Применение экспериментально-расчетного подхода для идентификации деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружениях / В.Г. Баженов, А.Ю. Константинов, С.С. Куканов, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.04 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 1. – С. 45–58.

Perm Polytech Style: Bazhenov V.G., Konstantinov A.Yu., Kukanov S.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Application of the Experimental-Calculation Approach for Identification of Deformation and Strength Characteristics of Elastic-Plastic Materials under Quasi- Static and Dynamic Loading. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 1, pp. 45-58. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.04

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 1, 2025
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.04
УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РАСЧЕТНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЕФОРМАЦИОННЫХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИЯХ

В.Г. Баженов[1], А.Ю. Константинов[1], С.С. Куканов[2], Д.Л. Осетров[1], А.А. Рябов[3]

[1]Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация
[2]Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Российская Федерация
[3]Саровский инженерный центр, Сатис, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 02 ноября 2024 г.
Одобрена: 24 февраля 2025 г.
Принята к публикации: 28 марта 2025 г.

Ключевые слова:

экспериментально-расчетный подход, итерационная процедура, численное моделирование, эксперимент, упругопластические материалы, истинная диаграмма деформирования, большие деформации, связанная модель разрушения, критерий прочности, кинетическое уравнение накопления повреждений.

АННОТАЦИЯ

Представлены численные и экспериментальные исследования процессов деформирования и разрушения сталей 10Г2ФБЮ и Ст35 при различных видах квазистатического и динамического нагружения: растяжение сплошного стержня и болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью, а также сжатии компактных цилиндрических образцов. Подробно описаны и схематично показаны разработанные экспериментально-расчетные методики построения квазистатических и динамических истинных диаграмм деформирования в экспериментах на растяжение и сжатие. В результате применения этих методик определены квазистатические и динамические истинные диаграммы деформирования для сталей 10Г2ФБЮ и Ст35. Полученные квазистатические диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ при растяжении и сжатии практически совпадают. Установлено, что при построении истинных диаграмм деформирования для стали 10Г2ФБЮ существенное влияние оказывает скорость деформаций при значениях выше 500 1/с.

Для исследования и описания процессов деформирования и разрушения упругопластических материалов предложена и реализована связанная модель разрушения на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с критерием прочности типа Писаренко – Лебедева. На основе экспериментально-расчетного подхода разработана новая методика по оснащению материальными параметрами для предложенной модели разрушения. Соответственно определены материальные параметры связанной модели разрушения для стали Ст35. Результатами численного моделирования процесса разрушения болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью при квазистатическом растяжении показано количественное и качественное соответствие вида и характера разрушения с экспериментом. Совместное применение экспериментально-расчетного подхода и предлагаемой связанной модели разрушения позволяет более точно описывать процессы деформирования и разрушения упругопластических материалов.

© **Баженов Валентин Георгиевич** – д. ф.-м. н., проф., гл. н. с., e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-0077-7704.
Константинов Александр Юрьевич – д. ф.-м. н., в. н. с., e-mail: konstantinov@mech.unn.ru, ID: 0000-0003-3941-7850.
Куканов Сергей Сергеевич – к. т. н., ID: 0009-0009-3105-6115.
Осетров Дмитрий Львович – к. ф.-м. н., с. н. с., e-mail: osetrovdmitry@mail.ru, ID: 0000-0001-9703-8504.
Рябов Александр Алексеевич – д. ф.-м. н., директор Саровского инженерного центра, ID: 0000-0001-6133-0108.

Valentin G. Bazhenov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-0077-7704.
Aleksandr Yu. Konstantinov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: konstantinov@mech.unn.ru, ID: 0000-0003-3941-7850.
Sergey S. Kukanov – PhD in Technical Sciences, ID: 0009-0009-3105-6115.
Dmitry L. Osetrov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: osetrovdmitry@mail.ru, ID: 0000-0001-9703-8504.
Aleksandr A. Ryabov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Director, ID: 0000-0001-6133-0108.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

APPLICATION OF THE EXPERIMENTAL-CALCULATION APPROACH FOR IDENTIFICATION OF DEFORMATION AND STRENGTH CHARACTERISTICS OF ELASTIC-PLASTIC MATERIALS UNDER QUASI- STATIC AND DYNAMIC LOADING

V.G. Bazhenov[1], A.Yu. Konstantinov[1], S.S. Kukanov[2], D.L. Osetrov[1], A.A. Ryabov[3]

[1]Researcher Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation
[2]FGUP RFYAC-VNIIEF, Sarov, Russian Federation
[3]Sarov Engineering Center, Satis, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 02 November 2024
Approved: 24 February 2025
Accepted for publication:
28 March 2025

Keywords:

experimental-calculation approach, iterative procedure, numerical modeling, experiment, elastic-plastic materials, true deformation diagram, large deformations, coupled fracture model, strength criterion, kinetic equation of damage accumulation.

ABSTRACT

The paper presents numerical and experimental studies of deformation and fracture processes of 10G2FBU and St35 steels under various types of quasi-static and dynamic loadings: tension of a solid rod and M8 bolts with smooth and threaded working parts, as well as compression of compact cylindrical specimens. The developed experimental-calculation techniques are described in detail and shown schematically for quasi-static and dynamic true strain diagrams in tensile and compression experiments. Application of these techniques made it possible to determine quasi-static and dynamic true strain diagrams for steels 10G2FBU and St35. The obtained quasi-static deformation diagrams of 10G2FBU steel in tension and compression practically coincide. It was found that in the construction of true strain diagrams for 10G2FBU steel, the strain rate at values above 500 1/s has a significant influence.

A coupled fracture model based on the kinetic equation of damage accumulation in combination with the strength criterion of the Pisarenko-Lebedev type is proposed and implemented to investigate and describe the deformation and fracture processes of elastoplastic materials. Based on the experimental-calculation approach, a new methodology for fitting material parameters for the proposed fracture model is developed. Accordingly, the material parameters of the coupled fracture model for St35 steel are determined. The results of numerical modeling of the fracture process of M8 bolts with smooth and threaded working part under quasi-static tension show a quantitative and qualitative correspondence of the type and character of fracture with the experiment. The joint application of the experimental-calculation approach and the proposed coupled fracture model allows a more accurate description of the deformation and fracture processes of elastic-plastic materials.

Введение

На сегодняшний день известен широкий набор математических моделей нелинейного деформирования и разрушения упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружении. Для применения этих моделей требуются достоверные истинные диаграммы деформирования упругопластических материалов вплоть до разрушения образцов. Получить истинные диаграммы деформирования с помощью экспериментальных измерений крайне сложно, так как при испытаниях лабораторные образцы подвергаются неодноосному и неоднородному напряженно-деформированному состоянию (НДС), а также существенному влиянию краевого эффекта, сил трения и радиальной инерции в экспериментах на растяжение и ударное сжатие. Обычно определение деформационных характеристик материала выполняется с использованием экспериментально-аналитических методик [1–16], которые основаны на упрощающих гипотезах. Эти методы не позволяют в полной мере учесть при больших деформациях неодноосность и неоднородность НДС в экспериментах как на растяжение, так и на сжатие компактных образцов при квазистатических и динамических нагружениях. В связи с этим для определения и исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально развитие экспериментально-расчетного подхода [17–22], позволяющего, в отличие от экспериментально-аналитических методов, без принятия упрощающих гипотез учесть неодноосность и неоднородность НДС. На основе экспериментально-расчетного подхода [17] авторами были разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов при различных видах нагружения [18–22].

Из анализа современных работ [23–25] по моделированию процессов разрушения можно сделать вывод, что на сегодняшний момент не существует универсального подхода или модели, описывающей процессы разрушения в полном объеме. Исходя из многообразия факторов и причин разрушения материалов, вместо создания громоздких моделей, описывающих все известные на сегодняшний день эффекты на основе единых кинетических уравнений, более целесообразным является создание некоторой составной модели поврежденного материала, состоящей из более простых, формально независимых моделей. Предлагается связанная модель разрушения на основе кинетического уравнения накопления повреждe-

ний в сочетании с критерием прочности типа Писаренко – Лебедева. Данный критерий разрабатывался для описания предельных состояний именно квазихрупких материалов, но в дальнейшем успешно использовался и для пластичных материалов. При этом критерий позволяет учитывать особенности свойств материала и его склонность к последовательному разрушению отрывом и сдвигом.

