались деформации как прямоугольных, так и цилиндрических решетчатых структур. Получены и сравнены зависимости поперечной деформации от КТР. Оценено влияние КТР на структурный коэффициент Пуассона прямоугольных ауксетичных решеток, являющегося ключевым параметром, характеризующим ауксетичное поведение структуры при термомеханическом нагружении. Проверена возможность моделирования механического поведения ауксетичных цилиндров с помощью ортотропной механической модели материала с эффективными свойствами. Константы для задания такой модели материала получены путем моделирования численного эксперимента на растяжение и сдвиг прямоугольных ауксетичных решеток вдоль осей координат. Используя пример с искусственными свойствами материала, было показано, что преобладающий механизм деформации, вызванный противодействующим влиянием механической и термической нагрузки, может контролироваться путем выбора материала с подходящим КТР. Это позволяет регулировать отклик структуры на изменение температуры и механическую нагрузку. Такие результаты могут быть использованы для создания цилиндрических ауксетичных решетчатых структур, подверженных механическим и термическим деформациям, в приложениях, где требуется контролируемый термомеханический отклик.

© **Тарасова Анастасия Сергеевна** – асп., м. н. с. НИЛ «Механика биосовместимых материалов и устройств», ассистент кафедры «Динамика и прочность машин», e-mail: a.tarasova@pstu.ru.
Ташкинов Михаил Анатольевич – к. ф.-м. н., доцент кафедры «Динамика и прочность машин», заведующий НИЛ «Механика биосовместимых материалов и устройств», e-mail: m.tashkinov@pstu.ru.

Anastasia S. Tarasova – postgraduate student, Junior Researcher, Laboratory of Mechanics of Biocompatible Materials and Devices, Assistant of the Department of Dynamics and Strength of Machines, e-mail: a.tarasova@pstu.ru.
Mikhail A. Tashkinov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, Head of Laboratory of Mechanics of Biocompatible Materials and Devices, e-mail: m.tashkinov@pstu.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

EFFECT OF VARIATION OF COEFFICIENT OF THERMAL EXPANSION ON THERMOMECHANICAL DEFORMATION OF CYLINDRICAL IN-PLANE AUXETICS BASED ON RE-ENTRANT CELLS

A.S. Tarasova, M.A. Tashkinov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 10 November 2024
Approved: 21 November 2024
Accepted for publication:
16 December 2024

Keywords:

mechanical metamaterials, cylindrical lattice structures, auxetics, negative Poisson's ratio, thermoelasticity, re-entrant cell.

ABSTRACT

Active development of mechanical metamaterials has currently led to the widespread application of auxetic structures in various applications with differing loading conditions. This research explores thermomechanical behaviour of novel in-plane cylindrical auxetic lattice structures by studying the correlation between their deformational characteristics and the coefficient of thermal expansion (CTE) of the material. Unlike traditional auxetic cylinders, the plane of auxeticity in the developed models is oriented perpendicular to the cylinder axis, which defines their specific behavior. To understand the behavior of auxetic lattices under combined thermal and mechanical loads, computational experiments were conducted based on the finite element method (FEM). Deformations of both rectangular and cylindrical lattice structures were investigated. The relationships between transverse deformation and CTE were obtained and compared. The influence of CTE on the structural Poisson's ratio of rectangular auxetic lattices was assessed, which is a key parameter characterizing the auxetic behavior of the structure under thermomechanical loading. The feasibility of modeling the mechanical behavior of auxetic cylinders using an orthotropic mechanical model with effective material properties was verified. The constants for defining such a material model were obtained by simulating a numerical experiment on tensile and shear testing of the rectangular auxetic lattices along coordinate axes. Using an example with artificial material properties, it was demonstrated that the predominant deformation mechanism, caused by the opposing effects of mechanical and thermal loads, can be controlled by selecting a material with an appropriate CTE. This allows for regulating the structural response to changes in temperature and mechanical load. Such results can be utilized for creating cylindrical auxetic lattice structures subjected to mechanical and thermal deformations in applications requiring controlled thermomechanical responses.

Введение

Механические метаматериалы – это искусственно созданные структуры с необычными свойствами, которые зависят не только от состава материала, но и от микроархитектуры и пространственной организации элементарных ячеек. Сегодня область механических метаматериалов очень широка и включает материалы с отрицательным [1] и нулевым коэффициентом Пуассона [2], отрицательной жесткостью [3], отрицательной сжимаемостью [4] и другими свойствами [5]. Значительный прогресс в 3D-печати как на микро-, так и на макроуровне сыграл ключевую роль в развитии этой области. Возможность создавать сложные конструкции метаматериалов является одним из самых перспективных преимуществ аддитивного производства.

Метаматериалы с отрицательным коэффициентом Пуассона, также известные как ауксетичные материалы, являются наиболее изученным типом механических метаматериалов [2; 6–9]. Они расширяются в поперечном направлении при продольном растяжении и сжимаются при сжатии. Этот механизм деформации эффективно обеспечивает высокую ударную прочность [10–13], поглощение энергии [6; 14], и сопротивление сдвигу [15]. Благодаря этим преимуществам ауксетичные метаматериалы имеют большой потенциал в различных областях, особенно в авиации [16], спортивных приложениях [17], электронике [18], автомобильной промышленности [19], биомедицинской инженерии [20] и других. Создание ауксетичных структур с различными формами и управляемым механическим поведением может быть основано на широком спектре конструкций ауксетичных ячеек, включая повторно-входящие [6; 14], хиральные [21–23], двойная стрелка [24] и другие типы ячеек.

Существуют различные варианты цилиндрических ауксетичных структур. Например, осесимметричные ауксетики могут быть образованы вращением изогнутой ауксетичной элементарной ячейки [25–30]. В настоящее время в опубликованных работах осесимметричные ауксетики в основном испытывались под осевым сжатием [31] или ударной нагрузкой [32]. Также были проведены испытания свойств ауксетиков, заключенных в цилиндр путем перемещения ячеек в окружном и осевом направлениях при осевой нагрузке [33–35]. Для улучшения механических свойств цилиндры из ауксетичных материалов заполнялись различными наполнителями [36]. Другим направлением исследований стали цилиндрические сэндвич-панели с ауксетичными сердечниками [37–40]. Существует также отдельный широкий класс ауксетиков среди материалов с кубической анизотропией [9].

Однако механическое поведение цилиндрических ауксетиков, у которых ауксетичная плоскость перпендикулярна оси цилиндра, практически не изучено. В данной работе исследуются новые конструкции ауксетиков

сетичных цилиндров, основанные на повторно-входящей ячейке в плоскости цилиндра. С помощью заданного алгоритма соединения вершин ауксетичной ячейки формируется структура, называемая ауксетичным кольцом, которое затем перемещается вдоль оси Z на несколько слоев с необходимым расстоянием между ними для получения пористого ауксетичного цилиндра. Также, обеспечивается геометрический градиент ауксетичного цилиндра от внутреннего радиуса до внешнего радиуса.

Целью работы является изучение механического отклика ауксетичного цилиндра с элементарной ячейкой в плоскости при приложении механической нагрузки и воздействии температуры, а также оценка деформации в плоскости ауксетичности в зависимости от коэффициента термического расширения материала решетки. Цилиндр, состоящий из двух плоских окружных ауксетичных слоев, соединенных вертикальными распорками, моделировался численно с использованием метода конечных элементов. Проведено сравнение с полым цилиндром, обладающим эффективными ауксетичными свойствами, рассчитанными на основе анализа регулярной повторно-входящей решетчатой структуры.

Геометрические и механические модели

Геометрия ауксетичного цилиндра основана на повторно-входящей ячейке, расположенной в плоскости цилиндра, со следующей комбинацией параметров: $a/b=1$, $\theta=14°$ (рис. 1). Трехмерная модель элементарной ячейки была разработана в Wolfram Mathematica путем определения координат решетки и порядка их соединения на основе запрограммированного алгоритма. Структурные элементы повторно-входящих ячеек были сформированы цилиндрами (распорками) и сферами (соединительными элементами).

