Паньков, А.А. Криволинейные пьезоэлектрические актюаторы изгибного типа с управляемой формой поперечного сечения / А.А. Паньков. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.01 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 3. – С. 5–18.

Perm Polytech Style: Pan'kov A.A. Curvilinear piezoelectric actuators of bending type with controlled cross-sectional shape. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 3, pp. 5-18. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.01

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 3, 2025
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.01
УДК 539.3

КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АКТЮАТОРЫ ИЗГИБНОГО ТИПА С УПРАВЛЯЕМОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

А.А. Паньков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 26 февраля 2024 г.
Одобрена: 05 августа 2025 г.
Принята к публикации:
15 августа 2025 г.

Ключевые слова:

пьезоэлектрический актюатор, начальная кривизна, трансформация поперечного сечения, трубчато-«чечевичная» форма сечения, MFC-биморф, численное моделирование.

АННОТАЦИЯ

Предложен новый принцип функционирования пьезоэлектрического актюатора изгибного типа с использованием эффекта взаимодействия его начальной кривизны и управляемой пьезоэлектрической трансформации формы его поперечного сечения. В результате изгиб продольной оси криволинейного актюатора возникает не от его непосредственного изгиба (как это реализуется по традиционной схеме типа «биморф»), а опосредованно от управляемого изменения формы – изгиба его сечения в поперечной плоскости. Пьезоэлектрические трансформации поперечного сечения осуществляются через «биморф»-изгиб его начально-прямоугольной формы с переходом однослойного сечения к выпуклой «арочной», а двухслойного – к двояковыпуклой трубчато-«чечевичной» формам. Такие трансформации поперечного сечения увеличивают осевой момент инерции и, как результат, обусловливают появление в сечениях рассматриваемых криволинейных стержневых PlatCB *(*Plate Curvilinear Bimorphic*) или* TubCB *(*Tubular Curvilinear Bimorphic*)* актюаторов неуравновешенных изгибающих моментов, действие которых частично распрямляет, т.е. уменьшает значение начальной кривизны продольной оси стержневого актюатора в рабочей продольной плоскости. Разработаны математические модели деформирований PlatCB-, TubCB-актюаторов как взаимодействие двух связанных между собой процессов: «активного» – управляемого пьезоэлектрического трансформирования формы поперечного сечения и «реактивного» – перехода актюатора к новой равновесной криволинейной форме с целью увеличения его изгибных характеристик – максимальных смещений и блокирующих усилий, производимых актюаторами в рабочей продольной плоскости. Представлены численные результаты и выявлены закономерности влияния на результирующие изгибные характеристики различных структурных параметров: начальной кривизны, ширины и толщины начальных прямоугольных сечений PlatCB-, TubCB-актюаторов. Выявлено, что наиболее существенно улучшаются результирующие изгибные характеристики для TubCB-актюатора с трансформацией его тонкого двухслойного прямоугольного сечения к двояковыпуклой «чечевично»-трубчатой форме.

© **Паньков Андрей Анатольевич** – д. ф.-м. н., профессор кафедры механики композиционных материалов и конструкций, e-mail: a_a_pankov@mail.ru, ID: 0000-0001-8477-5206.

Andrey A. Pan'kov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of the mechanics of composite materials and structures, e-mail: a_a_pankov@mail.ru, ID: 0000-0001-8477-5206.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

CURVILINEAR PIEZOELECTRIC ACTUATORS OF BENDING TYPE WITH CONTROLLED CROSS-SECTIONAL SHAPE

A.A. Pan'kov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 26 February 2024
Approved: 05 August 2025
Accepted for publication:
15 August 2025

Keywords:

piezoelectric actuator, initial curvature, transformation of cross-section, tubular- "lentil" shape of cross-section, MFC-bimorph, numerical modeling.

ABSTRACT

A new principle of functioning of a bending-type piezoelectric actuator using the effect of interaction of its initial curvature and controlled piezoelectric transformation of the shape of its cross-section is proposed. As a result, the bending of the longitudinal axis of the curvilinear actuator does not arise from its direct bending (as is realized according to the traditional bimorf type scheme), but indirectly from a controlled change in the shape - a bending of its cross-section in the transverse plane. Piezoelectric transformations of cross-section are carried out through "bimorph" - bend of its initial rectangular shape with transition of single-layer cross-section to convex "arched" and two-layer to biconvex tubular - "lentil" forms. Such transformations of the cross section increase the axial moment of inertia and, as a result, cause the appearance in the cross sections of the considered curvilinear rod PlatCB (Plate Curvilinear Bimorphic) or TubCB (Tubular Curvilinear Bimorphic) actuators of unbalanced bending moments, the action of which is partially straightening, i.e. reduces the value of initial curvature of the longitudinal axis of the rod actuator in the working longitudinal plane. Mathematical models of deformations of PlatCB, TubCB actuators have been developed as the interaction of two related processes: "active" is a controlled piezoelectric transformation of the cross-section shape, and "reactive" is a transition of the actuator to a new equilibrium curvilinear shape in order to increase its bending characteristics - maximum displacements and blocking forces produced by the actuators in the working longitudinal plane. Numerical results are presented and regularities of influence on the resulting bending characteristics of various structural parameters are revealed: initial curvature, width and thickness of initial rectangular sections of PlatCB, TubCB actuators. It was found that the resulting bending characteristics for the TubCB-actuator are most significantly improved with the transformation of its thin two-layer rectangular section to a biconvex "lentil" - tubular shape.

Введение

Пьезоактивные композиты с пьезоэлектрическими и/или магнитострикционными элементами структуры используются в современных интеллектуальных конструкциях в качестве функциональных элементов: преобразователей, датчиков, актюаторов [1–5], функционирующих на основе эффектов связанностей деформационного, электрического и/или магнитного полей. Математическое моделирование свойств и поведения пьезоактивных композитов основывается на постановке и решении связанных краевых задач электромагнитотермоупругости для микронеоднородной представительной области с использованием методов механики композитов [6–9]. Гибкие биморфные пьезоэлектрические актюаторы состоят, как правило, из двух или более однородных пьезоэлектрических слоев (пластин, пленок) равной толщины с одинаковой или взаимообратной поляризацией слоев, межслойных и наружных электродов [10–17]. Такие пьезоэлектрические актюаторы имеют малый вес, низкое потребление энергии, хорошую гибкость и силовое воздействие на управляемые объекты и находят широкое применение в конструкциях аэрокосмической техники, например, в спутниковых антеннах, солнечных панелях и гибких связях функциональных элементов робототехнических устройств [18–22], в частности, для выполнения функций регулировки ориентацией и управления движением спутника по заданной траектории, широко используются в микроэлектронике и атомно-силовых микроскопах [23; 24]. Гибкие пьезоэлектрические биморфы используются в качестве генераторов электрической энергии [13; 25–29], датчиков [12; 30; 31] и актюаторов – пьезоэлектрических преобразователей электрических сигналов от источника питания в движение (микроперемещение), манипулирования или сборки микромасштабных объектов [11; 12; 14; 17; 32–40], в частности, пьезоэлектрических шаговых двигателей [33], микрозахватов [35], элементов управления геометрией отражающих [17] или аэродинамических [38; 40] поверхностей в современных микроэлектромеханических системах (МЭМС), системах автоматического управления радиотехники, электроники, оптики, аэрокосмической и медицинской техники. Гибкий биморфный пьезокантилевер [11; 34] работает как исполнительный механизм (актюатор) и, одновременно, как датчик самоконтроля – мониторинга информации о текущем значении действующей на кантилевер внешней силы и/или смещения (прогиба). Многослойные гибкие биморфы используют для повышения чувствительности – отношения величины изгибных деформаций биморфа к приложенному на электроды управляющему электрическому напряжению, в частности, когда отражающая поверхность деформируемого зеркала расположена на внешней стороне одного из слоев биморфа [17]. Пьезоактюатор с управляемой жесткостью на изгиб [41] представляет собой многослойный пакет из элементарных биморфных слоев с управляемой механической связанностью между смежными слоями. Достижение