В рамках развития экспериментально-расчетного подхода разработана методика идентификации материальных параметров предложенной модели разрушения. Этот подход предполагает проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования лабораторных образцов или элементов конструкций без принятия априорных силовых и кинематических гипотез. Представляется возможным строить предельную поверхность разрушения в зависимости от вида НДС, определенного в численных расчетах на момент разрушения. Высокая информативность и точность получения деформационных и прочностных характеристик материалов позволят повысить уровень достоверности диагностики состояния и прочности элементов конструкций, находящихся в условиях эксплуатации.

Экспериментально-расчетный подход

В общем случае для определения механических констант и определения диаграммы деформирования материала формируется целевая функция, описывающая различия натурных и численных экспериментов. Далее строится итерационный процесс нахождения механических констант и зависимостей материала.

Требуется найти набор параметров уравнения состояния $b=(b_1, b_2, ..., b_n)$, при которых численное решение задачи наилучшим образом согласуется с результатами эксперимента. Здесь параметрами могут выступать модуль объемного сжатия K, модуль сдвига G, предел текучести σ_T, интенсивности напряжений при фиксированном значении накопленных пластических деформаций $\sigma_i(æ)$ и др. Для определения искомых параметров требуется минимизировать функцию, представляющую собой величину среднеквадратичного отклонения расчетных и экспериментальных результатов:

$$C(b)=\sum_{j=1}^{N}\left(p_j^{Э}-p_j^{Р}\right)^2,$$

где $p_j^{Э}$ – значение параметров сравнения, полученных из эксперимента, $p_j^{Р}$ – значение параметров сравнения, полученных из расчета. Параметрами сравнения могут быть силы, перемещения, напряжения, деформации и др. В качестве ограничений на искомые параметры b_i в области поиска выступают уравнения начально-краевой задачи, а границы области поиска определяются из экспериментальных фактов и физических принципов. Решение рассмотренной задачи во многом зависит от выбора алгоритма оптимизации. При выборе существующих и создании новых алгоритмов необходимо учитывать особенности рассматриваемых задач. В рассматриваемом случае проверка ограничений осуществляется путем численного решения нелинейной начально-краевой задачи, что требует больших вычислительных затрат. Поэтому большую роль играет время счета одного варианта, выбор начального приближения и скорость сходимости вычислительного процесса. Целесообразно общую задачу сводить к последовательности частных задач с одним-двумя параметрами сравнения. Начальное приближение определяется аналитическим или численным решением идеализированной задачи. В качестве алгоритма оптимизации можно использовать метод последовательных приближений искомых параметров, основанный на коррекции параметров, исходя из относительного отличия экспериментальных и расчетных значений.

Построение истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружениях

Наиболее распространенными способами изучения и исследования деформационных характеристик упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружениях являются эксперименты на растяжение сплошных стержней и сжатие компактных образцов. На основе экспериментально-расчетного подхода разработаны методики [17–22] построения квазистатических и динамических истинных диаграмм деформирования при больших деформациях и неоднородном НДС.

В экспериментах на растяжение построение истинных диаграмм деформирования материалов осуществляется в результате итерационной процедуры корректировки зависимости интенсивности напряжений σ_i от параметра Одквиста æ на всем процессе деформирования образца. Для этого в каждой итерации численного решения задачи растяжения образца анализируется отношение значений осевых сил, полученных в эксперименте $F_{Э}$ и расчете $F_{р}$ при одинаковом удлинении образца: $\beta=F_{Э}/F_{Р}$. Затем устанавливается функциональная зависимость между максимальным значением параметра Одквиста в объеме образца $æ^*$ и соответствующим удлинением. Итерационная процедура корректировки диаграммы осуществляется по формуле $\bar{\sigma}_i(æ^*)=\beta\sigma_i(æ^*)$ до совпадения с заданной точностью зависимостей осевых сил, полученных в эксперименте и расчете. Корректировка производится сразу всей диаграммы деформирования. В связи с этим необходимо многократно решать прямую задачу и выполнять соответствующую обработку ее результатов, что является весьма трудоемким вычислительным процессом. Данный

алгоритм позволяет воспользоваться любой доступной программой решения прямой задачи без каких-либо модификаций. Как показали исследования, для сходимости итерационной процедуры достаточно в качестве начального приближения задать любую выпуклую диаграмму деформирования упрочняющегося материала. На рис. 1 схематично представлена процедура методики построения истинных диаграмм деформирования при растяжении.

Для повышения эффективности методики целесообразно осуществить процедуру нелинейной экстраполяции [22]. Вычислительный процесс, моделирующий нагружение, разбивается на этапы. Количество этапов равно количеству точек в табличном представлении экспериментальной зависимости осевой силы от осевого удлинения, и столько же точек будет содержать построенная истинная диаграмма деформирования. В ходе вычислений в конце каждого этапа анализируется величина отклонения расчетной осевой силы от экспериментальной. При превышении ею заданного значения производится аналогичная итерационная корректировка истинной диаграммы деформирования. Для продолжения прямого расчета на следующем интервале разбиения применяется процедура нелинейной экстраполяции диаграммы деформирования. Процесс построения диаграммы деформирования практически сводится к однократному прямому численному расчету без применения итерационной процедуры, что существенно повышает эффективность методики (до 10 раз). При этом предложенная методика реализована в виде отдельного консольного приложения с использованием языка программирования C++ в операционной системе Windows 10, что также значительно снижает вычислительные затраты на построение истинных диаграмм деформирования.

В экспериментах на сжатие компактных образцов определение динамических диаграмм деформирования и сил трения основывается на следующей итерационной методике. Первоначально диаграммы деформирования строятся по экспериментальной осевой силе при коэффициенте трения, равным нулю при однородном напряженно-деформированном состоянии. Затем осуществляется итерационный процесс определения коэффициентов трения с найденной диаграммой деформирования. В процессе итераций корректируются коэффициенты трения на нижней и верхней поверхностях образцов-таблеток посредством линейной интерполяции (экстраполяции) по разности высот арок в расчете и эксперименте до сходимости. Высоты полуарок определяются по формуле $h = R_{\max} - R_*$, где $R_* = R_{\text{Н}}$ или $R_* = R_{\text{В}}$, $R_{\max}$ – максимальный радиус деформированного образца, $R_{\text{Н}}, R_{\text{В}}$ – минимальные нижний и верхний радиусы боковой поверхности образца. В начальном приближении коэффициент трения задается равным 0,15. Число итераций обычно не превышает трех при погрешности в определении высоты арки менее 1 %. Далее при фиксированных коэффициентах трения производится уточнение динамических диаграмм деформирования по аналогичной рассмотренной выше методике. На рис. 2 схематично представлена процедура методики построения истинных диаграмм деформирования и определения коэффициентов трения в экспериментах на сжатие.

Проведен ряд экспериментально-расчетных исследований компактных цилиндрических образцов из стали 10Г2ФБЮ при растяжении и сжатии. В экспериментах на растяжение использовались цилиндрические стержни с начальной длиной рабочей части $L_0 = 10$ мм и начальным диаметром $d_0 = 5$ мм, для экспериментов на сжатие – образцы-таблетки с начальной длиной рабочей части $L_0 = 15$ мм и начальным диаметром $d_0 = 10$ мм. Численное решение задачи проводилось в динамической осесимметричной постановке. На рис. 3 представлен вид исследуемых образцов и соответствующие им дискретные расчетные модели. Для квазистатических экспериментов скорость принималась $\dot{u} = 0{,}1$ м/с, а для динамических экспериментов – $\dot{u} = 10$ м/с.