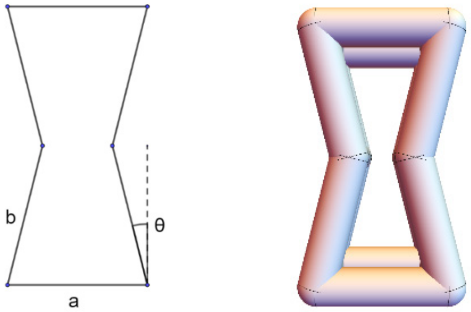


Рис. 1. Ауксетичная элементарная ячейка с осевой ориентацией

Fig. 1. Auxetic unit-cell with axial orientation

Размер отдельной ячейки, а также структурных элементов, можно контролировать путем установки соответствующего масштабирующего коэффициента. В качестве примера рассматривался цилиндр, состоящий из 9 ячеек на внутренней окружности, 4 рядов ячеек в радиальном направлении и 5 окружностей вдоль оси Z (рис. 2).

Также был исследован эффективный твердотельный цилиндр с ауксетичными свойствами, сохраняя геометрические параметры в соответствии с ауксетичным цилиндром. Эти свойства были определены путем анализа механического отклика решетчатой структуры на основе повторно-входящей элементарной ячейки с осевой ориентацией. Размер решетки составлял 30,9 мм × 30,9 мм × 3,9 мм, количество ячеек вдоль оси Y, количество столбцов вдоль оси X и количество рядов вдоль оси Z было: 7 × 5 × 1 (рис. 3) [41].

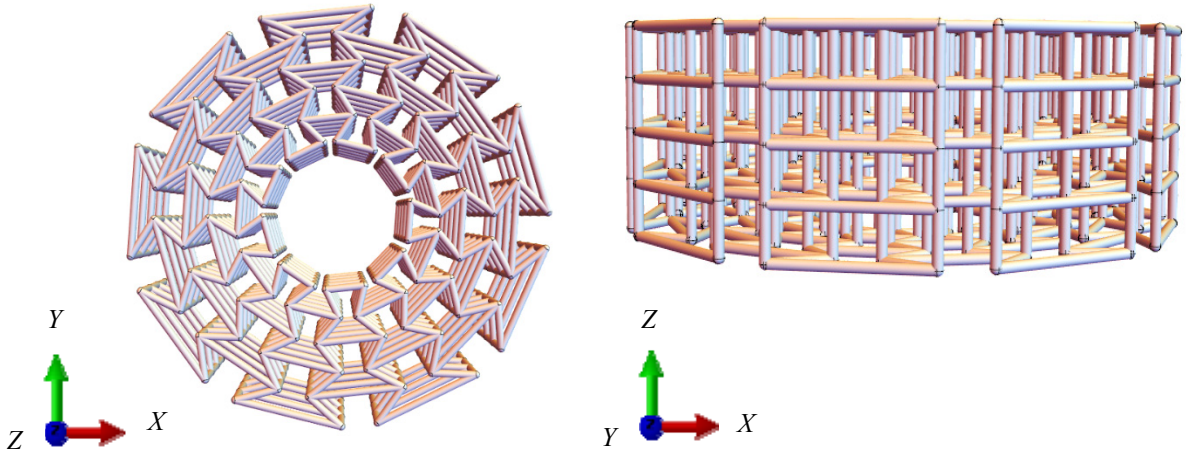


Рис. 2. Многослойный ауксетичный цилиндр

Fig. 2. Multilayer auxetic cylinder

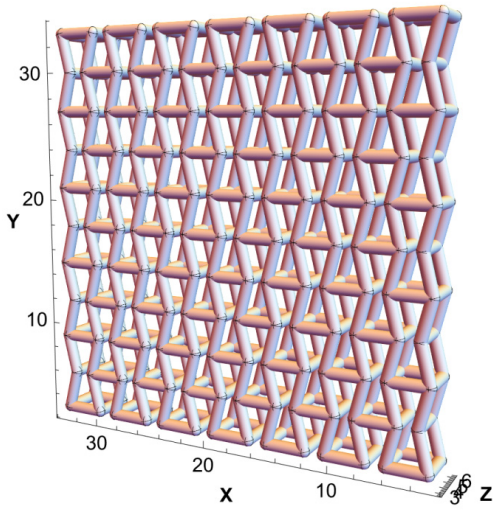


Рис. 3. Пористая повторно-входящая ауксетичная решетка

Fig. 3. Porous re-entrant auxetic lattice

В рамках этого исследования было применено два метода дискретизации с помощью метода конечных элементов. Конечно-элементная модель ауксетичной решетки была создана с использованием инструментов генерации сеток OpenCASCADE, интегрированных в Wolfram Mathematica. Этот метод позволяет создавать 2D-триангуляции для структур типа Boolean, которые впоследствии могут служить основой для тетраэдрической объемной сетки. Однако для дискретизации ауксетичного цилиндра этот подход слишком вычислительно затратен как с точки зрения генерации сетки, так и количества конечных элементов. Для решения этих проблем была разработана процедура разбиения сеткой в два этапа. На первом этапе обе фазы разбиваются сеткой с использованием регулярной сетки на основе вокселей, стандартной техники для анализа конечных элементов структур со сложной геометрией. Значительным недостатком воксельных сеток является наличие острых краев вдоль границ из-за кубической формы вокселей. Чтобы получить более плавную тетраэдрическую сетку, на втором этапе к обеим фазам воксельной сетки применялся алгоритм Dual Marching Cubes, также реализованный в Wolfram Mathematica. Этот итерационный алгоритм предназначен для создания плавных разделяющих поверхностей для двоичных дискретных объемов, часто генерируемых алгоритмами сегментации [42; 43]. Затем конечно-элементные модели были перенесены в SIMULIA Abaqus Standard для численного анализа.

Для анализа деформационного поведения ауксетичных структур были сделаны следующие предположения:

1. Изотропный материал: Материал обладает однородными свойствами во всех направлениях.

2. Сплошная структура: Материал решетчатой структуры рассматривается как сплошной, без каких-либо зазоров или пустот.

С учетом этих предположений задача определения деформационного поведения ауксетичных структур может быть сформулирована следующим образом:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0\,, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u}\nabla\right), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций. Тепловая упругость моделируется с помощью дополнительного тензора деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^T$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^T\,, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{S}^e : \boldsymbol{\sigma} = \frac{3\nu}{E}\sigma\mathbf{I} + \frac{1+\nu}{E}\boldsymbol{\sigma}\,, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \alpha \Delta T \mathbf{I}\,, \tag{5}$$

где $\sigma = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})$ (ур. 4) среднее нормальное напряжение тензора напряжений; α – коэффициент термического расширения (КТР), измеряемый в [1/°C], который показывает, насколько материал расширится или сократится на каждый градус изменения температуры; $\mathbf{I}$ – единичный тензор второго порядка; $\Delta T = T - T_0$, где T – температура тела в [°C] и T_0 – температура, при которой материал считается находящимся в своем «ненапряженном» состоянии, то есть без термического расширения или сжатия.

Для численного моделирования ауксетичных структур использовалась искусственная модель материала, в которой изменялись коэффициенты термического расширения. Эти характеристики материала представлены в таблице.

Характеристики материала

Material properties

Плотность, т/мм^3	$1{,}25 \cdot 10^{-9}$
Модуль Юнга, МПа	2620
Коэффициент Пуассона	0,36
Коэффициент термического расширения [1/°C], 10^{-5}	1,70
	0,34
	0,68
	1,70
	3,40
	6,80

Результаты и дискуссия

Чтобы отдельно изучить термическую составляющую деформации ауксетиков под воздействием нагрева, был рассмотрен частный случай теплового расширения ауксетичной решетки. Граничные условия были заданы следующим образом: перемещение вдоль оси *Y* было ограничено для верхней и нижней поверхностей. Температурное нагружение 200 °C было приложено ко всей структуре (рис. 4).