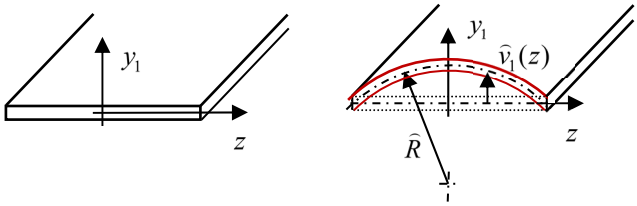
результирующего значения квазистатической изгибной деформации актюатора [41] осуществляется в резонансном изгибно-колебательном режиме – циклическом чередовании «активного» (в требуемом направлении изгиба) и «реактивного» (в обратном направлении) полупериодов колебания при малой и большой связанности элементарных слоев и, как следствие, при малой и большой результирующей изгибной жесткости многослойного пакета (актюатора) соответственно. Можно отметить исследование [42], где предложен гибридный пьезоэлектрический актюатор изгибного типа, который включает в себя две пьезоэлектрические секции – центральную круговую биморфную секцию «инициации» изгиба и периферийное «кольцо поджатия» с общим внутренним круговым электродом и различными для каждой секции внешними управляющими электродами. «Кольцо поджатия», как часть актюатора [42], примыкает к неподвижно (шарнирно или жестко) закрепленному его периметру и обусловливает существенное улучшение его изгибных характеристик.

В [43; 44] предложены криволинейные стержневые пьезоэлектрические актюаторы изгибного типа: крутильно-изгибный TorsBC-актюатор [43; 45] и изгибные актюаторы с управляемыми трансформациями форм своих поперечных сечений [44]. TorsBC-актюатор имеет вид криволинейного двухслойного «биморфа кручения», в частности, из двух пленочных пьезоэлектрических IncIDE-актюаторов [46] с ориентационными углами $\pm\pi/4$ встречно-штыревых электродов (IDE); рабочий изгиб TorsBC-актюатора в поперечной плоскости обусловлен управляемым пьезоэлектрическим закручиванием его вокруг продольной криволинейной оси. В [44] требуемый изгиб криволинейных стержневых PlatCB *(*Plate Curvilinear Bimorphic) или TubCB (Tubular Curvilinear Bimorphic) актюаторов в продольной плоскости возникает опосредованно от управляемого пьезоэлектрического изменения начально-прямоугольной формы поперечного сечения к выпуклой «арочной» или двояковыпуклой «чечевичной» формам соответственно. Этот эффект обусловлен появлением распределенных по длине криволинейных актюаторов неуравновешенных изгибающих моментов, действие которых частично распрямляет, т.е. уменьшает значение начальной кривизны продольной оси актюатора, в результате управляемой трансформации формы его поперечного сечения. Наиболее существенно этот эффект проявляется для TubCB-актюатора с трансформацией прямоугольной формы тонкого составного двухслойного сечения к двояковыпуклой «чечевично»-трубчатой форме по отношению к характеристикам традиционных прямолинейных или криволинейных TorsBC [43; 45] и PlatCB-актюаторов.

Цель исследования – разработка математической модели и изучение эффекта взаимодействия начальной кривизны и пьезоэлектрических трансформаций форм поперечных сечений криволинейных пьезоэлектрических PlatCB, TubCB-актюаторов [36] изгибного типа для улучшения их изгибных характеристик – увеличения максимальных смещений и блокирующих усилий, производимых актюаторами в рабочей продольной плоскости.

Биморфные криволинейные актюаторы

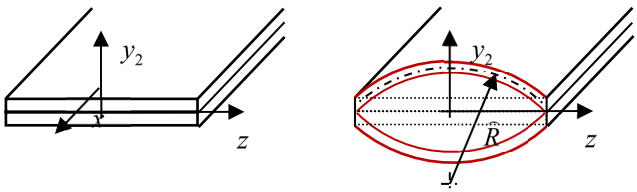
В начальном состоянии PlatCB-актюатор (рис. 1) представляет собой тонкий криволинейный стержень в виде тонкой биморфной цилиндрической пластины ленточного типа с прямоугольным поперечным сечением и управляющими электродами. Поляризация пьезоэлектрических слоев и расположение электродов биморфной пластины таковы, что при подключении к электродам управляющего электрического напряжения U_{con} тонкое прямоугольное сечение биморфа изгибается в плоскости своего поперечного сечения (а не в рабочей продольной плоскости, как это происходит в традиционных биморфных актюаторах изгибного типа), т.е. становится выпуклым «арочным» по всей длине пластины (ленты). «Двухслойный» трубчатый TubCB-актюатор (рис. 2) образован соединением по внешнему контуру двух пластинчатых PlatCB-актюаторов с возможностью трансформации составного тонкого прямоугольного поперечного сечения в двояковыпуклое «чечевично»-трубчатое сечение при подключении к электродам управляющего электрического напряжения U_{con}.



a *b*

Рис. 1. Начальная (*a*) и выпуклая «арочная» (*b*) формы поперечного сечения биморфного слоя PlatCB-актюатора

Fig. 1. Initial (*a*) and convex "arched" (*b*) shapes of cross-section of bimorph layer of PlatCB-actuator



a *b*

Рис. 2. Начальная двухслойная (*a*) и двояковыпуклая «чечевичная» (*b*) формы поперечного сечения TubCB-актюатора

Fig. 2. An initial two-layer (*a*) and biconvex "lentil" (*b*) shapes of cross-sectional of TubCB-actuator

Считаем, что PlatCB (см. рис. 1) и TubCB (см. рис. 2) актюаторы имеют начальный радиус кривизны R_0 и

консольно закреплены при $x = 0$ (см. рис. 3); размеры тонкого прямоугольного поперечного сечения: ширина b, толщина $h = h_1$ с областью значений координаты $y_1 \in (-h_1/2; h_1/2)$ для PlatCB-актюатора (см. рис. 1) и $h = 2h_1$, $y_2 \in (-h_1; h_1)$ для «двухслойного» TubCB-актюатора, где $x \in (0; l)$ – продольная координата, $z \in (-b/2; b/2)$, h_1 – толщина биморфного слоя (в целом, включая пьезоэлектрические элементы и электроды биморфа), l – длина актюатора в виде дугообразного стержня. Биморфный слой (см. рис. 1, *a*) или слои (см. рис. 2, *a*) трансформируют первоначально прямоугольные формы поперечных сечений в выпуклую (см. рис. 1, *b*) или двояковыпуклую «чечевичную» (см. рис. 2, *b*) формы в плоскости yz соответственно. Слои TubCB-актюатора скреплены между собой лишь по боковым сторонам своих периметров, при этом каждый слой – это биморфная двухслойная пластина толщиной $h_1 = 2h_a$, где h_a – толщина каждого (например, в виде пленочного MFC (Micro-Fiber Composite) актюатора [47; 48] осевых по z перемещений) из обоих слоев биморфа.