Рис. 1. Процедура методики построения истинных диаграмм деформирования в экспериментах на растяжение

Fig. 1. Diagram of the method for constructing true deformation diagrams in tensile experiments

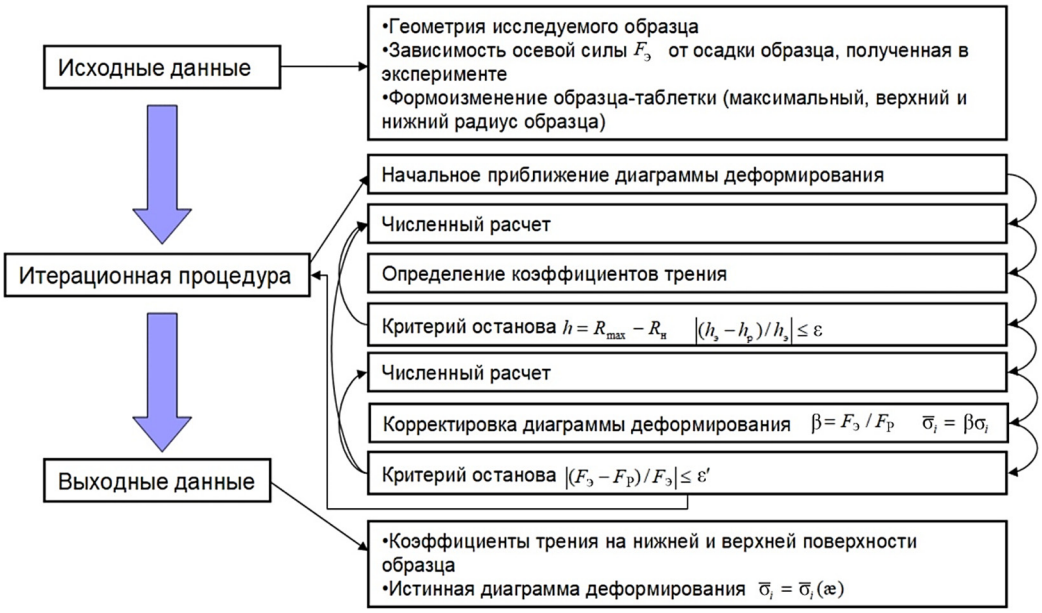


Рис. 2. Процедура методики построения истинных диаграмм деформирования в экспериментах на сжатие

Fig. 2. Diagram of the method for constructing true deformation diagrams in compression experiments

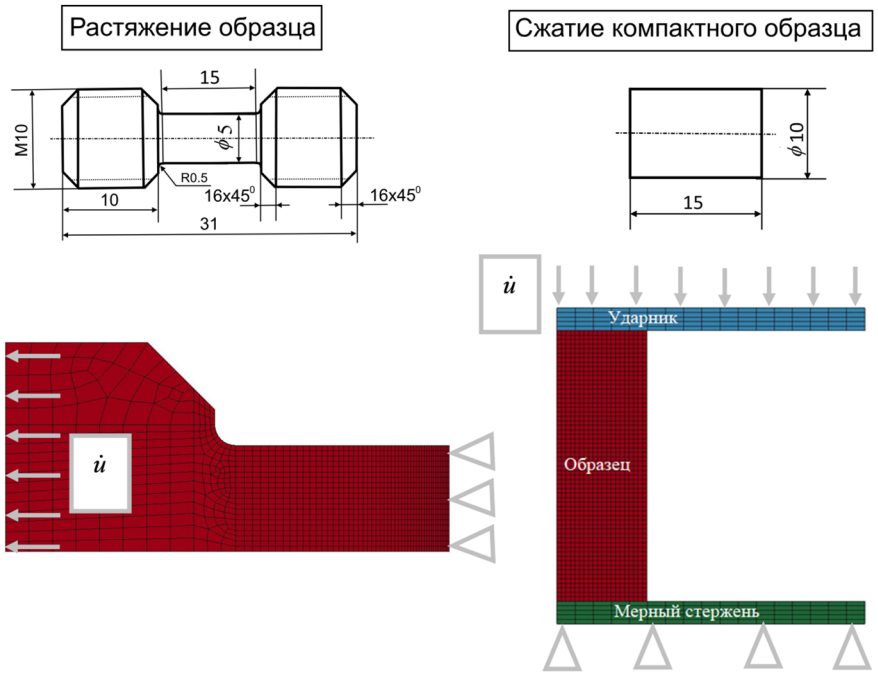


Рис. 3. Внешний вид образцов и соответствующие им дискретные расчетные модели

Fig. 3. Samples and corresponding discrete calculation models

Испытания на сжатие компактных образцов проводились в четыре этапа с использованием ограничителей перемещений. Поэтапное нагружение позволяет с большей точностью получить зависимость осевых сил от скорости деформаций. На рис. 4 представлены экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения (осадки) стали 10Г2ФБЮ. Пунктирная серая линия на рис. 4 является аппроксимацией экспериментальной зависимости осевой силы от удлинения при динамическом растяжении сплошного стержня. На основе разработанных экспериментально-расчетных методик с погрешностью по осевым силам менее 0,5 % построены квазистатические и динамические истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ, которые приведены на рис. 5. На рис. 6 показаны распределение параметра Одквиста æ и формоизменение исследуемых образцов с учетом полученных диаграмм деформирования при удлинении $\Delta L / L_0 = 0,2$.

Построенные квазистатические истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ (см. рис. 5), полученные при растяжении и сжатии компактных образцов, достаточно хорошо согласуются. Установлено, что при скоростях деформаций до 500 1/с динамические диаграммы деформирования незначительно отличаются от квазистатических, а при скоростях деформаций выше 500 1/с влияние скорости деформаций существенно возрастает на поведение материала при динамическом деформировании. Следует отметить, что динамическая диаграмма деформирования при растяжении (см. рис. 5, серая сплошная линия) получена без учета влияния величин скоростей деформаций, реализующихся в зоне локализации пластического деформирования (образование «шейки»), так как после образования «шейки» в этой зоне скорости деформаций значительно выше 1000 1/с. Квазистатические и динамические эксперименты на растяжение компактных образцов проводились до разрушения. При динамическом и квазистатическом растяжении полученные величины относительных сужений образцов после разрушения в минимальном сечении «шейки» в пределах экспериментальной погрешности совпадают.

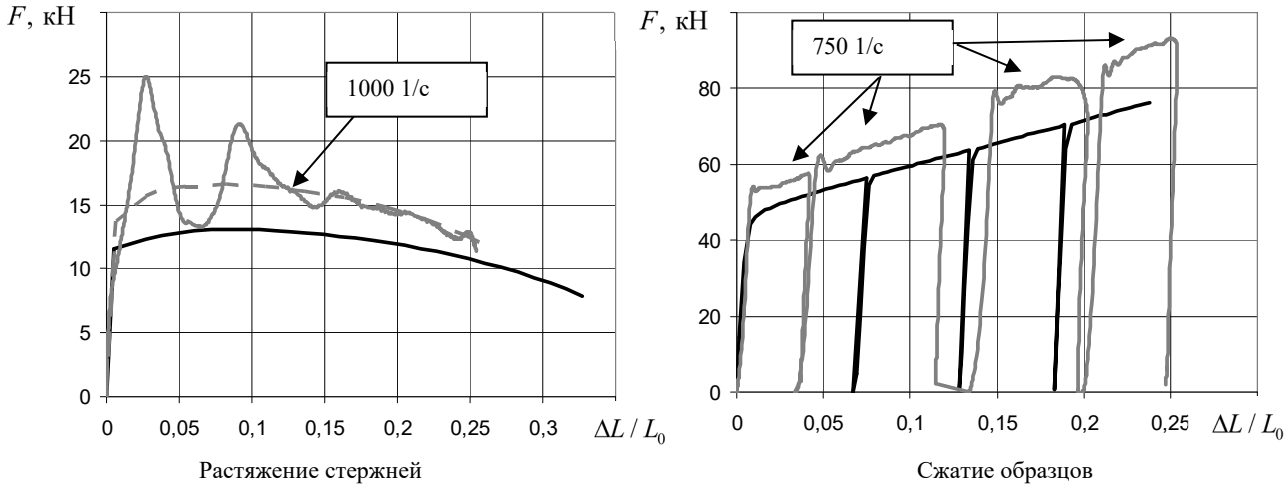


Рис. 4. Экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения (осадки) образцов при квазистатическом (черные линии) и динамическом (серые линии) нагружении

Fig. 4. Experimental dependences of axial force on elongation of samples under quasi-static (black lines) and dynamic (gray lines) loading