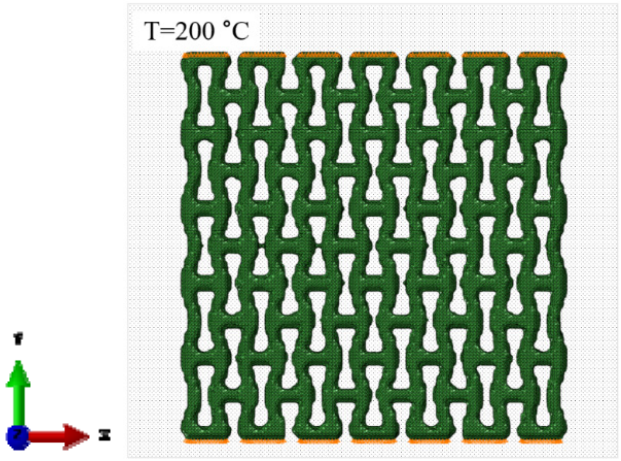


Рис. 4. Граничные условия для нагрева ауксетичной решетки: перемещение верхней и нижней поверхностей вдоль оси *Y* ограничено

Fig. 4. Boundary conditions for heating of the auxetic lattice: movement of top and bottom faces along the Y-axis was restricted

Линейная зависимость поперечной деформации, измеренной вдоль оси *X*, от коэффициента термического расширения показана на рис. 5. Для получения поперечной деформации измеряется первоначальная ширина решетки вдоль отмеченной линии AB и ее изменение после приложения нагружения.

График показывает, что при изменении КТР в пределах определенного диапазона значений поперечная деформация увеличивается пропорционально. Рост значения КТР способствует поперечному расширению решетчатой структуры при нагреве, увеличивая ее ауксетичность, т.е. степень расширения при механическом нагружении. Это можно использовать как дополнительный механизм управления эффективным механическим откликом, как показано далее.

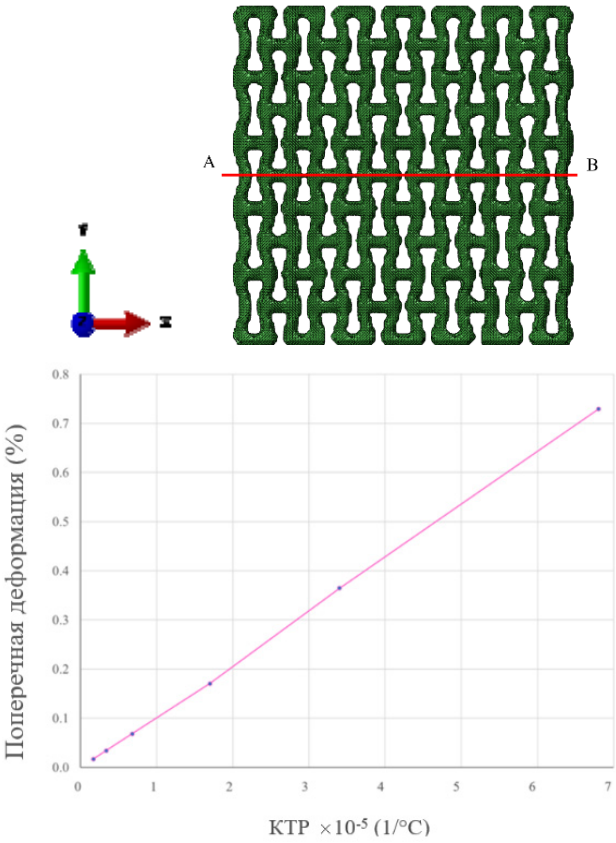


Рис. 5. Зависимость поперечной деформации (линия AB) от КТР при приложенной температуре 200 °C

Fig. 5. Dependence of transverse strain (line AB) on the coefficient of thermal expansion under the applied temperature of 200 °C

Рассматривался случай комбинированной нагрузки, включающий в себя нагрев и растягивающее перемещение: структура нагревалась до 200 °C, а к верхней поверхности прикладывалась растягивающая нагрузка 0,5 мм, при этом нижняя поверхность была закреплена вдоль оси *Y* (рис. 6).

Зависимость структурного коэффициента Пуассона (измеренного вдоль линии AB – по середине решетки) от КТР показана на рис. 7. Коэффициент Пуассона уменьшается с увеличением коэффициента термического расширения при условии, что растягивающее перемещение и температура остаются неизменными. Дополнительно для иллюстрации концепции представлен график, показывающий приложение только растягивающего перемещения.

При сравнении графиков для растягивающего перемещения и комбинированной термомеханической нагрузки очевидно, что нагрев значительно влияет на структурный коэффициент Пуассона. Приложение дополнительной температурной нагрузки может привести к снижению структурного коэффициента Пуассона в диапазоне от 6,3 до 100 %. Кроме того, анализируя гра-

фик, полученный для случая нагрузки и нагрева ауксетичной решетки, было обнаружено, что увеличение коэффициента теплового расширения (КТР) в 10 раз по отношению к выбранному начальному значению $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ 1/°C привело к значению КТР $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ 1/°C и уменьшению коэффициента Пуассона на 18,5 %. Когда значение КТР было увеличено в 40 раз (КТР = $= 6{,}8 \cdot 10^{-5}$ 1/°C), полученное снижение коэффициента Пуассона составило 86,6 %.

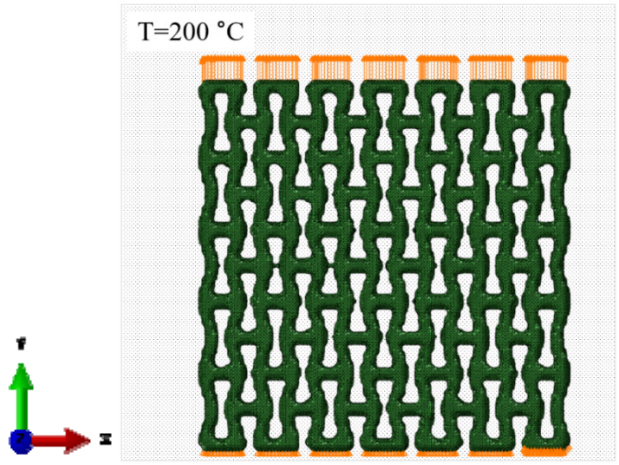


Рис. 6. Граничные условия для одновременного нагрева (200 °C) и растяжения (0,5 мм) ауксетичной решетки с закрепленной нижней поверхностью вдоль оси *Y*

Fig. 6. Boundary conditions for simultaneous heating (200 °C) and tension of the auxetic lattice (0.5 mm) with constrained bottom face along the *Y* axis

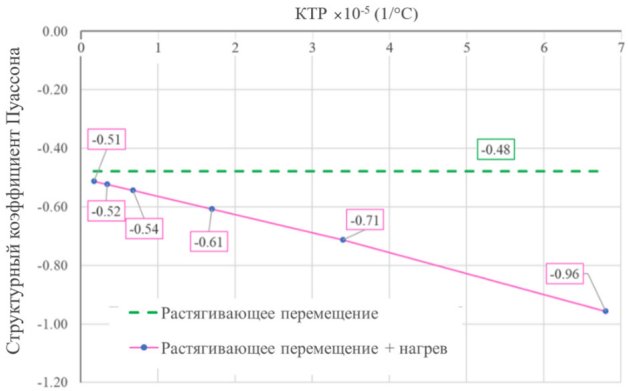
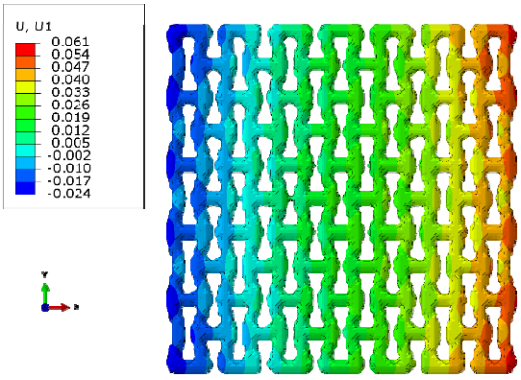