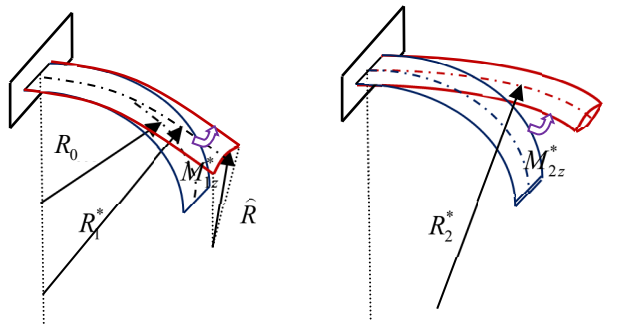


Рис. 3. Начальные и результирующие криволинейные формы PlatCB (*a*) и TubCB (*b*) актюаторов

Fig. 3. Initial and resultant curvilinear shapes of PlatCB (*a*) and TubCB (*b*) actuators

Математическое моделирование деформирования криволинейного актюатора

Рассмотрим построение математической модели деформирования криволинейных PlatCB и TubCB актюаторов через моделирование эффекта взаимодействия управляемых формоизменений их поперечных сечений и начальной кривизны $1/R_0$ продольной оси с целью увеличения изгибных характеристик – максимальных смещений и блокирующих усилий актюаторов в своей рабочей продольной плоскости. Изгиб PlatCB-, TubCB-актюаторов в продольной плоскости имеет реактивный характер как реакция на управляемые пьезоэлектрические (биморфные) формоизменения – вспомогательные изгибы их сечений в поперечной плоскости. При подключении к электродам биморфа управляющего электрического напряжения U_{con} возникает пьезоэлектрический «биморфный» момент $\hat{M}_x$, который изгибает первоначально прямолинейное (прямоугольное) сечение биморфа в плоскости $y_{1,2}z$ до радиуса кривизны $\hat{R}$ с функцией прогибов $\hat{v}_{1,2}$, в частности, для однослойного PlatCB-актюатора (см. рис. 1, *b*) в виде

$$\hat{v}_1 \equiv \hat{v}_1(z) = \frac{\hat{M}_x}{2E_z J_{x1}}\left(z^2 - \frac{b^2}{4}\right), \tag{1}$$

для двухслойного TubCB-актюатора (см. рис. 2, *b*) имеем зеркальные (относительно срединной линии сечения) прогибы обоих верхнего и нижнего биморфных слоев

$$\hat{v}_2 = \begin{cases} \hat{v}_1(z), & y_2 \in (0; h_1) \\ -\hat{v}_1(z), & y_2 \in (-h_1; 0), \end{cases} \tag{2}$$

где $J_{x1} = lh_1^3/12$ – осевой момент инерции сечения, E_z – поперечный модуль Юнга (по оси z) биморфа, изгибающий момент

$$\hat{M}_x \approx e_{zzz} h_a^2 l \frac{U_{\text{con}}}{\Delta_a} \tag{3}$$

(как два слоя MFC-актюаторов [47; 48] толщиной h_a, расстоянием Δ_a между соседними разнополярными встречно-штыревыми электродами и результирующим рабочим пьезомодулем e_{zzz} при поляризации пьезоэлектрического слоя по оси z), радиус кривизны

$$\hat{R} = \frac{E_z J_{x1}}{\hat{M}_x} \approx \frac{E_z h_1 \Delta_a}{3 e_{zzz} U_{\text{con}}}. \tag{4}$$

В результате изгиба биморфа (в поперечной плоскости $y_{1,2}z$) каждая точка его поперечного сечения с первоначальными координатами $(y_{1,2}; z)$ приобретает новые значения координат $(\hat{y}_{1,2}; z)$ в главных осях инерции (проходящих через центр тяжести) искривленного сечения, в частности, для однослойного PlatCB-актюатора (см. рис. 1, *b*) имеем

$$\hat{y}_1(y_1, z) = y_1 + \hat{v}_1(z) - y_{1c}, \tag{5}$$

где y_{1c} – координата центра тяжести искривленного в виде арки поперечного сечения, $y_1 \in (-h_1/2; h_1/2)$ и для двухслойного TubCB-актюатора (см. рис. 2, *b*) –

$$\hat{y}_2(y_2, z) = y_2 + \hat{v}_2(y_2, z) \tag{6}$$

или с учетом (1), (2) в виде

$$\hat{y}_2(y_2, z) = \begin{cases} y_2 + \hat{v}_1(z), & y_2 \in (0; h_1) \\ y_2 - \hat{v}_1(z), & y_2 \in (-h_1; 0). \end{cases}$$

Такие трансформации формы (см. рис. 1, 2) поперечных сечений в предположении неизменности положения

(на дуге радиусом R_0) центра тяжести поперечного сечения при его трансформации с прямоугольного (см. рис. 1, *a*, рис. 2, *a*) соответственно в выпуклое «арочное» (см. рис. 1, *b*) или двояковыпуклое «чечевичное» (см. рис. 2, *b*) обусловливают возникновение удлинений $\Delta(dl)$ элементарных с начальной длиной $dl_0 = (R_0 + y_{1,2})d\theta$ продольных (т.е. расположенных вдоль оси x) «волокон» биморфного слоя, в частности, для однослойного PlatCB-актюатора

$$\Delta(dl) = (R_0 + y_1 + \hat{v}_1 - y_{1c})d\theta\text{-}(R_0 + y_1)d\theta = (\hat{v}_1 - y_{1c})d\theta\,,$$

продольных деформаций

$$\varepsilon_x \equiv \frac{\Delta(dl)}{dl_0} = \frac{\hat{v}_1 - y_{1c}}{R_0 + y_1}$$

и осевых напряжений

$$\sigma_x = E_x \frac{\hat{v}_1 - y_{1c}}{R_0 + y_1} \approx E_x \frac{\hat{v}_1 - y_{1c}}{R_0}. \qquad (7)$$

Аналогичные выражения запишем для двухслойного TubCB-актюатора –

$$\Delta(dl) = (R_0 + y_2 + \hat{v}_2)d\theta\text{-}(R_0 + y_2)d\theta = \hat{v}_2 d\theta,$$

продольных деформаций

$$\varepsilon_x \equiv \frac{\Delta(dl)}{dl_0} = \frac{\hat{v}_2}{R_0 + y_2}$$

и осевых напряжений

$$\sigma_x = E_x \frac{\hat{v}_2}{R_0 + y_2} \approx E_x \frac{\hat{v}_2}{R_0} \qquad (8)$$

в приближении $y_{1,2} / R_0 << 1$, т.е. имеем равенство $R_0 + y_{1,2} \approx R_0$, где E_x – продольный модуль Юнга биморфа.

В результате в каждом сечении теперь уже «арочно»-пластинчатого PlatCB или «чечевично»-трубчатого TubCB стержня (актюатора) возникает соответствующий результирующий изгибающий момент, в частности, для PlatCB-актюатора

$$M^*_{1z} = \int\limits_{S_1} \sigma_x \hat{y}_1 ds = \frac{E_x}{R_0} \int\limits_{S_1} (\hat{v}_1 - y_{1c})(y_1 + \hat{v}_1 - y_{1c}) ds_1, \qquad (9)$$

где прямоугольная область интегрирования S_1 сечения: $y_1 \in (-h_1/2; h_1/2)$, $z \in (-b/2; b/2)$; и аналогично для TubCB-актюатора с учетом симметрии его «чечевичного» сечения

$$M^*_{2z} = \int\limits_{S} \sigma_x \hat{y} ds = \frac{2E_x}{R_0} \int\limits_{S_1} v_{1p}(z)(y_2 + v_{1p}(z)) ds_1, \qquad (10)$$

где прямоугольная область интегрирования S_1: $y_2 \in (0; h_1)$, $z \in (-b/2; b/2)$. То есть приходим к расчетной схеме – дугообразный (длиной *l*) консольный стержень с радиусом R_0 с «арочным» или «чечевичным» поперечным сечением с действующим на свободном торце результирующим изгибающим моментом M^*_{1z} или M^*_{2z} соответственно (см. рис. 3). Результирующий изгибающий момент $M^*_{1,2z}$ частично распрямляет, т.е. уменьшает значение начальной кривизны дугообразного стержня (актюатора), увеличивая начальное значение R_0 его радиуса до $R^* > R_0$.