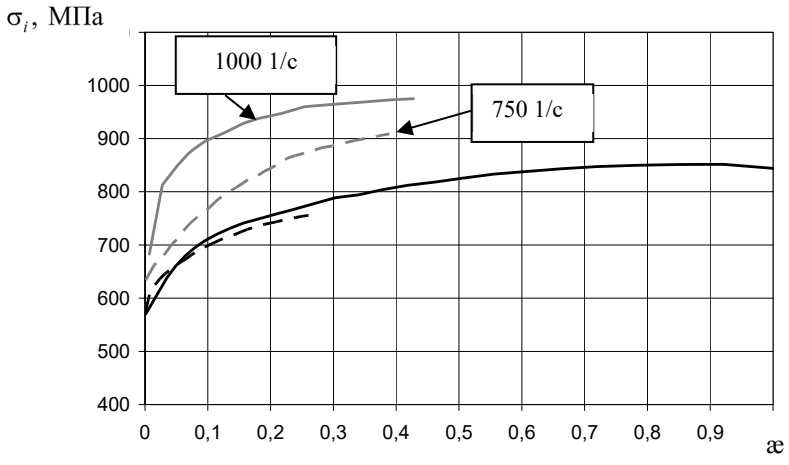


Рис. 5. Построенные истинные диаграммы деформирования стали 10Г2ФБЮ в экспериментах на растяжение (сплошные линии) и сжатие (пунктирные линии) цилиндрических образцов при квазистатическом (черные линии) и динамическом (серые линии) нагружении

Fig. 5. Constructed true deformation diagrams of 10G2FBU steel in tensile (solid lines) and compression (dashed lines) experiments on cylindrical samples under quasi-static (black lines) and dynamic (gray lines) loading

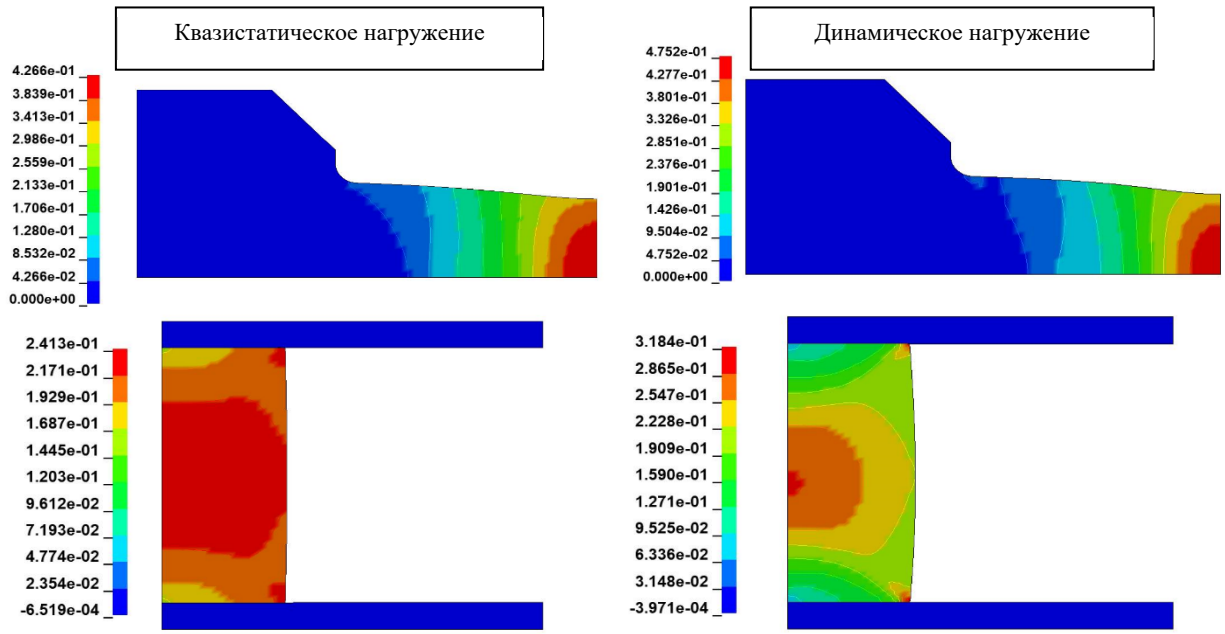


Рис. 6. Распределение параметра Одквиста æ и формоизменение исследуемых образцов с учетом полученных диаграмм деформирования при удлинении $\Delta L / L_0 = 0,2$

Fig. 6. Distribution of the Odquist parameter æ and the change in shape of the studied samples taking into account the obtained deformation diagrams during elongation $\Delta L / L_0 = 0,2$

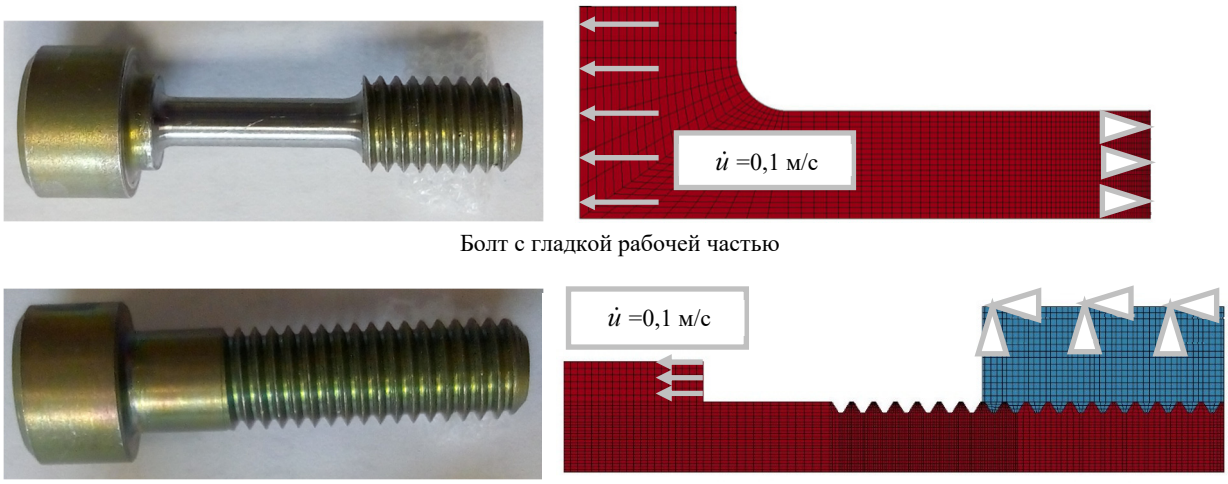


Рис. 7. Внешний вид болтов М8 и соответствующие им дискретные расчетные модели

Fig. 7. M8 bolts and corresponding discrete calculation models

Разработанные экспериментально-расчетные методики позволяют строить диаграммы деформирования при деформировании элементов конструкций до момента разрушения. Рассмотрим квазистатическое растяжение болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью из стали Ст35. Болты с гладкой рабочей частью имели начальный радиус $R_0 = 2$ мм и начальную длину $L_0 = 15,9$ мм, а с резьбовой рабочей частью – начальный внешний радиус резьбы $R_0 = 4$ мм и начальное расстояние между головкой и гайкой $L_0 = 16$ мм. На рис. 7 представлен вид исследуемых болтов М8 и соответствующие им дискретные расчетные модели. При моделировании деформирования образцов с гладкой рабочей частью наличием резьбы пренебрегали. В образцах с резьбовой рабочей частью решалась контактная задача взаимодействия болта с массивной гайкой, внешняя часть которой полагалась жестко закрепленной. Скорости осевых перемещений головок болтов задавались $\dot{u}$ =0,1 м/с. Для болта с резьбовой рабочей частью проводился сравнительный расчетный анализ результатов моделирования в трехмерной и осесимметричной постановках. Полученное отличие в осевых силах при одинаковых перемещениях составило менее 1 %. Поэтому построение истинных диаграмм деформирования при

растяжении болтов проводилось в осесимметричной постановке.

Полученные экспериментальные зависимости осевых сил (F) от удлинения (u) для рассмотренных болтов представлены на рис. 8. Построение истинных диаграмм деформирования для стали Ст35 проводилось с погрешностью по осевым силам менее 0,1 %.

На рис. 9 представлены построенные истинные диаграммы деформирования стали Ст35 для болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью. На рис. 10 показаны распределение параметра Одквиста æ и формоизменение болтов М8 с учетом полученных диаграмм деформирования при удлинении $\Delta L / L_0 = 0,0875$.