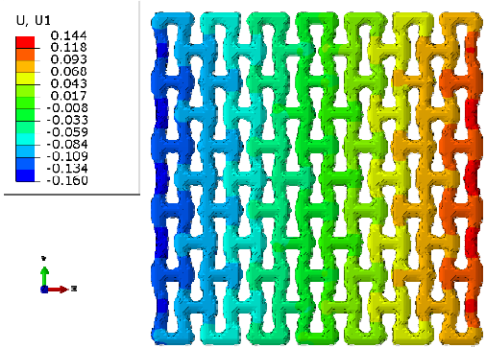
Рис. 7. Зависимость коэффициента Пуассона (линия AB) от КТР при растягивающем перемещении; приложенная температурная нагрузка и растягивающее перемещение

Fig. 7. Dependence of Poisson's ratio (line AB) on the coefficient of thermal expansion under tensile displacement; applied temperature load and tensile displacement

Были проанализированы поля распределения перемещений u1 вдоль оси *X* для температурной нагрузки (рис. 8, *a*) и для комбинированной нагрузки (рис. 8, *b*). Полученные результаты демонстрируют положительный комбинированный эффект увеличения КТР материала и ауксетичной структуры на увеличение абсолютной величины отрицательного коэффициента Пуассона решетчатой структуры.



a

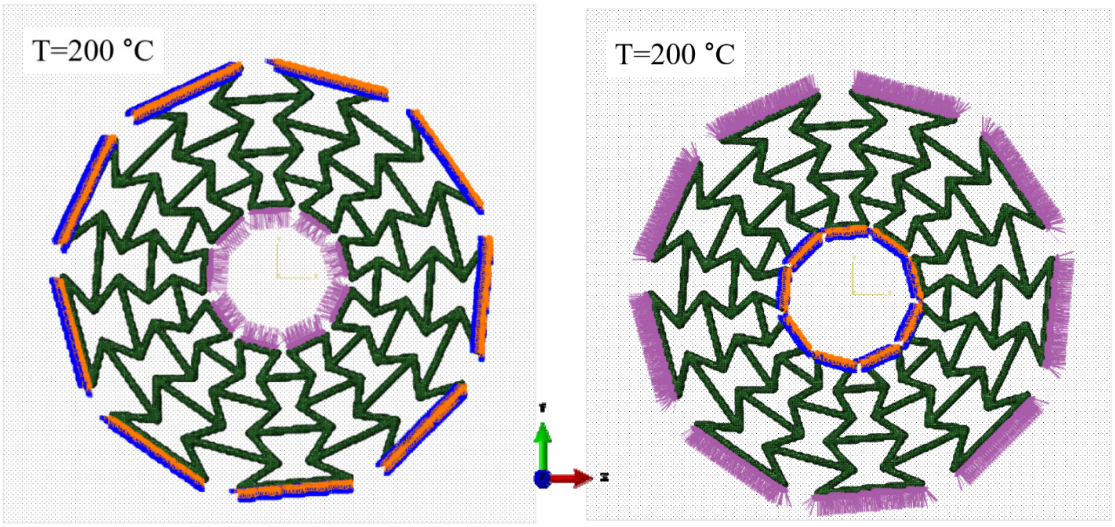


b

Рис. 8. Поля распределения перемещения вдоль оси *X* при приложении (*a*) температуры и (*b*) температуры и растягивающего перемещения

Fig. 8. Fields of displacement distribution along the *X*-axis applying (*a*) temperature and (*b*) temperature and tensile displacement

Также было изучено влияние изменения КТР материала на структурную деформацию ауксетичных цилиндров. Геометрия и свойства материалов структур соответствовали моделям, представленным в предыдущем разделе. Геометрические размеры цилиндров были следующими: внешний радиус 14,2 мм, внутренний радиус 4,6 мм и высота 10,4 мм. Комбинированный термомеханический отклик ауксетичных цилиндров представлял интерес в связи с потенциальной возможностью управления их деформированным состоянием. Были рассмотрены два случая нагрузки: внутреннее равномерное распределенное давление с фиксированной внешней поверхностью и внешнее распределенное давление с фиксированной внутренней поверхностью. Значение распределенного давления было эквивалентно силе 100 Н. В обоих случаях механическая нагрузка дополнялась тепловым равномерным нагревом до температуры 200 °C, как в ранее рассмотренных случаях (рис. 9).



a *b*

Рис. 9. Комбинированное нагружение ауксетичного цилиндра: (*a*) внутренне давление и равномерный нагрев, (*b*) внешнее давление и равномерный нагрев

Fig. 9. Combined loading of an auxetic cylinder: (*a*) internal pressure and uniform heating, (*b*) external pressure and uniform heating

Проводилось несколько измерений толщины цилиндра (разность между внешним и внутренним радиусами цилиндра): два измерения вдоль оси *X* в положительном и отрицательном направлениях, а также вдоль оси *Y* относительно центра (оси) цилиндра. Из четырех измеренных вариантов использовалось среднее значение для получения радиальной деформации цилиндра, то есть изменения толщины цилиндра относительно первоначального значения (рис. 10).

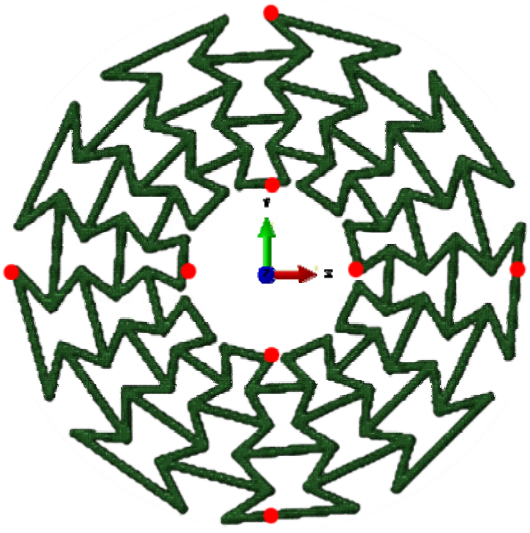


Рис. 10. Толщина цилиндра находится между красными точками

Fig. 10. Cylinder thickness is located between red dots

Получены графики, иллюстрирующие зависимость радиальной деформации (в процентах) от коэффициента термического расширения. На них показано, расширилась ли структура (значение по оси *Y* больше 0) или сжалась (значение по оси *Y* меньше 0) при изменении КТР. Оба графика имеют схожую тенденцию: влияние термического расширения начинает преобладать, приводя к расширению цилиндра, несмотря на приложенное сжимающее давление (рис. 11).