В частности, для TubCB-актюатора выражение (10) может быть преобразовано к виду

$$M^*_{2z} = \frac{\hat{M}_x E_x}{R_0 E_z J_{x1}} \int\limits_{S_1} (z^2 - \frac{b^2}{4})(y_2 + \hat{v}_1(z)) ds_1$$

или

$$M^*_{2z} = \frac{E_x}{R_0 \hat{R}} \int\limits_{S_1} (z^2 - \frac{b^2}{4})(y_2 + \hat{v}_1(z)) ds_1$$

с учетом радиуса кривизны $\hat{R} = E_z J_{x1} / \hat{M}_x$ или в виде

$$M^*_{2z} = \frac{E_x}{R_0 \hat{R}} (I_1 + I_2)\,, \qquad (11)$$

где

$$I_1 = \int\limits_{S_1} y_2 (z^2 - \frac{b^2}{4}) ds_1 = \frac{h_1^2}{2} \int\limits_{-b/2}^{b/2} (z^2 - \frac{b^2}{4}) dz = \frac{b^3 h_1^2}{12}\,,$$

$$I_2 = \frac{1}{2\hat{R}} \int\limits_{S_1} (z^2 - \frac{b^2}{4})^2 ds_1 = \frac{h_1}{2\hat{R}} \int\limits_{-b/2}^{b/2} (z^2 - \frac{b^2}{4})^2 dz = \frac{b^5 h_1}{60\hat{R}}$$

с учетом (1) величины прогибов $\hat{v}_1(z) = \frac{1}{2\hat{R}}(z^2 - \frac{b^2}{4})$.

В результате возникающий в каждом поперечном сечении дугообразного TubCB-актюатора результирующий изгибающий момент

$$M^*_{2z} = \frac{E_x}{R_0 \hat{R}} (\frac{b^3 h_1^2}{12} + \frac{b^5 h_1}{60\hat{R}})$$

или в виде

$$M^*_{2z} = \frac{E_x b^3 h_1^2}{12 R_0 \hat{R}} (1 + \frac{b^2}{5 h_1 \hat{R}}) \qquad (12)$$

обусловливает частичное разгибание стержня, т.е. происходит увеличение его радиуса кривизны с начального R_0 до результирующей величины

$$R^*_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_0} - \frac{M^*_{2z}}{E_x J^*_{2z}}}$$

или в виде

$$R_2^* = \frac{R_0}{1-\Delta\alpha_2/\alpha_0}, \quad (13)$$

где $\Delta\alpha_2 = \frac{M_{2z}^* l}{E_x J_{2z}^*}$ – угол поворота свободного торца, равный изменению угла охвата, дугообразного (длиной l) консольно-закрепленного стержня при его деформировании моментом M_{2z}^*, J_{2z}^* – осевой момент инерции «чечевичного» трубчатого сечения (см. рис. 1, *b*). Радиальное перемещение v_{2r}^* – прогиб центра тяжести свободного торца (по нормали к продольной оси *x*) при $x = l$ дугообразного TubCB-актюатора рассчитываем

$$v_{2r}^* = \frac{M_{2z}^* R_0^2}{E_x J_{2z}^*}(1-\cos\alpha_0) \quad (14)$$

по методу интегралов Мора, а блокирующая такой v_{2r}^* прогиб (при допуске углов поворота сечения) радиальная сила, приложенная на свободном торце,

$$P_{2r}^* = \frac{2E_x J_{2z}^*}{R_0^3(\alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0)} v_{2r}^* \quad (15)$$

с учетом решения (14); величина блокирующего (прогибы и углы поворота всех сечений актюатора) изгибающего момента $-M_{2z}^*$.

Коэффициенты эффективности актюаторов

Коэффициенты деформационной эффективности

$$\zeta_{v1,2} \equiv v_{1,2r}^* / \overline{v}_{1,2r} \quad (16)$$

предложенных PlatCB (см. рис. 1, рис. 3, *a*) и TubCB (см. рис. 2, рис. 3, *b*) актюаторов (относительно традиционных биморфных актюаторов изгибного типа) рассчитываем по аналогии с (14) через соответствующие значения прогибов

$$\overline{v}_{1,2r} = \frac{\overline{M}_{1,2z} R_0^2}{E_x \overline{J}_{1,2z}}(1-\cos\alpha_0) \quad (17)$$

центра тяжести свободного торца ($x = l$) традиционных пьезоактюаторов с прямоугольным поперечным сечением, где осевые моменты инерции $\overline{J}_{1z} = bh_1^3/12$, $\overline{J}_{2z} = bh^3/12$ с учетом $h = 2h_1$. Аналогично (16), (17) рассчитывали коэффициенты силовой (блокирующей) эффективности

$$\zeta_{P1,2} \equiv P_{1,2r}^* / \overline{P}_{1,2r} = M_{1,2z}^* / \overline{M}_{1,2z} \quad (18)$$

с учетом (14), (15) решений для блокирующих сил

$$P_{1,2r}^* = \frac{2E_x J_{1,2z}^*}{R_0^3(\alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0)} v_{1,2r}^*, \quad (19)$$

где прогибы на свободном торце

$$v_{1,2r}^* = \frac{M_{1,2z}^* R_0^2}{E_x J_{1,2z}^*}(1-\cos\alpha_0), \quad (20)$$

результирующий изгибающий момент для первого случая

$$M_{1z}^* = \frac{E_x h_1 b}{R_0}\left[y_{1c}\left(\frac{b^2}{6\widehat{R}} + y_{1c}\right) + \frac{b^4}{120\widehat{R}^2}\right], \quad (21)$$

вид M_{2z}^* определен ранее в (12). В выражении (21) величина y_{1c} – координата центра тяжести «арочного» поперечного сечения, которая является функцией геометрических параметров: b, h_1 – ширины и толщины и $\widehat{R}$ – радиуса дуги срединной линии арочной формы поперечного сечения биморфной пластины (пьезоактюатора) как функции от управляющего электрического напряжения U_{con} и рассчитывается $y_{1c} = S_{1z}^* / S_1$ через статический момент инерции S_{1z}^* «арочного» сечения в виде кольцевого сектора. Для традиционных биморфных актюаторов изгибного типа (например, также с использованием высокоэффективных MFC-актюаторов, но с поляризацией пьезоэлектрических слоев вдоль оси x) изгибающие в продольной плоскости $xy_{1,2}$ моменты $\overline{M}_{1,2z}$ в (17), (18) рассчитываются для первого случая – биморфа толщиной h_1 по формуле

$$\overline{M}_{1z} = \overline{e}_{xxx} h_a^2 b \frac{U_{\text{con}}}{\Delta_a}, \quad (22)$$

т.е. имеем $\overline{M}_{1z} = \widehat{M}_x \frac{b}{l}$ с учетом (3) и для второго случая – биморфа толщиной $2h_1$ (т.е. для случая удвоенной толщины $h_a^{'} = 2h_a = h_1$ MFC-актюатора) –

$$\overline{M}_{2z} = 4\overline{M}_{1z} \quad (23)$$

при поляризации пьезоэлектрического слоя MFC-актюатора по оси x с результирующим рабочим пьезомодулем $\overline{e}_{xxx}$, равным величине e_{zzz} в формуле (3).