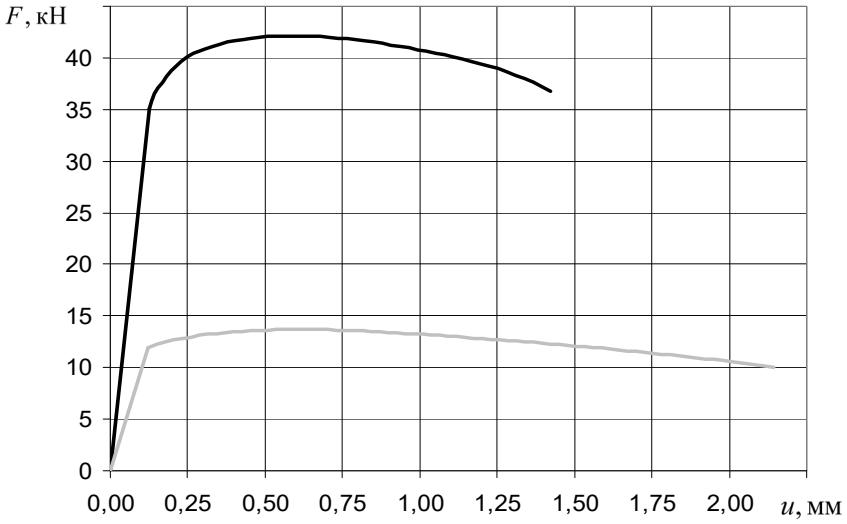


Рис. 8. Экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения для болтов М8 с гладкой (серая линия) и резьбовой (черная линия) рабочей частью из стали Ст35

Fig. 8. Experimental dependences of axial force on elongation for M8 bolts with smooth (gray line) and threaded (black line) working parts made of St35 steel

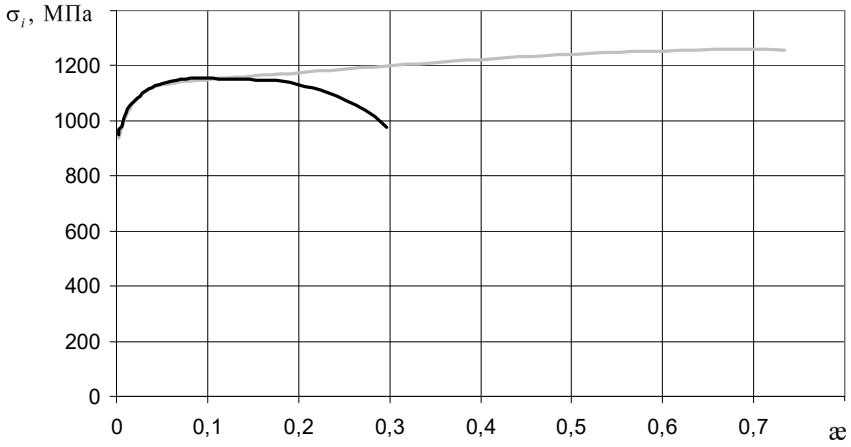


Рис. 9. Построенные истинные диаграммы деформирования для болтов М8 с гладкой (серая линия) и резьбовой (черная линия) рабочей частью из стали Ст35

Fig. 9. Constructed true deformation diagrams for M8 bolts with smooth (gray line) and threaded (black line) working parts made of St35 steel

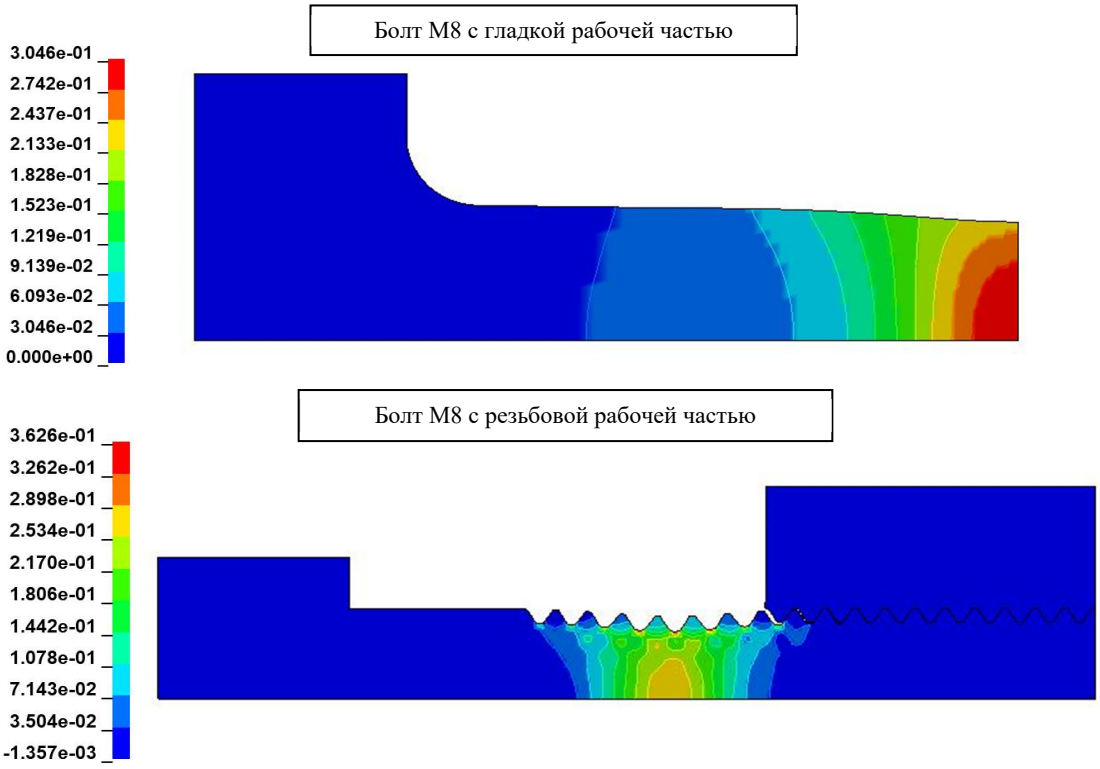


Рис. 10. Распределение параметра Одквиста æ и формоизменение болтов М8 с учетом полученных диаграмм деформирования при удлинении $\Delta L / L_0 = 0{,}0875$

Fig. 10. Distribution of the Odquist parameter æ and the change in shape of M8 bolts taking into account the obtained deformation diagrams during elongation $\Delta L / L_0 = 0{,}0875$

Из полученных результатов видно, что истинные диаграммы деформирования болтов из стали Ст35 мало различаются. Однако для болта с резьбовой рабочей частью истинная диаграмма деформирования имеет ниспадающий участок, и разрушение происходит при значительно меньших значениях параметра Одквиста. Отличия диаграмм деформирования обусловлены существенным влиянием у болта с резьбовой рабочей частью наличия концентраторов напряжений.

Определение материальных параметров модели разрушения упругопластических материалов

Для исследования и описания процессов разрушения упругопластических материалов будем использовать связанную модель разрушения на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с критерием прочности типа Писаренко – Лебедева. Критерий прочности записывается следующим образом [26]:

$$\chi\sigma_i + (1-\chi)\sigma_1 A^{1-\psi_\sigma} = \sigma_P, \qquad (1)$$

где σ_i – интенсивность напряжений, $\psi_\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/\sigma_i$, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения, $A \le 1$ – параметр неоднородности материала, χ – параметр, характеризующий степень хрупкости материала, σ_P – предел прочности на растяжение. Первое слагаемое в (1) характеризует упругопластические, а второе – хрупкие свойства материала при разрушении. Широкий диапазон изменения коэффициента $0 < \chi < 1$ позволяет учитывать особенности свойств материала и его склонность к разрушениям отрывом или сдвигом. Предельные значения $\chi = 1$ и $\chi = 0$ описывают поведение идеально пластичных и идеально хрупких материалов соответственно.

Далее проведем преобразования критерия прочности и запишем выражение для максимального главного напряжения σ_1 через инвариантные характеристики вида текущего напряженного состояния ϕ_σ, ψ_σ следующим образом:

$$\sigma_1 = \frac{1}{3}\sigma_i \left[2\cos(\phi_\sigma) + \psi_\sigma \right]. \qquad (2)$$

Отметим, что величина $\cos(\phi_\sigma)$ в (3) меняется в пределах от 1 до 0,5. С учетом соотношения (2) критерий прочности (1) представим в следующем виде:

$$\sigma_i \frac{1}{3}\left[3\chi + (1-\chi)(2\cos(\phi_\sigma) + \psi_\sigma) A^{1-\psi_\sigma} \right] = \sigma_P. \qquad (3)$$

Таким образом, предельное значение интенсивности напряжений, исходя из полученного соотношения (3):

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_p}{\chi + \frac{(1-\chi)}{3}\left(2\cos(\phi_\sigma) + \psi_\sigma\right) A^{1-\psi_\sigma}}. \qquad (4)$$

В качестве кинетического уравнения накопления повреждений рассматривается схема линейного суммирования повреждений с учетом функции влияния [27–31]:

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda^* f(\psi_\sigma, \phi_\sigma, ...)}, \qquad (5)$$

где λ – переменная, параметризующая процесс упругопластического деформирования, λ^* – предельное значение этой переменной, $f(\psi_\sigma, \phi_\sigma, ...)$ – безразмерная функция, характеризующая влияние вида НДС на степень поврежденности материала, ψ_σ – коэффициент жесткости напряженного состояния, ϕ_σ – угол фазы девиатора напряжений.