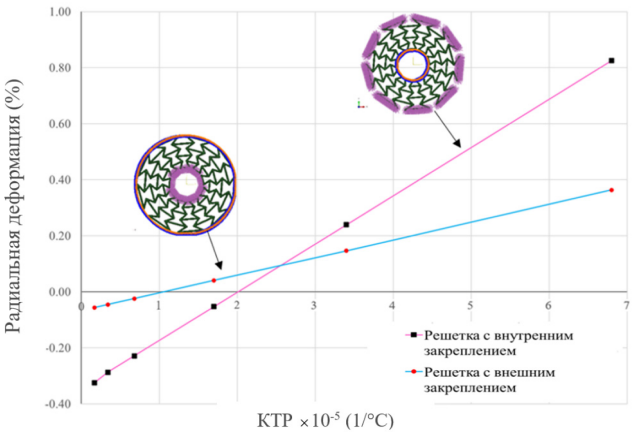


Рис. 11. Зависимость радиальной деформации цилиндра от КТР при двух вариантах приложенной механической нагрузки и температуре 200 °C

Fig. 11. Dependence of the radial strain of the cylinder on the CTE under two cases of the applied mechanical load and temperature of 200 ℃

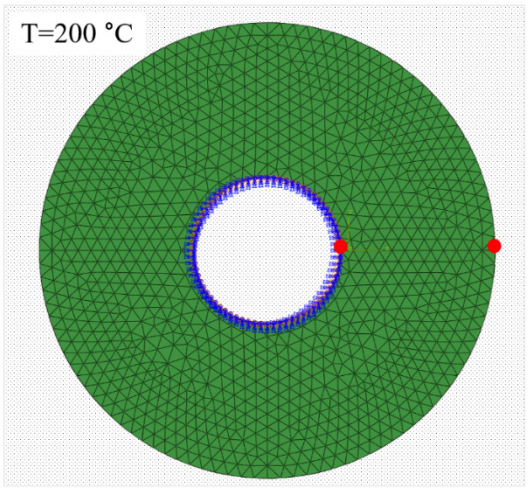
Полученные зависимости не похожи в случаях внутреннего и внешнего приложенного давления. Из-за градиента размера ячеек (увеличение размера ячеек от внутреннего диаметра к внешнему диаметру) ауксетичный цилиндр деформируется значительнее при приложении внешнего давления. Начальная точка графика

ниже (значение деформации в 5 раз меньше), чем для случая приложения внутреннего давления. По мере увеличения КТР его влияние на деформационное поведение в условиях сложного нагружения также увеличивается. Под действием температуры ауксетик с фиксированной внутренней поверхностью деформируется значительнее (приблизительно на 130 % разница в деформации), по сравнению со случаем с фиксированной внешней поверхностью.

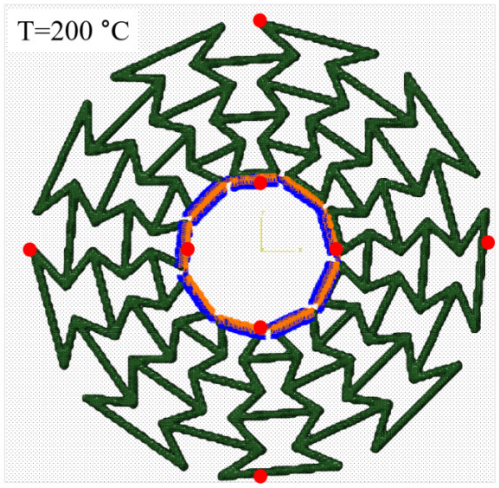
Для обоих рассмотренных случаев нагружения радиальная деформация при более низких значениях КТР (менее $1{,}1\cdot10^{-5}$ 1/°C для фиксированной внешней поверхности и менее $2{,}0\cdot10^{-5}$ 1/°C для фиксированной внутренней поверхности) была меньше нуля, что означает, что приложенное давление оказывало влияние сильнее, чем термическое расширение при нагревании, заставляя ауксетичный цилиндр сжиматься. Точка перехода, когда термические и механические деформации находились в равновесии, наблюдалась при значении КТР $1{,}1\cdot10^{-5}$ 1/°C и $2{,}0\cdot10^{-5}$ 1/°C соответственно, для ауксетичного цилиндра с фиксированными внешней и внутренней поверхностями. При коэффициенте термического расширения (КТР) $2{,}6\cdot10^{-5}$ 1/°C графики пересекаются, указывая, что оба сценария демонстрируют одинаковое значение деформации, приблизительно 0,1 %.

Кроме того, был проанализирован характер поведения ауксетичного цилиндра и сплошного цилиндра с эффективными ауксетичными свойствами при равномерном нагревании, приложенном ко всему объему ауксетичной решетки и эффективного цилиндра. Перемещения внутренней поверхности были ограничены (рис. 12). Изучено влияние изменения КТР материала на радиальную деформацию цилиндров.

В численном моделировании цилиндров с эффективными свойствами упругие константы материала задавались как ортотропная модель материала (уравнения 6 и 7). Ортотропия эффективных свойств заключается в том, что эффективный сплошной цилиндр имеет различные свойства в трех перпендикулярных направлениях, так как свойства ауксетичной решетки также различны. Необходимые девять независимых параметров упругой жесткости D были получены из результатов численных расчетов растяжения и сдвига решетчатой ауксетичной структуры (рис. 3) в разных направлениях декартовой системы координат. Проведены расчеты на растяжение для получения модулей Юнга (E_1, E_2, E_3) вдоль трех перпендикулярных осей (1 – ось *X*, 2 – ось *Y*, 3 – ось *Z*). Также были определены структурные коэффициенты Пуассона ν_{12}, ν_{21}, ν_{23}, ν_{32}, ν_{13}, ν_{31}, где первый индекс – направление поперечной деформации, второй индекс – направление, вдоль которого прикладывается продольное нагружение. Например, коэффициент Пуассона решетчатой структуры ν_{12} был рассчитан по формуле (9), где ε_{11} – поперечная деформация, ε_{22} – продольная деформация. По результатам расчетов на сдвиг получены модули сдвига G_{23}, G_{31}, G_{12}, индексы обозначают плоскость, в которой происходит сдвиг. Полученный тензор представлен в уравнении (10). Матрица ортотропных свойств был назначена конечным элементам сплошного цилиндра с учетом вращения локальной системы координат.



a



b

Рис. 12. Температурное нагружение (200 °C) с закрепленной внутренней поверхностью: (*a*) эффективный и (*b*) решетчатый ауксетичный цилиндры

Fig. 12. Temperature loading (200 °C) with fixed inner surface: (*a*) effective and (*b*) lattice auxetic cylinders

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0\\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0\\ D_{3311} & D_{3322} & D_{3333} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & D_{2323} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1212}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix},(6)$$

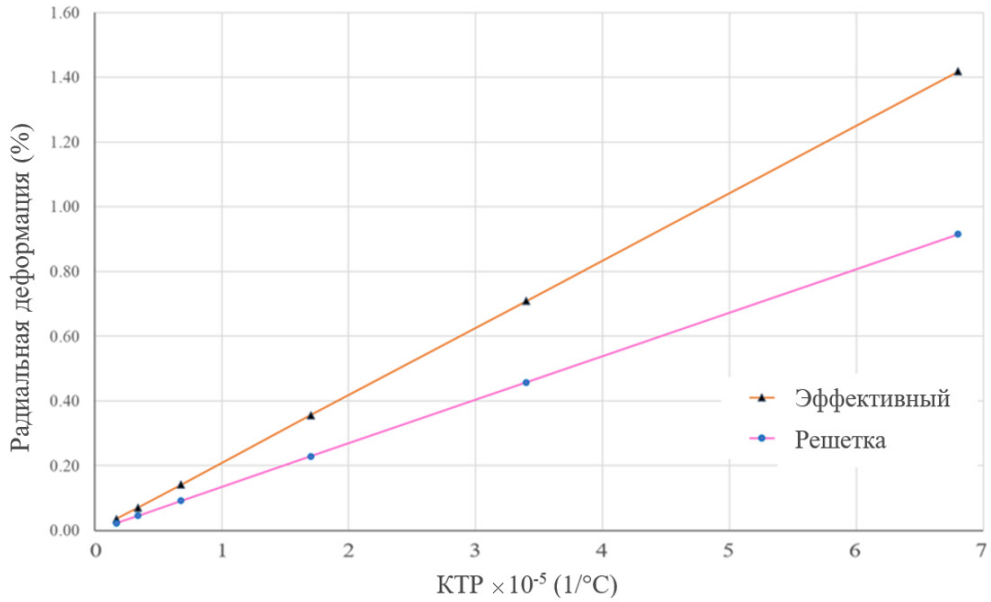


Рис. 13. Зависимость радиальной деформации цилиндра от значения КТР при нагревании до 200 °C при фиксированной внутренней поверхности для эффективного и решетчатого ауксетичного цилиндра

Fig. 13. Dependence of the radial strain on initial value of CTE under heating of 200 °C with fixed inner surface for effective and auxetic lattice cylinder

$$D=\begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}}{E_2E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\Delta=\left(1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{13}\nu_{31}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}\right)/\left(E_1E_2E_3\right). \quad (8)$$

$$\nu_{12}=-\varepsilon_{11}/\varepsilon_{22}, \quad (9)$$

$$D=\begin{bmatrix} 614.55 & -6.01 & 37.74 & 0 & 0 & 0 \\ -5.02 & 106.88 & 2.01 & 0 & 0 & 0 \\ 37.28 & 7.09 & 623.96 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 113.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13.82 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 110.07 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Зависимость радиальной деформации цилиндров от КТР для эффективного и ауксетичного цилиндров представлена на рис. 13.