Результаты численного моделирования

На рис. 4–6 представлены результаты расчета пьезоэлектрического (изгибающего биморфный слой в поперечной плоскости) момента $\widehat{M}_x$ (3) (см. рис. 4), результирующих моментов $M_{1,2z}^*$ (9)–(12) (см. рис. 5),

изгибающих консоли RibBC (см. рис. 5, *a*) и TubCB (см. рис. 5, *b*) актюаторов в продольной плоскости, и радиальных перемещений $v^*_{1,2r}$ свободного торца консоли PlatCB (см. рис. 6, *a*) и TubCB (14) (см. рис. 6, *b*) актюаторов в зависимости от значений приложенного к электродам управляющего электрического напряжения U_{con} при толщине $h_1 = 2h_a = 0{,}6$ мм, ширине $b = 20$ мм, длине $l = 100$ мм, угле обхвата $\alpha_0 = \pi/3$ и начальном радиусе кривизны продольной оси $R_0 = l/\alpha_0$ актюаторов при различных значениях расстояния Δ_a между соседними электродами (в MFC-слоях биморфа); при этом продольный $E_x = 10$ ГПа и поперечный $E_z = 5$ ГПа модули Юнга биморфа, пьезомодуль $e_{zzz} = 15{,}8$ Кл/м^2 (PZT-5) (3). На рис. 7 даны графики результирующего изгибающего момента M^*_{2z} (12) (рис. 7, *a, c, e*) и радиального перемещения v^*_{2r} (14) свободного торца (рис. 7, *b, d, f*) консоли TubCB-актюатора в зависимости от геометрических параметров: α_0, b, h_1 при неизменных значениях: $U_{\text{con}} = 1500$ В, $\alpha_0 = \pi/3$, $b = 20$ мм, $l = 100$ мм, $h_1 = 0{,}6$ мм и вариации величины Δ_a.

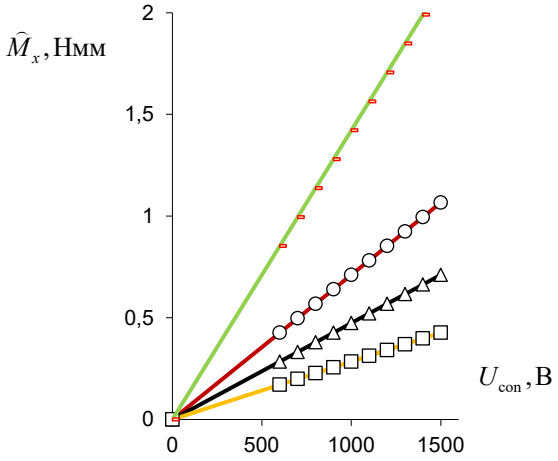


Рис. 4. Пьезоэлектрический изгибающий момент $\widehat{M}_x$ биморфного слоя в зависимости от управляющего электрического напряжения U_{con} при Δ_a =0,1 (-), 0,2 (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]

Fig. 4. Piezoelectric bending moment $\widehat{M}_x$ of bimorphic layer depending on control voltage U_{con} at Δ_a = 0.1 (-), 0.2 (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]

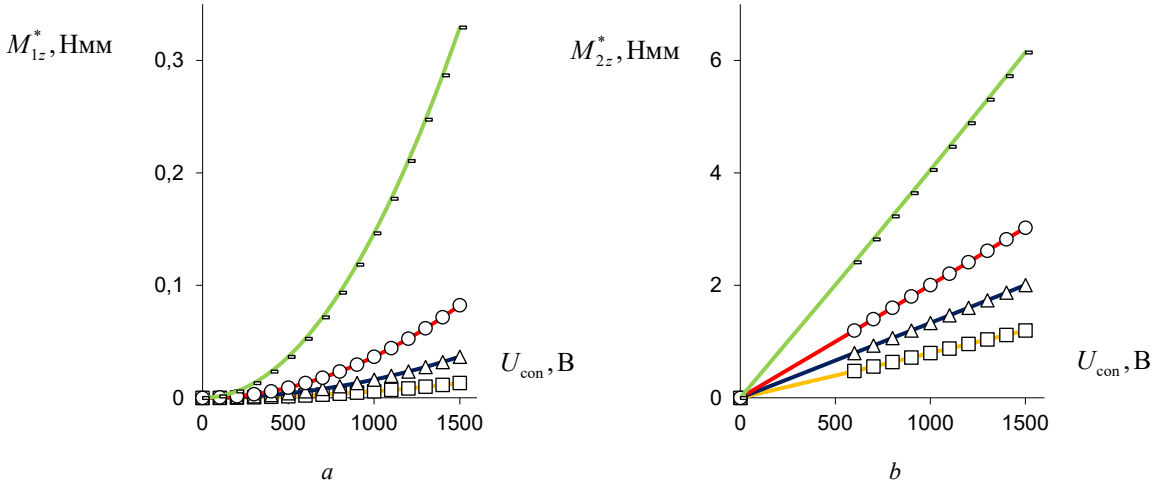


Рис. 5. Результирующие изгибающие моменты $M^*_{1,2z}$ консоли RibBC M^*_{1z} (*a*) и TubCB M^*_{2z} (*b*) актюаторов в зависимости от управляющего электрического напряжения U_{con} при Δ_a =0,1 (-), 0,2 (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]

Fig. 5. Resultant bending moments $M^*_{1,2z}$ of RibBC M^*_{1z} (*a*) and TubCB M^*_{2z} (*b*) cantilever beam actuators depending on control voltage U_{con} at Δ_a = 0.1 (-), 0.2 (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]

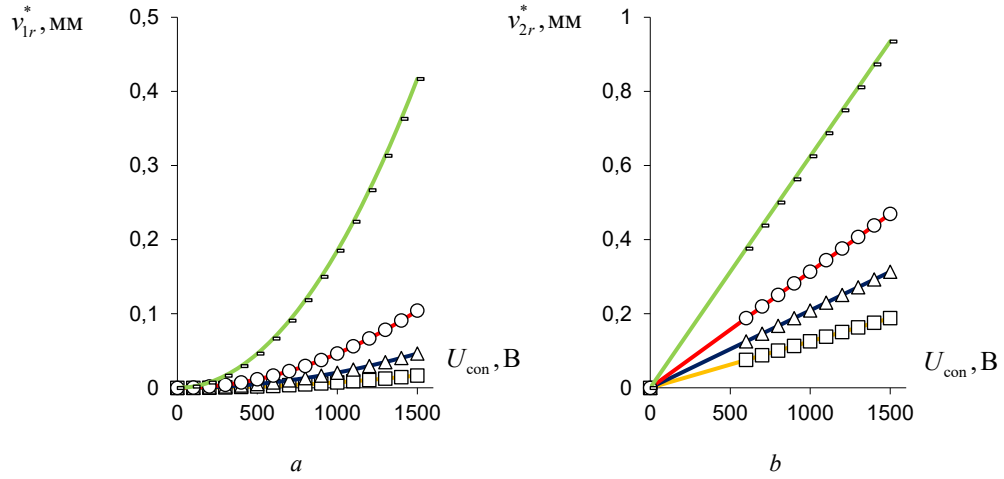


Рис. 6. Радиальные перемещения $v^*_{1,2r}$ свободного торца консоли RibBC v^*_{1r} (*a*) и TubCB v^*_{2r} (*b*) актюаторов в зависимости от управляющего электрического напряжения U_{con} при Δ_a =0,1 (-), 0,2 (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]