Для пластичных материалов в модели разрушения в качестве параметра λ будем использовать параметр Одквиста æ. В связи с этим соотношение (5) примет вид:

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{æ}}{æ_p f(\psi_\sigma, \varphi_\sigma)},$$

где $æ_p$ – предельное значение параметра Одквиста при растяжении. В качестве функции влияния с учетом критерия прочности Писаренко – Лебедева (4) будем рассматривать:

$$f(\psi_\sigma, \phi_\sigma) = \frac{æ\left(\sigma_i^*\right)}{æ_p},$$

где $æ\left(\sigma_i^*\right)$ – обратная функция истиной диаграммы деформирования, т.е. зависимость параметра Одквиста от интенсивности напряжений.

Связанная модель разрушения [32] обычно реализуется с учетом влияния параметра поврежденности ω на свойства материала. Зависимость предела текучести, упругих характеристик материала обычно задается в виде степенной зависимости от параметра поврежденности:

$$\bar{K} = K\left(1-\omega^n\right);$$

$$\bar{G} = G\left(1-\omega^n\right);$$

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_i(æ)\left(1-\omega^n\right);$$

где K, G – упругие характеристики материала модуль объемного сжатия и модуль сдвига соответственно, $\sigma_i(æ)$ – истинная диаграмма деформирования. Параметр n определяет скорость изменения свойств материала при росте параметра поврежденности.

В связанной модели связь между скоростью девиатора напряжений $\dot{\sigma}'_{ij}$ и скоростью упругих составляющих девиатора деформаций $\dot{e}'^{y}_{ij}$ определяется в виде:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'^{y}_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij},\ \dot{G} = \frac{dG}{d\omega}\dot{\omega},$$

где $\dot{\sigma}'_{ij}$ – скорость девиатора напряжений, $\dot{e}'^{y}_{ij}$ – скорость упругих составляющих девиатора деформаций, G – модуль сдвига;

$$\dot{\sigma} = 3K\dot{e} + \frac{\dot{K}}{K}\sigma,\ \dot{K} = \frac{dK}{d\omega}\dot{\omega},$$

где $\dot{\sigma}$ и $\dot{e}$ – скорость шаровых составляющих напряжений и деформаций, K – модуль объемного сжатия. Предложенная связанная модель разрушения реализована в виде модели упругопластического материала с изотропным упрочнением. Необходимо отметить, что для соотношения (5) вводилось ограничение параметра повреждения $\omega = 0,98$, выражающее исчерпание возможностей материала упругопластически деформироваться. При достижении этой величины параметр повреждения не изменялся.

На основе экспериментально-расчетного подхода разработана методика идентификации материальных параметров связанной модели разрушения. Для оснащения модели разрушения целесообразно использовать эксперименты на растяжение сплошных стержней. В качестве примера рассмотрим растяжение болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью из стали Ст35. С учетом построенных истинных диаграмм деформирования Ст35 (рис. 9) из имеющихся экспериментальных результатов (зависимость осевой силы от удлинения, вид разрушения болтов) необходимо определить значения параметров A, χ, σ_P и n. Сложностью определения материальных параметров является их взаимосвязь. Следует отметить, что полученный ниспадающий участок истинной диаграммы деформирования (см. рис. 9) для болта М8 с резьбовой рабочей частью в дальнейшем описывается связанной моделью накопления повреждений. Методика определения материальных параметров состоит из трех следующих этапов.

1. Изначально фиксируются параметры $A = 0,9$ и $\chi = 0,9$ как средние значения для упругопластических материалов. Выполняется два расчета с параметрами $n = 10$ и $n = 20$, а предел прочности принимается соответственно $\sigma_P = 1,1 \cdot \sigma_P^*$ и $\sigma_P = 1,2 \cdot \sigma_P^*$, где σ_P^* – максимальное значение интенсивности напряжений на построенной истинной диаграмме деформирования (см. рис. 9). Далее осуществляется итерационный процесс определения параметров σ_P и n посредством линейной интерполяции (экстраполяции) до совпадения расчетной и экспериментальной зависимостей осевых сил вплоть до

начала процесса разрушения при растяжении (последняя точка на экспериментальной кривой осевой силы рис. 8).

2. Материальные параметры A и χ в большей степени характеризуют вид разрушения образцов отрывом и (или) сдвигом. По поверхности разрушения образца при растяжении количественно определяется радиус, характеризующий область разрушения образца в виде отрыва. На основе этого осуществляется итерационный процесс определения параметров A и χ посредством линейной интерполяции (экстраполяции) до полного совпадения вида и характера разрушения образца.

3. По определенным параметрам A и χ при различии начала процесса разрушения при растяжении (последняя точка на экспериментальной кривой осевой силы) уточняются параметры σ_P и n.

На основе предложенной методики для болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью из стали Ст35 определены материальные параметры модели разрушения, которые представлены в таблице.

Материальные параметры связанной модели разрушения

Material parameters of the coupled fracture model

Болт М8	A	χ	σ_P, МПа	n
С гладкой рабочей частью	0,96	0,97	1275,2	20
С резьбовой рабочей частью	0,97	0,99	1198	20

На рис. 11 приведены зависимости экспериментальной (сплошная серая линия) и расчетной (пунктирная линия) осевой силы от перемещения при растяжении болтов М8 с гладкой (кривая *1*) и резьбовой (кривая *2*) рабочей частью. На рис. 12 и 13 представлены численные результаты развития повреждений ω и внешний вид разрушения, полученный в эксперименте, для болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью соответственно.

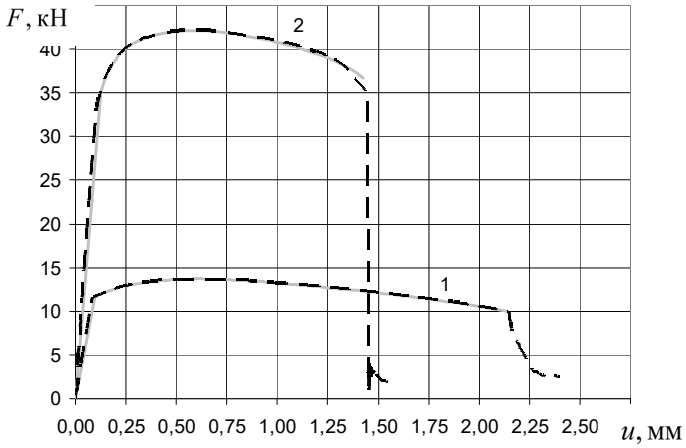


Рис.11. Зависимости экспериментальной (сплошные серые линии) и расчетной (пунктирные линии) осевой силы от перемещения при растяжении болтов М8 с гладкой (кривая *1*) и резьбовой (кривая *2*) рабочей частью

Fig. 11. Dependences of the experimental (solid gray lines) and calculated (dashed lines) axial force on the displacement during tension of M8 bolts with a smooth (curves *1*) and threaded (curves *2*) working part

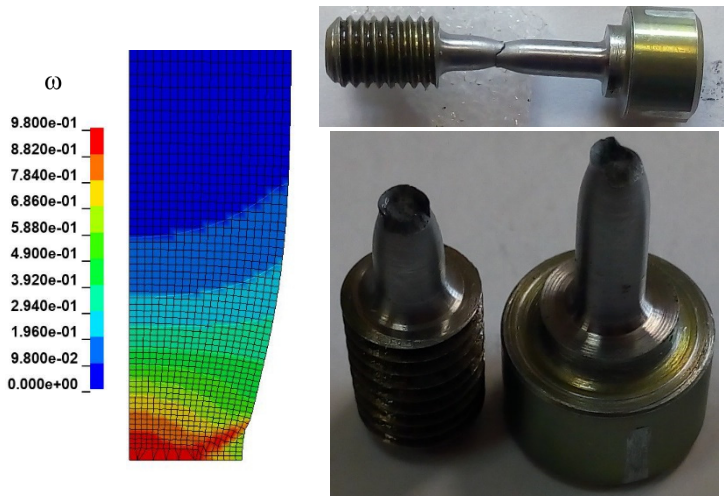


Рис. 12. Численные результаты распределения повреждений ω и внешний вид разрушения, полученный в эксперименте, для болта М8 с гладкой рабочей частью