График, описывающий механическое поведение цилиндра с эффективными ауксетичными свойствами, не соответствует графику решетчатого цилиндра. Это указывает на то, что предлагаемая ортотропная модель материала не отражает структурные деформации решетчатого ауксетичного цилиндра, и для понимания основного деформационного поведения требуется явное моделирование решетки. Однако для обеих моделей сохраняется одинаковая тенденция линейного расширения цилиндра с увеличением КТР материала.

Заключение

Проведен ряд численных исследований для изучения комбинированного термомеханического поведения новых ауксетичных структур. Изучалось влияние коэффициента термического расширения на механические характеристики ауксетичных решеток. Их поведение при температурной нагрузке, а также при комбинированной нагрузке (температура и приложенное давление) исследовалось с изменением коэффициента термического расширения и граничных условий. Проведены численные расчеты для определения механических констант для задания ортотропной модели эффективного ауксетичного цилиндра, механический отклик которого также сравнивался с откликом решетчатого ауксетичного цилиндра.

Было показано, что изменения свойств материала, приводящие к изменению КТР, могут значительно влиять на эффективный структурный отклик цилиндров с ауксетичностью в плоскости, что приводит к переходу от сжатия к расширению при сохранении геометрических свойств решетки.

Эти результаты дают ценную информацию о термомеханическом поведении ауксетичных структур и предполагают их потенциал в качестве перспективных материалов для инженерных применений, требующих контролируемого термомеханического отклика, особенно в конструкциях, подверженных механическим и термическим деформациям.

Библиографический список

1. Skripnyak, V.V. Modeling the mechanical response of auxetic metamaterials to dynamic effects / V.V. Skripnyak, M.O. Chirkov, V.A. Skripnyak // PNRPU Mech. Bull. – 2021. – Vol. 2021, no. 2. – P. 144–152. DOI: 10.15593/PERM.MECH/2021.2.13

2. Qin, Q. Structural Mechanics of cylindrical fish-cell zero Poisson's ratio metamaterials / Q. Qin, I. Dayyani, P. Webb // Compos. Struct. – 2022. – Vol. 289. – P. 115455. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2022.115455

3. Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review / X. Yu [et al.] // Prog. Mater. Sci. – 2018. – Vol. 94. – P. 114–173. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2017.12.003

4. A multifunctional three-dimensional lattice material integrating auxeticity, negative compressibility and negative thermal expansion / Y. Yao [et al.] // Compos. Struct. – 2024. – Vol. 337, no. March. DOI: 10.1016/j.compstruct.2024.118032

5. Auxetic mechanical metamaterials with symmetry-broken Re-entrant units / A. Montazeri [et al.] // Int. J. Mech. Sci. – 2024. – Vol. 266. – P. 108917. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2023.108917

6. Balan, P.M. Auxetic mechanical metamaterials and their futuristic developments: A state-of-art review / P.M. Balan, A.J. Mertens, M.V.A.R. Bahubalendruni // Mater. Today Commun. – 2023. – Vol. 34, no. October 2022. – P. 105285. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2022.105285

7. Zheng, X. A mathematically defined 3D auxetic metamaterial with tunable mechanical and conduction properties / X. Zheng, X. Guo, I. Watanabe // Mater. Des. – 2021. – Vol. 198. – P. 109313. DOI: 10.1016/J.MATDES.2020.109313

8. Quasi-static crushing behavior of novel re-entrant circular auxetic honeycombs / C. Qi [et al.] // Compos. Part B Eng. – 2020. – Vol. 197. – P. 108117. DOI: 10.1016/J.COMPOSITESB.2020.108117

9. Gorodtsov, V.A. Auxetics among Materials with Cubic Anisotropy / V.A. Gorodtsov, D.S. Lisovenko // Mech. Solids. – 2020. – Vol. 55, no. 4. – P. 461–474. DOI: 10.3103/S0025654420040044

10. Wu, X. In-plane impact resistance enhancement with a graded cell-wall angle design for auxetic metamaterials / X. Wu, Y. Su, J. Shi // Compos. Struct. – 2020. – Vol. 247. – P. 112451. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2020.112451

11. Li, T. Enhancing indentation and impact resistance in auxetic composite materials / T. Li, F. Liu, L. Wang // Compos. Part B Eng. – 2020. – Vol. 198, no. July. – P. 108229. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108229

12. Experimental Investigation of the Properties of Auxetic and Non-Auxetic Metamaterials Made of Metal During Penetration of Rigid Strikers / S.Y. Ivanova [et al.] // Mech. Solids. – 2023. – Vol. 58, no. 2. – P. 524–528. DOI: 10.3103/S0025654422601616

13. Studying the Properties of Metamaterials with a Negative Poisson's Ratio when Punched by a Rigid Impactor / S.Y. Ivanova [et al.] // Mech. Solids. – 2023. – Vol. 58, no. 5. – P. 1536–1544. DOI: 10.3103/S0025654423600897

14. A simple 3D re-entrant auxetic metamaterial with enhanced energy absorption / X.C. Teng [et al.] // Int. J. Mech. Sci. – 2022. – Vol. 229, no. July. – P. 107524. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107524

15. Jin, S. Shear resistance of an auxetic chiral mechanical metamaterial / S. Jin, Y.P. Korkolis, Y. Li // Int. J. Solids Struct. – 2019. – Vol. 174–175. – P. 28–37. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.06.005

16. Chiral topologies for composite morphing structures – Part II: Novel configurations and technological processes / A. Airoldi [et al.] // Phys. Status Solidi Basic Res. – 2015. – Vol. 252, no. 7. – P. 1446–1454. DOI: 10.1002/pssb.201584263

17. Review of auxetic materials for sports applications: Expanding options in comfort and protection / O. Duncan [et al.] // Appl. Sci. – 2018. – Vol. 8, no. 6. DOI: 10.3390/app8060941

18. Weng, L. Analytical model of Li-ion diffusion-induced stress in nanowire and negative Poisson's ratio electrode under different operations / L. Weng, J. Zhou, R. Cai // Int. J. Mech. Sci. – 2018. – Vol. 141. – P. 245–261. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2018.04.013

19. Structure design and multi-objective optimization of a novel NPR bumper system / C.Y. Wang [et al.] // Compos. Part B Eng. – 2018. – Vol. 153, no. April. – P. 78–96. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.07.024

20. Rationally designed meta-implants: A combination of auxetic and conventional meta-biomaterials / H.M.A. Kolken [et al.] // Mater. Horizons. – 2018. – Vol. 5, no. 1. – P. 28–35. DOI: 10.1039/c7mh00699c

21. Auxetic response of additive manufactured cubic chiral lattices at large plastic strains / C. Iantaffi [et al.] // Mater. Des. – 2023. – Vol. 233, no. May. – P. 112207. DOI: 10.1016/j.matdes.2023.112207

22. Programmable mechanical metamaterials based on hierarchical rotating structures / X. Li [et al.] // Int. J. Solids Struct. – 2021. – Vol. 216. – P. 145–155. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.01.028

23. Novel 3D auxetic lattice structures developed based on the rotating rigid mechanism / Y. Gao [et al.] // Int. J. Solids Struct. – 2021. – Vol. 233. – P. 111232. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2021.111232