Fig. 6. Radial displacements $v^*_{1,2r}$ of free end face of RibBC v^*_{1r} (*a*) and TubCB v^*_{2r} (*b*) cantilever beam actuators depending on control voltage U_{con} at Δ_a = 0.1 (-), 0.2 (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]

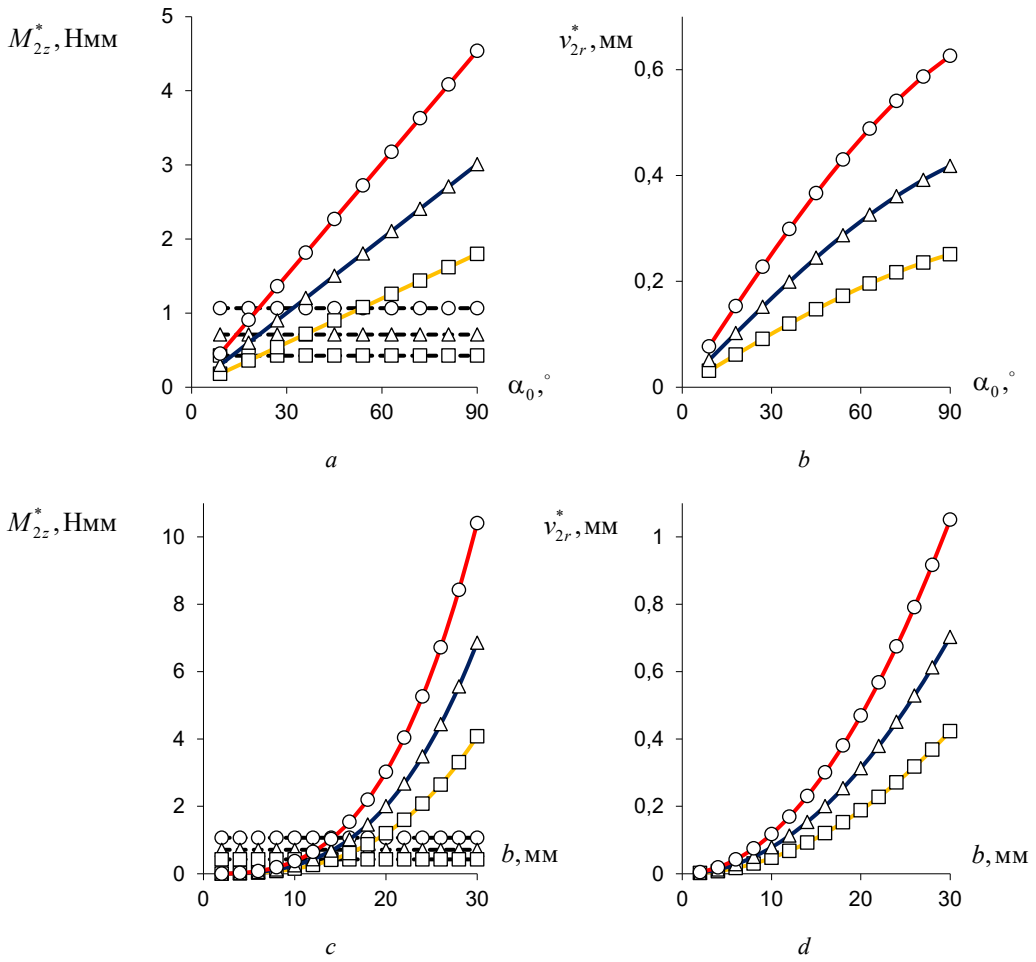


Рис. 7. Результирующий изгибающий момент M^*_{2z} (*a, c, e*) и радиальные перемещения v^*_{2r} свободного торца (*b, d, f*) консоли TubCB-актюатора в зависимости от параметров: α_0, b, h_1 при Δ_a = 0,2 (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]; изгибающий момент $\widehat{M}_x$ биморфного слоя (пунктирная линия)

Fig. 7. Resultant bending moment M^*_{2z} (*a, c, e*) and radial displacements v^*_{2r} of free end face (*b, d, f*) of TubCB-actuator cantilever beam depending on parameters: α_0, b, h_1 at Δ_a = 0.2 (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]; bending moment $\widehat{M}_x$ of the bimorphic layer (dotted line)