Fig. 12. Numerical results of damage distribution and destruction obtained in the experiment for an M8 bolt with a smooth working part

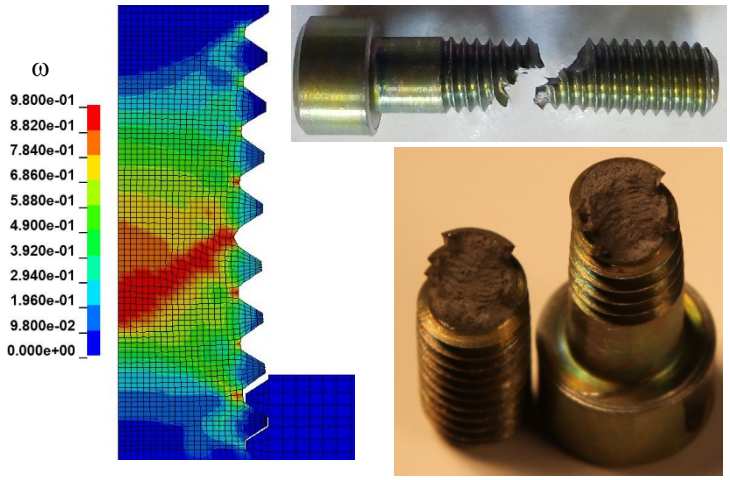


Рис. 13. Численные результаты распределения повреждений ω и внешний вид разрушения, полученный в эксперименте, для болтов М8 с резьбовой рабочей частью

Fig. 13. Numerical results of damage distribution and destruction obtained in the experiment for M8 bolts with a threaded working part

Как видно из представленных численных результатов на рис. 11–13, при использовании двухпараметрической модели Писаренко – Лебедева процесс зарождения и распространения повреждений качественно и количественно описывает экспериментальные данные. При растяжении болта М8 с гладкой рабочей частью первоначально разрушение реализуется вблизи его оси отрывом, а в дальнейшем распространяется к свободной поверхности и трансформируется в сдвиговое разрушение (рис. 12). В итоге полученная поверхность разрушения напоминает форму «чашечки», что является широко известным экспериментальным фактом.

Заключение

Таким образом, представлена новая экспериментально-расчетная методика идентификации материальных параметров предложенной связанной модели разрушения на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с критерием прочности типа Писаренко – Лебедева. Определены материальные параметры предложенной связанной модели разрушения для стали Ст35. Представлены результаты численного моделирования процесса разрушения болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью при растяжении. В итоге получено количественное и качественное соответствие вида и характера разрушения с экспериментальными данными. Для описания процессов последовательного разрушения отрывом и сдвигом необходимо применение связанной модели разрушения на основе критерия прочности Писаренко – Лебедева. Использование экспериментально-расчетного подхода и связанной модели разрушения на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с критерием прочности Писаренко – Лебедева позволяет существенно расширить возможности исследований процессов деформирования и разрушения материалов.

Проведено математическое моделирование процесса деформирования малогабаритных цилиндрических образцов при растяжении и ударном сжатии, а также болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью при растяжении до момента разрушения. С помощью разработанных методик, основанных на экспериментально-расчетном подходе, построены квазистатические и динамические истинные диаграммы деформирования сталей 10Г2ФБЮ и Ст35 при больших деформациях и неоднородном НДС с погрешностью по осевым силам менее 0,5 %. Показано существенное влияние скоростей деформаций (выше 500 1/с) на построение истинных диаграмм деформирования для стали 10Г2ФБЮ.

Библиографический список

1. Надаи, А. Пластичность и разрушение твердых тел. / А. Надаи; пер. с англ. под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Изд-во иностр. лит, 1954. – Т. 1. – 647 с.

2. Бриджмен, П. Исследования больших пластических деформаций и разрушения / П. Бриджмен. – М: Изд-во иностр. лит, 1955. – 444 с.

3. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

4. A notches cross weld tensile testing method for determining true stress-strain curves for weldments / Z.L. Zhang, J. Odegard, M.P. Hauge, C. Thaulow // Engineering Fracture Mech. – 2002. – Vol. 69. – P. 353–-366.

5. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section / Z.L. Zhang, J. Odegard, M.P. Hauge, C. Thaulow // Int. J. Solids and Struct. – 1999. – Vol. 36. – P. 3497–3516.

6. Zhang, Z.L. Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications / Z.L. Zhang, J. Odegard, O.P. Sovik // Comput. Mater. Sci. – 2001. – Vol. 20, no. 1. – P. 77–85.

7. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars / Z.L. Zhang, J. Odegard, O.P. Sovik, C. Thaulow // Int. J. Solids and Struct. – 2001. – Vol. 38, no. 26–27. – P. 4489–4505.

8. Choung, J.M. Study on true stress correction from tensile tests / J.M. Choung, S.R. Cho // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2008. – Vol. 22. – P. 1039–1051.

9. Enami, K. The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels / K. Enami // Engineering Fracture Mechanics. – 2005. – Vol. 72. – P. 1089–1105.

10. Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading / S. Roy, S. Grigory, M. Smith, M.F. Kanninen, M. Anderson // Journal of Pressure Vessel Technology. – 1997. – Vol. 119. – P. 457–466.

11. Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning / K. Miyazaki, A. Nebu, S. Kanno, M. Ishiwata, K. Hasegawa // JHPI. – 2002. – Vol. 40. – P. 62–72.

12. Cabezas, E.E. Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens / E.E. Cabezas, D.J. Celentano // Finite Elements in Analysis and Design. – 2004. – Vol. 40. – P. 555–575.

13. Mirone, G. A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen / G. Mirone // International Journal of Solids and Structures. – 2004. – Vol. 41. – P. 3545–3564.

14. Давиденков, Н.А. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца / Н.А. Давиденков, Н.И. Спиридонова // Заводская лаборатория. – 1945. – № 6. – С. 583–593.

15. Казаков, Д.А. Использование технологий цифровой фотосъемки для изучения полей деформаций / Д.А. Казаков, Д.В. Жегалов // Проблемы прочности и пластичности. – 2007. – № 69. – С. 99–105.

16. Владимиров, С.А. Математическое моделирование механических свойств металлов и сплавов при больших деформациях / С.А. Владимиров, В.П. Дегтярев, В.И. Агальцов // Изв. РАН. МТТ. – 2007. – № 1. – С. 145–159.

17. Патент на изобретение №2324162. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров, Л.Н. Крамарев, С.Л. Осетров, Е.В. Павленкова // Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. № 13.

18. Баженов, В.Г. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров, С.Л. Осетров // Деформация и разрушение материалов. – 2007. – № 3. – С. 43–48.

19. Моделирование процессов деформирования и локализации, пластических деформаций при кручении-растяжении тел вращения / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров, Л.Н. Крамарев, Е.В. Павленкова // Прикладная математика и механика. – 2008. – Т. 72, № 2. – С. 342–350.

20. Баженов, В.Г. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров, С.Л. Осетров // Доклады академии наук. – 2006. – Т. 407, № 2. – С. 183–185.

21. Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов / В.Г. Баженов, М.С. Баранова, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов // Доклады Академии наук. – 2018. – Т. 481, № 5. – С. 490–493.

22. Анализ методов построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов при больших деформациях / В.Г. Баженов, Д.А. Казаков, С.С. Куканов, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 4. – С. 12–22.

23. Волегов, П.С. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории / П.С. Волегов, Д.С. Грибов, П.В. Трусов // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18, № 4. – С. 68–86.

24. Волков, И.А. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями / И.А. Волков, Ю.Г. Коротких. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.

25. Садырин, А.И. Модели накопления повреждений и критерии разрушения конструкционных упругопластических материалов при динамическом нагружении / А.И. Садырин // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. - Вып. 74. – С. 28–39.

26. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – Киев: Наукова думка, 1976. – 415 с.

27. Разрушение деформируемых сред при импульсных нагрузках / Б.Л. Глушак [и др.]. – Н. Новгород: ННГУ, 1992. – 193 с.