24. Crashworthiness analysis of double-arrowed auxetic structure under axial impact loading / Q. Gao [et al.] // Mater. Des. – 2019. – Vol. 161. – P. 22–34. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.11.013

25. Carneiro, V.H. Axisymmetric auxetics / V.H. Carneiro, H. Puga // Compos. Struct. – 2018. – Vol. 204, no. April. – P. 438–444. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.07.116

26. Carneiro, V.H. Enhanced mechanical properties in cellular solids using axisymmetric configurations / V.H. Carneiro, H. Puga // Compos. Struct. – 2021. – Vol. 255, no. May 2020. – P. 112972. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112972

27. Yang, H. Design and characterization of axisymmetric auxetic metamaterials / H. Yang, L. Ma // Compos. Struct. – 2020. – Vol. 249, no. May. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112560

28. Development and characterisation of novel three-dimensional axisymmetric chiral auxetic structures / N. Novak [et al.] // J. Mater. Res. Technol. – 2022. – Vol. 17. – P. 2701–2713. DOI: 10.1016/j.jmrt.2022.02.025

29. Tubular auxetic structures: A review / R.A. Gomes [et al.] // Thin-Walled Struct. – 2023. – Vol. 188, no. February. – P. 110850. DOI: 10.1016/j.tws.2023.110850

30. Gao, Q. Energy absorption of thin walled tube filled with gradient auxetic structures-theory and simulation / Q. Gao, W.H. Liao // Int. J. Mech. Sci. – 2021. – Vol. 201. – P. 106475. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2021.106475

31. Design and characterization of novel bi-directional auxetic cubic and cylindrical metamaterials / Li J. [et al.] // Compos. Struct. – 2022. – Vol. 299, no. June. – P. 116015. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.116015

32. Multi-objective crashworthiness optimization for an auxetic cylindrical structure under axial impact loading / Q. Gao [et al.] // Mater. Des. – 2018. – Vol. 143. – P. 120–130. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.01.063

33. Deformation behaviors and energy absorption of auxetic lattice cylindrical structures under axial crushing load / Y. Guo [et al.] // Aerosp. Sci. Technol. – 2020. – Vol. 98. – P. 105662. DOI: 10.1016/j.ast.2019.105662

34. Effect of auxetic structures on crash behavior of cylindrical tube / W. Lee [et al.] // Compos. Struct. – 2019. – Vol. 208, no. October 2018. – P. 836–846. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.10.068

35. D. Han [et al.] Lightweight auxetic tubular metamaterials: Design and mechanical characteristics // Compos. Struct. – 2023. – Vol. 311, no. February. – P. 116849. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.116849

36. Mechanical properties of auxetic circular and square tubes filled with aluminum foam / R.Y. Huo [et al.] // Eng. Struct. – 2023. – Vol. 281, no. February. – P. 115732. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.115732

37. Gao, Q. Theoretical predictions of dynamic responses of cylindrical sandwich filled with auxetic structures under impact loading / Q. Gao, W.H. Liao, C. Huang // Aerosp. Sci. Technol. – 2020. – Vol. 107. – P. 106270. DOI: 10.1016/J.AST.2020.106270

38. Li, C. Postbuckling of pressure-loaded auxetic sandwich cylindrical shells with FG-GRC facesheets and 3D double-V meta-lattice core / C. Li, J. Yang, H.S. Shen // Thin-Walled Struct. – 2022. – Vol. 177, no. March. – P. 109440. DOI: 10.1016/j.tws.2022.109440

39. Allam, M.N.M. Hygrothermal deformation of spinning FG graphene sandwich cylindrical shells having an auxetic core / M.N.M. Allam, A.F. Radwan, M. Sobhy // Eng. Struct. – 2022. – Vol. 251, no. PA. – pp. 113433. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113433

40. Geometrically nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened circular cylindrical shells with negative poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer / P.H. Cong [et al.] // Int. J. Mech. Sci. – 2019. – Vol. 152, no. December 2018. – P. 443–453. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.12.052

41. Composites with Re-Entrant Lattice: Effect of Filler on Auxetic Behaviour / M. Tashkinov [et al.] // Polymers (Basel). – 2023. – Vol. 15, no. 20. – P. 4076. DOI: 10.3390/polym15204076

42. Nielson, G.M. Dual marching cubes / G.M. Nielson // IEEE Visualization 2004. – 2004. – P. 489–496. DOI: 10.1109/VISUAL.2004.28

43. Smooth Boundary Surfaces from Binary 3D Datasets / D. Cohen-Or [et al.] // Volume Graphics. – 2000. DOI: 10.1007/978-1-4471-0737-8_4

References

1. Skripnyak V. V., Chirkov M.O., Skripnyak V.A. Modeling the mechanical response of auxetic metamaterials to dynamic effects. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, 2021(2), pp. 144–152. DOI: 10.15593/PERM.MECH/2021.2.13

2. Qin Q., Dayyani I., Webb P. Structural Mechanics of cylindrical fish-cell zero Poisson's ratio metamaterials. *Compos. Struct.*, 2022, 289, pp. 115455. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2022.115455

3. Yu X., Zhou J., Liang H., Jiang Z., Wu L. Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review. *Prog. Mater. Sci.*, 2018, 94, pp. 114–173. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2017.12.003

4. Yao Y. et al. A multifunctional three-dimensional lattice material integrating auxeticity, negative compressibility and negative thermal expansion. *Compos. Struct.*, 2024, 337 (March). DOI: 10.1016/j.compstruct.2024.118032

5. Montazeri A., Saeedi A., Bahmanpour E., Mahnama M. Auxetic mechanical metamaterials with symmetry-broken Re-entrant units. *Int. J. Mech. Sci.*, 2024, 266, pp. 108917. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2023.108917

6. Balan P M., Mertens A J., Bahubalendruni M.V.A.R. Auxetic mechanical metamaterials and their futuristic developments: A state-of-art review. *Mater. Today Commun.*, 2023, 34 (October 2022), pp. 105285. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2022.105285

7. Zheng X., Guo X., Watanabe I. A mathematically defined 3D auxetic metamaterial with tunable mechanical and conduction properties. *Mater. Des.*, 2021, 198, pp. 109313. DOI: 10.1016/J.MATDES.2020.109313

8. Qi C., Jiang F., Remennikov A., Pei L.Z., Liu J., Wang J.S., Liao X.W., Yang S. Quasi-static crushing behavior of novel re-entrant circular auxetic honeycombs. *Compos. Part B Eng.*, 2020, 197, pp. 108117. DOI: 10.1016/J.COMPOSITESB.2020.108117

9. Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Auxetics among Materials with Cubic Anisotropy. *Mech. Solids*, 2020, 55(4), pp. 461–474. DOI: 10.3103/S0025654420040044.

10. Wu X., Su Y., Shi J. In-plane impact resistance enhancement with a graded cell-wall angle design for auxetic metamaterials. *Compos. Struct.*, 2020, 247, pp. 112451. DOI: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2020.112451

11. Li T., Liu F., Wang L. Enhancing indentation and impact resistance in auxetic composite materials. *Compos. Part B Eng.*, 2020, 198(July), pp. 108229. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108229

12. Ivanova S.Y., Osipenko K.Y., Kuznetsov V.A., Solovyov N.G., Banichuk N. V, Lisovenko D.S. Experimental Investigation of the Properties of Auxetic and Non-Auxetic Metamaterials Made of Metal During Penetration of Rigid Strikers. *Mech. Solids*, 2023, 58(2), pp. 524–528. DOI: 10.3103/S0025654422601616

13. Ivanova S.Y., Osipenko K.Y., Demin A.I., Banichuk N. V, Lisovenko D.S. Studying the Properties of Metamaterials with a Negative Poisson's Ratio when Punched by a Rigid Impactor. *Mech. Solids*, 2023, 58(5), pp. 1536–1544. DOI: 10.3103/S0025654423600897