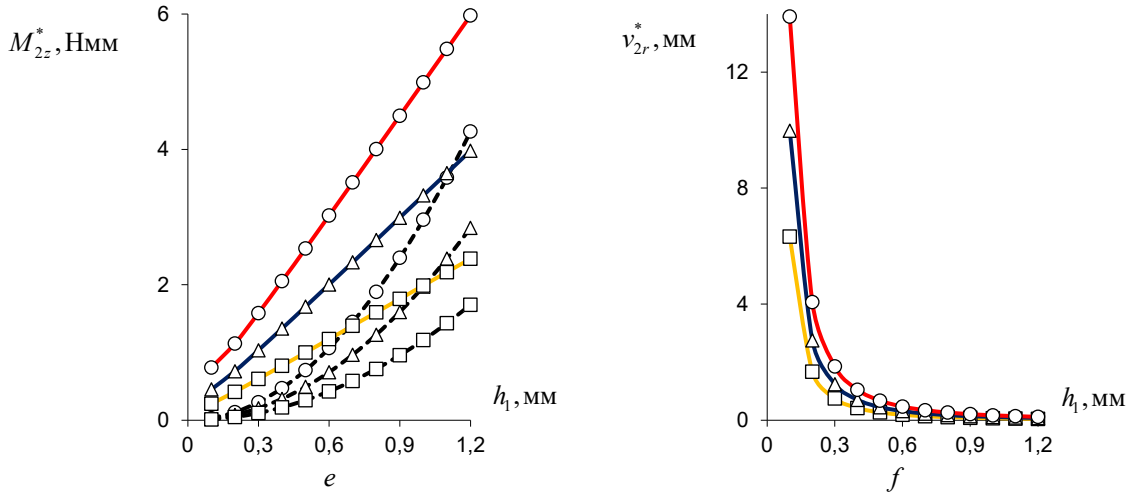


Рис. 7. Окончание

Fig. 7. The end

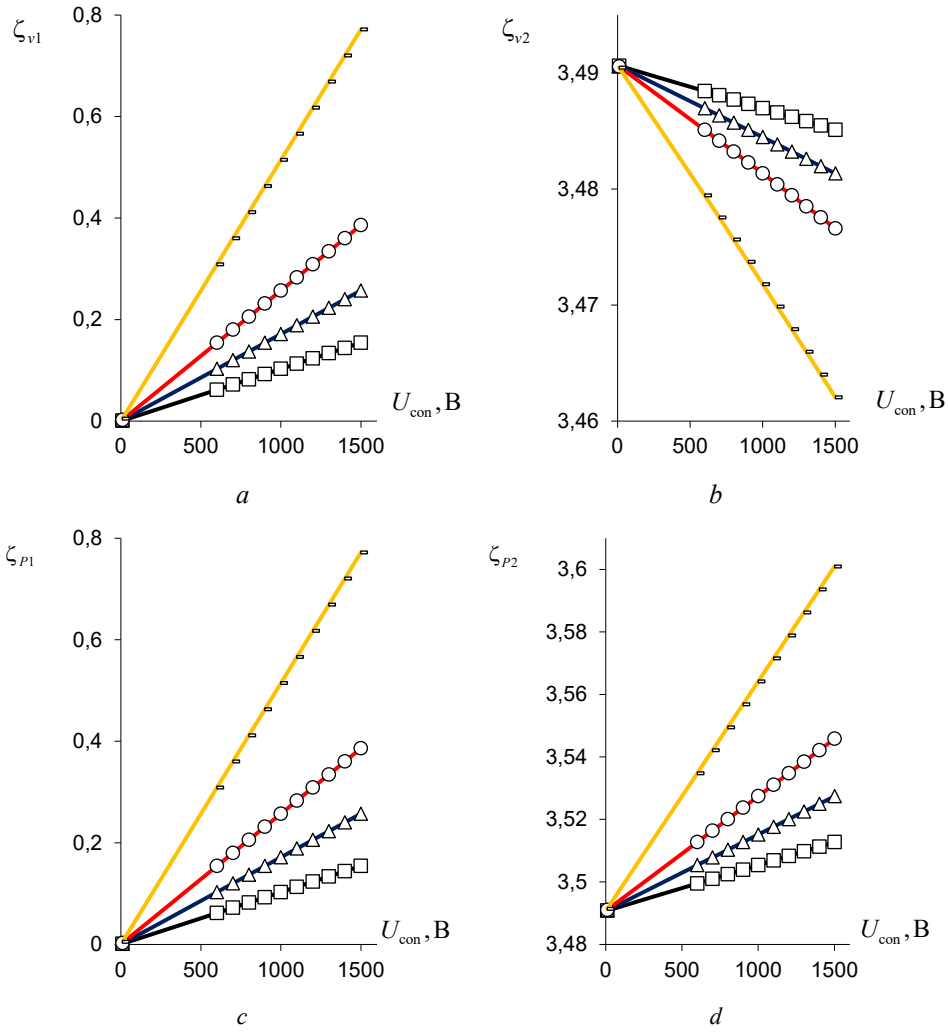
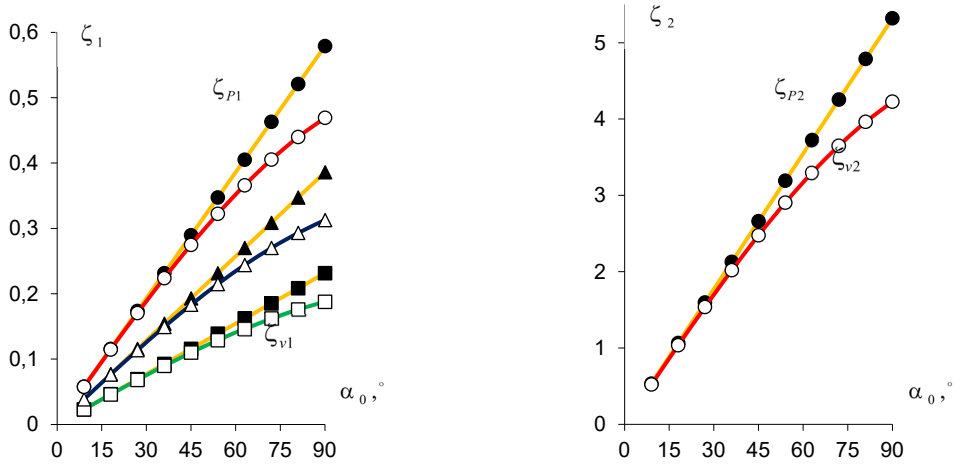


Рис. 8. Зависимость коэффициентов деформационной $\zeta_{v1,2}$ (*a*, *b*) и силовой (блокирующей) $\zeta_{P1,2}$ (*c*, *d*) эффективности PlatCB ζ_{v1} (*a*), ζ_{P1} (в) и TubCB ζ_{v2} (*c*), ζ_{P2} (*d*) актюаторов в зависимости от управляющего электрического напряжения U_{con} при Δ_a =0,1 (-), 0,2 (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]

Fig. 8. Dependence of coefficients of deformation $\zeta_{v1,2}$ (a, b) and power (blocking) $\zeta_{P1,2}$ (c, d) efficiency of PlatCB ζ_{v1} (a), ζ_{P1} (c) and TubCB ζ_{v2} (b), ζ_{P2} (d) actuators depending on control voltage U_{con} at Δ_a = 0.1 (-), 0.2 (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]



a *b*

Рис. 9. Зависимость коэффициентов деформационной $\zeta_{v1,2}$ (○, Δ, □) и силовой (блокирующей) $\zeta_{P1,2}$ (●,▲,■) эффективности PlatCB ζ_{v1}, ζ_{P1} (*a*) и TubCB ζ_{v2}, ζ_{P2} (*b*) актюаторов в зависимости от угла α_0 при $\Delta_a = 0{,}2$ (○), 0,3 (Δ), 0,5 (□) [мм]

Fig. 9. Dependence of coefficients of deformation $\zeta_{v1,2}$ (○, Δ, □) and power (blocking) $\zeta_{P1,2}$ (●,▲,■) efficiency of RibBC ζ_{v1}, ζ_{P1} (*a*) and TubCB ζ_{v2}, ζ_{P2} (*b*) actuators depending on the angle α_0 at $\Delta_a = 0.2$ (○), 0.3 (Δ), 0.5 (□) [mm]

На рис. 8 приведены графики зависимостей коэффициентов деформационной $\zeta_{v1,2}$ (16) (рис. 8, *a, b*) и силовой (блокирующей) $\zeta_{P1,2}$ (18) (рис. 8, *b, d*) эффективности PlatCB ζ_{v1} (см. рис. 8, *a*), ζ_{P1} (см. рис. 8, *c*) и TubCB ζ_{v2} (см. рис. 8, *b*), ζ_{P2} (см. рис. 8, *d*) пьезоактюаторов в зависимости от управляющего электрического напряжения U_{con} при фиксированном угле обхвата $\alpha_0 = \pi/3$, а на рис. 9 даны зависимости коэффициентов $\zeta_{v1,2}$, $\zeta_{P1,2}$ PlatCB (см. рис. 9, *a*) и TubCB (рис. 9, *b*) актюаторов (16), (18) в зависимости от угла α_0 (т.е. от начального радиуса $R_0 = l/\alpha_0$) при значениях: $h_1 = 0{,}6$ мм, $b = 20$ мм, $l = 100$ мм и вариации величины Δ_a. Выявлено, что для актюатора TubCB (см. рис.9, *b*), в отличие от RibBC (см. рис. 9, *a*), имеем единые кривые зависимостей коэффициентов ζ_{v2}, ζ_{P2} от величин α_0, R_0 при вариациях значений Δ_a.