28. Lemaitre, J. Damage Mechanics / J. Lemaitre. – Paris: Rhe Bath Press, 1990. – 556 p.

29. Особенности деформирования пластичных материалов при динамических неравновесных процессах / Н.Г. Чаусов [и др.] // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – Т. 75, № 6. – С. 52–59.

30. Леметр, Ж. Континуальная теория повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов / Ж. Леметр // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1985. – Т. 108, № 1. – С. 91–98.

31. Лебедев, А.А. Оценка предельных повреждений в материалах при статическом нагружении с учетом вида напряженного состояния / А.А. Лебедев, Н.Г. Чаусов, А.З. Богданович // Проблемы прочности. – 2002. – №. 2. – С. 35–40.

32. Кукуджанов, В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование / В.Н. Кукуджанов // Механика твердого тела. – 2006. – № 6. – С. 103–135.

References

1. Nadai A. Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel [Theory of flow and fracture of solids]. Per. s angl. pod red. G.S. Shapiro. *M.: Izd-vo inostr. Lit*., 1954, Vol. 1, 647 p.

2. Bridzhmen P. Issledovaniia bol'shikh plasticheskikh deformatsii i razrusheniia [Studies in large plastic flow and fracture]. *M.: Izd-vo inostr. lit*., 1955, 444 p.

3. Malinin N.N. Prikladnaia teoriia plastichnosti i polzuchesti: uchebnik dlia studentov vuzov [Applied theory of plasticity and creep: textbook for university students]. *M.: Mashinostroenie*, 1975, 400 p.

4. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. A notches cross weld tensile testing method for determining true stress-strain curves for weldments. *Engineering Fracture Mech*, 2002, №69, pp. 353-366.

5. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with

rectangular cross-section. *Int. J. Solids and Struct*, 1999, № 36, pp. 3497-3516.

6. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P. Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications. *Comput. Mater. Sci.*, 2001, Vol. 20, № 1, pp. 77-85.

7. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P., Thaulow C. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. *Int. J. Solids and Struct.*, 2001, Vol. 38, № 26-27, pp. 4489-4505.

8. Choung, J.M., Cho, S.R. Study on true stress correction from tensile tests. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2008, Vol. 22, pp. 1039–1051.

9. Enami K., The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, Vol. 72, pp. 1089-1105.

10. Roy S., Grigory S., Smith M., Kanninen M.F., Anderson M., Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1997, Vol. 119, pp. 457-466.

11. Miyazaki K., Nebu A., Kanno S., Ishiwata M., Hasegawa K., Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning. *JHPI*, 2002, Vol. 40, pp. 62-72.

12. Cabezas E.E., Celentano D.J., Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, Vol. 40, pp. 555-575.

13. Mirone G., A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, Vol. 41, pp. 3545-3564.

14. Davidenkov N.A., Spiridonova N.I. Analiz napriazhennogo sostoianiia v sheike rastianutogo obraztsa [Analysis of the stress state in the neck of the tensile specimen]. *Zavodskaia laboratoriia*, 1945, №6, pp .583-593.

15. Kazakov D.A., Zhegalov D.V. Ispol'zovanie tekhnologii tsifrovoi fotos"emki dlia izucheniia polei deformatsii [Using digital photography techniques to study deformation fields]. *Problems of Strength and Plasticity,* 2007, № 69, pp. 99-105.

16. Vladimirov S. A., Degtiarev V. P., Agal'tsov V. I. Matematicheskoe modelirovanie mekhanicheskikh svoistv metallov i splavov pri bol'shikh deformatsiiakh [Mathematical modeling of mechanical properties of metals and alloys at large deformations]. *Izv. RAN. MTT,* 2007, № 1, pp. 145-159.

17. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Sposob opredeleniia deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv materialov pri bol'shikh deformatsiiakh i neodnorodnom napriazhenno-deformirovannom sostoianii [Method for determination of deformation and strength properties of materials at large deformations and inhomogeneous stress-strain state]. Patent na izobretenie №2324162. Zaiavka №2006115805. Opublikovano 10.05.2008, biull.№13.

18. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Metod identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv metallov i splavov [Method of identification of deformation and strength properties of metals and alloys]. *Russian Metallurgy*, 2007, № 3, pp. 43-48.

19. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Pavlenkova E.V. Modelirovanie protsessov deformirovaniia i lokalizatsii, plasticheskikh deformatsii pri kruchenii-rastiazhenii tel vrashcheniia [Modeling of deformation and localization processes, plastic deformations at torsion-tension of bodies of rotation]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics,* 2008, Vol. 72, № 2, pp. 342-350.

20. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Eksperimental'no-raschetnyi metod postroeniia istinnykh diagramm deformirovaniia pri bol'shikh deformatsiiakh na osnove ispytanii na tverdost' [Experimental-calculation method for constructing true strain diagrams at large deformations based on hardness tests]. *Doklady akademii nauk*, 2006, Vol. 407, №2, pp. 183-185.

21. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Osetrov D.L., Riabov A.A. Metod opredeleniia sil treniia v eksperimentakh na udarnoe szhatie i postroenie dinamicheskikh diagramm deformirovaniia metallov i splavov [Method of determination of friction forces in shock compression experiments and construction of dynamic diagrams of deformation of metals and alloys]. *Doklady Akademii nauk,* 2018, Vol. 481, № 5, pp. 490-493.

22. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kukanov S.S., Osetrov D.L., Riabov A.A. Analiz metodov postroeniia istinnykh diagramm deformirovaniia uprugoplasticheskikh materialov pri bol'shikh deformatsiiakh [Analysis of methods for constructing true deformation diagrams of elastic-plastic materials at large deformations]. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2023, № 4, pp. 12-22.

23. Volegov P.S., Gribov D.S., Trusov P.V. Povrezhdennost' i razrushenie: klassicheskie kontinual'nye teorii [Damage and destruction: classical continuum theories]. *Physical Mesomechanics*, 2015, Vol. 18, № 4, pp. 68-86.

24. Volkov I.A., Korotkikh Iu.G. Uravneniia sostoianiia viazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniiami [Equations of state of viscoelastic-plastic media with damage]. *M: FIZMATLIT*, 2008, 424 p.

25. Sadyrin A.I. Modeli nakopleniia povrezhdenii i kriterii razrusheniia konstruktsionnykh uprugoplasticheskikh materialov pri dinamicheskom nagruzhenii [Damage accumulation models and failure criteria for structural elastoplastic materials under dynamic loading]. *Problems of Strength and Plasticity*, 2012, Vol. 74, pp. 28-39.

26. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napriazhennom sostoianii [Deformation and strength of materials under complex stress state]. *Kiev: Naukova dumka*, 1976, 415 p.

27. B.L. Glushak and others. Razrushenie deformiruemykh sred pri impul'snykh nagruzkakh [Fracture of deformable media under pulse loads]. *N. Novgorod: NNGU*, 1992, 193 p.

28. Lemaitre J. Damage Mechanics. *Paris: Rhe Bath Press*, 1990, 556 p.

29. Chausov N.G. and others. Osobennosti deformirovaniia plastichnykh materialov pri dinamicheskikh neravnovesnykh protsessakh [Features of deformation of plastic materials under dynamic non-equilibrium processes]. *Zavodskaia laboratoriia. Diagnostika materialov*, 2009, Vol. 75, № 6, pp. 52 – 59.

30. Lemetr Zh. Kontinual'naia teoriia povrezhdeniia, ispol'zuemaia dlia rascheta razrusheniia plastichnykh materialov [Continuum damage theory used to calculate the fracture of ductile materials]. *Journal of Basic Engineering. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Series D*, 1985, Vol. 108, № 1, pp. 91–98.

31. Lebedev A.A., Chausov N.G., Bogdanovich A.Z. Otsenka predel'nykh povrezhdenii v materialakh pri staticheskom nagruzhenii s uchetom vida napriazhennogo sostoianiia [Estimation of ultimate damage in materials under static loading taking into account the type of stress state]. *Strength of Materials*, 2002, №. 2, pp. 35 – 40.

32. Kukudzhanov V.N. Sviazannye modeli uprugoplastichnosti i povrezhdennosti i ikh integrirovanie [Coupled elastic-plasticity and damage models and their integration]. *Mechanics of Solids,* 2006, № 6, pp. 103–135.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания Минобрнауки России (проект № FSWR-2023-0036).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Funding. The work was carried out with the financial support of the State Assignment of the Ministry of Education and Science of Russia (project No. FSWR-2023-0036).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the author is equivalent.