14. Teng X.C., Ren X., Zhang Y., Jiang W., Pan Y., Zhang X.G., Zhang X.Y., Xie Y.M. A simple 3D re-entrant auxetic metamaterial with enhanced energy absorption. *Int. J. Mech. Sci.*, 2022, 229 (July), pp. 107524. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107524

15. Jin S., Korkolis Y.P., Li Y. Shear resistance of an auxetic chiral mechanical metamaterial. *Int. J. Solids Struct.*, 2019, 174–175, pp. 28–37. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.06.005

16. Airoldi A., Bettini P., Panichelli P., Sala G. Chiral topologies for composite morphing structures – Part II: Novel configurations and technological processes. *Phys. Status Solidi Basic Res.*, 2015, 252(7), pp. 1446–1454. DOI: 10.1002/pssb.201584263

17. Duncan O., Shepherd T., Moroney C., Foster L., Venkatraman P.D., Winwood K., Allen T., Alderson A. Review of auxetic materials for sports applications: Expanding options in comfort and protection. *Appl. Sci.*, 2018, 8(6). DOI: 10.3390/app8060941

18. Weng L., Zhou J., Cai R. Analytical model of Li-ion diffusion-induced stress in nanowire and negative Poisson's ratio electrode under different operations. *Int. J. Mech. Sci.*, 2018, 141, pp. 245–261. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2018.04.013

19. Wang C.Y., Wang W.W., Zhao W.Z., Wang Y., Zhou G. Structure design and multi-objective optimization of a novel NPR bumper system. *Compos. Part B Eng.*, 2018, 153 (April), pp. 78–96. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.07.024

20. Kolken H.M.A., Janbaz S., Leeflang S.M.A., Lietaert K., Weinans H.H., Zadpoor A.A. Rationally designed meta-implants: A combination of auxetic and conventional meta-biomaterials. *Mater. Horizons*, 2018, 5(1), pp. 28–35. DOI: 10.1039/c7mh00699c

21. Iantaffi C., Bele E., McArthur D., Lee P.D., Leung C.L.A. Auxetic response of additive manufactured cubic chiral lattices at large plastic strains. *Mater. Des.*, 2023, 233 (May), pp. 112207. DOI: 10.1016/j.matdes.2023.112207

22. Li X., Fan R., Fan Z., Lu Y. Programmable mechanical metamaterials based on hierarchical rotating structures. *Int. J. Solids Struct.*, 2021, 216, pp. 145–155. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.01.028

23. Gao Y., Wei X., Han X., Zhou Z., Xiong J. Novel 3D auxetic lattice structures developed based on the rotating rigid mechanism. *Int. J. Solids Struct.*, 2021, 233, pp. 111232. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2021.111232

24. Gao Q., Ge C., Zhuang W., Wang L., Ma Z. Crashworthiness analysis of double-arrowed auxetic structure under axial impact loading. *Mater. Des.*, 2019, 161, pp. 22–34. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.11.013

25. Carneiro V.H., Puga H. Axisymmetric auxetics. *Compos. Struct.,* 2018, 204(April), pp. 438–444. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.07.116

26. Carneiro V.H., Puga H. Enhanced mechanical properties in cellular solids using axisymmetric configurations. *Compos. Struct.*, 2021, 255 (May 2020), pp. 112972. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112972

27. Yang H., Ma L. Design and characterization of axisymmetric auxetic metamaterials. *Compos. Struct.* 2020, 249 (May). DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112560

28. Novak N., Mauko A., Ulbin M., Krstulović-Opara L., Ren Z., Vesenjak M. Development and characterisation of novel three-dimensional axisymmetric chiral auxetic structures. *J. Mater. Res. Technol.,* 2022, 17, pp. 2701–2713. DOI: 10.1016/j.jmrt.2022.02.025

29. Gomes R.A., de Oliveira L.A., Francisco M.B., Gomes G.F. Tubular auxetic structures: A review. *Thin-Walled Struct.,* 2023, 188 (February), pp. 110850. DOI: 10.1016/j.tws.2023.110850

30. Gao Q., Liao W.H. Energy absorption of thin walled tube filled with gradient auxetic structures-theory and simulation. *Int. J. Mech. Sci.*, 2021, 201, pp. 106475. DOI: 10.1016/J.IJMECSCI.2021.106475

31. Li J., Zhang Z.Y., Liu H.T., Wang Y.B. Design and characterization of novel bi-directional auxetic cubic and cylindrical metamaterials. *Compos. Struct.,* 2022, 299(June), pp. 116015. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.116015

32. Gao Q., Zhao X., Wang C., Wang L., Ma Z. Multi-objective crashworthiness optimization for an auxetic cylindrical structure under axial impact loading. *Mater. Des.*, 2018, 143, pp. 120–130. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.01.063

33. Guo Y., Zhang J., Chen L., Du B., Liu H., Chen L., Li W., Liu Y. Deformation behaviors and energy absorption of auxetic lattice cylindrical structures under axial crushing load. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2020, 98, pp. 105662. DOI: 10.1016/j.ast.2019.105662

34. Lee W., Jeong Y., Yoo J., Huh H., Park S.J., Park S.H., Yoon J. Effect of auxetic structures on crash behavior of cylindrical tube. *Compos. Struct.,* 2019, 208 (October 2018), pp. 836–846. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.10.068

35. Han D., Zhang Y., Zhang X.Y., Xie Y.M., Ren X. Lightweight auxetic tubular metamaterials: Design and mechanical characteristics. *Compos. Struct.*, 2023, 311 (February), pp. 116849. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.116849

36. Huo R.Y. et al. Mechanical properties of auxetic circular and square tubes filled with aluminum foam. *Eng. Struct.*, 2023, 281 (February), pp. 115732. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.115732

37. Gao Q., Liao W.H., Huang C. Theoretical predictions of dynamic responses of cylindrical sandwich filled with auxetic structures under impact loading. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2020, 107, pp. 106270. DOI: 10.1016/J.AST.2020.106270

38. Li C., Yang J., Shen H.S. Postbuckling of pressure-loaded auxetic sandwich cylindrical shells with FG-GRC facesheets and 3D double-V meta-lattice core. *Thin-Walled Struct.*, 2022, 177 (March), pp. 109440. DOI: 10.1016/j.tws.2022.109440

39. Allam M.N.M., Radwan A.F., Sobhy M. Hygrothermal deformation of spinning FG graphene sandwich cylindrical shells having an auxetic core. *Eng. Struct.*, 2022, 251(PA), pp. 113433. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113433

40. Cong P.H., Long P.T., Van Nhat N., Duc N.D. Geometrically nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened circular cylindrical shells with negative poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer. *Int. J. Mech. Sci.*, 2019, 152 (December 2018), pp. 443–453. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.12.052

41. Tashkinov M., Tarasova A., Vindokurov I., Silberschmidt V. V., Behaviour A., Tashkinov M., Tarasova A., Vindokurov I. Composites with Re-Entrant Lattice: Effect of Filler on Auxetic Behaviour. *Polymers (Basel)*, 2023, 15(20), pp. 4076. DOI: 10.3390/polym15204076

42. Nielson G.M. Dual marching cubes. *IEEE Visualization 2004, IEEE Comput. Soc*, 2004, pp. 489–496. DOI: 10.1109/VISUAL.2004.28

43. Cohen-Or D., Kadosh A., Levin D., Yagel R. Smooth Boundary Surfaces from Binary 3D Datasets. Volume Graphics, 2000. DOI: 10.1007/978-1-4471-0737-8_4

Финансирование. Исследование выполнено в Пермском национальном исследовательском политехническом университете в рамках Федеральной программы академического лидерства «Приоритет-2030». Вычислительные инструменты были разработаны при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на проведение фундаментальных научных исследований (проект FSNM-2024-0013).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Funding. The study was funded by Perm National Research Polytechnic University in the framework of the Federal Academic Leadership Program «Priority-2030». The computational tools were developed within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for basic scientific research (project no. FSNM-2024-0013).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.