Таким образом, в результате численного моделирования (рис. 4–9) выявлен монотонно возрастающий характер зависимости вспомогательного пьезоэлектрического инициирующего $\tilde{M}_x$ (см. рис. 4) и результирующих реактивных $M^*_{1,2z}$ (см. рис. 5) изгибающих моментов, прогибов $v^*_{1,2r}$ (см. рис. 6) от величины управляющего электрического напряжения U_{con}, при этом для величин $\tilde{M}_x$ (см. рис. 4), M^*_{2z} (см. рис. 5, *b*), v^*_{2r} (рис. 6, *b*) зависимости от значения U_{con} близки к прямым пропорциональностям. Уменьшение расстояния между электродами Δ_a в MFC-биморфах в составе PlatCB и TubCB актюаторов приводит к увеличению как $\tilde{M}_x$ (см. рис. 4), так и величин $M^*_{1,2z}$ (см. рис. 5), $v^*_{1,2r}$ (см. рис. 6). Увеличение значения начальной кривизны $\kappa = 1/R_0 = \alpha_0/l$ (см. рис. 7, *a, b*) и/или ширины *b* (рис. 7, *c, d*), в общем, для обоих PlatCB, TubCB-актюаторов приводит к монотонному увеличению величин результирующих моментов $M^*_{1,2z}$ и прогибов $v^*_{1,2r}$ (см. рис. 7, *a–d*) при постоянстве значения вспомогательного пьезоэлектрического инициирующего момента $\tilde{M}_x$ – пунктирные линии на рис. 7, *a, c*. Увеличение толщины биморфного слоя h_1 приводит к монотонному увеличению как вспомогательного пьезоэлектрического инициирующего момента $\tilde{M}_x$ (пунктирные линии на рис. 7, *e*), так и результирующего реактивного изгибающего момента M^*_{2z} по близкой к прямой пропорциональной зависимости (рис. 7, *e*). Для величины прогиба v^*_{2r} (см. рис. 7, *f*) наблюдается обратная – монотонно-убывающая – зависимость от величины h_1, что обусловлено более значительным (по отношению к росту величины момента M^*_{2z}) увеличением значения осевого момента J^*_{2z} (12), (14) и, как следствие, увеличением жесткости сечения на изгиб. Отметим, что с увеличением толщины биморфного слоя h_1 также предполагается увеличение толщины $h_a = h_1/2$ каждого его MFC-слоя, что обусловливает рост величины пьезоэлектрического момента $\tilde{M}_x$ (3) и осевого момента инерции J_{x1} (4). Выявлено, что наиболее существенно исследуемый эффект взаимодействия трансформации поперечного сечения с начальной кривизной продольной оси актюатора изгибного

типа проявляется в увеличении рабочих характеристик для TubCB-актюатора с трансформацией прямоугольной формы его тонкого сечения к двояковыпуклой «чечевично»-трубчатой форме (см. рис. 8, *b, d*, рис. 9, *b*).

Заключение

Разработаны математические модели деформирований криволинейных актюаторов: пластинчатого PlatCB и трубчатого TubCB [44] изгибного типов на основе эффекта взаимодействия двух связанных процессов: активного – управляемого пьезоэлектрического трансформирования формы поперечного сечения и реактивного – перехода актюатора к новой равновесной криволинейной форме с целью увеличения его изгибных характеристик – максимальных смещений (14) и блокирующих усилий (15) актюаторов в рабочей продольной плоскости (16), (18) (см. рис. 8, 9). Рассмотренные криволинейные PlatCB-, TubCB-актюаторы будут изгибаться даже при обоих свободных торцах, поэтому здесь «заделку» можно рассматривать как торцевое сечение, в котором прогибы и угол поворота приняты равными нулю и относительно которого рассматривается изгиб (прогибы и углы поворота сечений) актюатора. Краевые эффекты, обусловленные особенностями закрепления торца или торцов актюатора, здесь не рассматривались. Можно отметить, что при свободном изгибе актюатора (под действием лишь внутренних распределенных по длине актюатора изгибающих моментов) результирующие реакции: силы и моменты в местах закрепления, например, заделке равны нулю, что обусловливает локальность (принцип Сен-Венана) возникающего при этом краевого эффекта. Пьезоэлектрические PlatCB, TubCB-актюаторы могут быть использованы в манипуляторах робототехнических систем в качестве микрозахватов с расширенными рабочими диапазонами обхвата объектов и удерживающих их усилий.

Библиографический список

1. Tzou, H.S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua) / H.S. Tzou. – Kluwer Academic Publishers, 1993. – 320 p.
2. Functionally Graded Piezoelectric Material Systems – A Multiphysics Perspective / W.M. Rubio, S.L. Vatanabe, G.H. Paulino, E.C.N. Silva // Advanced Computational Materials Modeling: From Classical to Multi-Scale Techniques. Edited by Eduardo A. de Souza Neto, and Pablo A. Munoz-Rojas. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim. 2011. – P. 301–339.
3. Piezoelectric Materials and Devices – Practice and Applications / edited by Farzad Ebrahimi. IntechOpen, 2013. – 176 p. DOI: 10.5772/45936
4. Уорден, К. Новые интеллектуальные материалы и конструкции. Свойства и применение / К. Уорден. – М.: Техносфера, 2006. – 224 с.
5. Берлинкур, Д. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях. Физическая акустика. Т.1: Методы и приборы ультразвуковых исследований. Часть А / Д. Берлинкур, Д. Керран, Г. Жаффе. – М.: Мир, 1966. – С. 204–326.
6. Каралюнас, Р.И. Эффективные термопьезоэлектрические свойства слоистых композитов / Р.И. Каралюнас // Механика композитных материалов. – 1990. – № 5. – С. 823–830.
7. Гетман, И.П. О магнитоэлектрическом эффекте в пьезокомпозитах / И.П. Гетман // ДАН СССР. – 1991. – Т. 317, № 2. – С. 1246–1259.
8. Коган, Л.З. Магнитоэлектрические свойства волокнистых пьезокомпозитов / Л.З. Коган, В.А. Мольков // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1996. – № 5. – С. 62–68.
9. Gorbachev, V.I. Integral formulas in electromagnetic elasticity of heterogeneous bodies. application in the mechanics of composite materials / V.I. Gorbachev // Composites: Mechanics, Computations, Applications. An International J**.** – 2017. – Vol. 8, no. 2. – P. 147–170.
10. Modelling Piezoelectric Actuators / J.M. Han, T.A. Adriaens, W.L. Koning, R. Banning // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. – 2000. – Vol. 5, no. 4. – P. 331.
11. Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators / I.A. Ivan, M. Rakotondrabe, P. Lutz, N. Chaillet // Review of Scientific Instruments. American Institute of Physics. – 2009. – Vol. 80, no. 6. – P. 065102-1/065102-8.
12. Софронов, А. Биморфные пьезоэлектрические элементы: актюаторы и датчики / А. Софронов, В. Никифоров, В. Климашин // Компоненты и технологии. – 2003. – Т. 30, № 4. – С. 46–48.
13. A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester / D. Zhu, A. Almusallam, S.P. Beeby, J. Tudor, N.R. Harris // PowerMEMS. – 2010. Leuven, Belgium. – P. 1–4.
14. Investigation of novel design piezoelectric bending actuators / R. Bansevičius, S. Navickaitė, V. Jūrėnas, D. Mažeika, R. Lučinskis, J. Navickas // Journal of Vibroengineering. – 2013. – Vol. 15, no. 2. – P. 1064–1068.
15. Ватульян, А.О. Об изгибе пьезоэлектрической биморфной пластины / А.О. Ватульян, И.П. Гетман, Н.Б. Лапицкая // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27, № 10. – С. 101–105.
16. Ватульян, А.О. Об одной модели изгибных колебаний пьезоэлектрических биморфов с разрезными электродами и ее приложениях / А.О. Ватульян, А.А. Рынкова // Известия РАН МТТ. – 2007. – № 4. – С. 114–122.
17. Патент РФ № 2099754 Деформируемое зеркало на основе многослойной активной биморфной структуры / Йелстаун Корпорейшн Н.В. Дата публикации: 20.12.1997.
18. Hybrid vibration control of the membrane antenna experiencing maneuver with cable actuators / Q. Shao, Y.F. Lu, C. Shi, H.H. Yue, L.L. Lv, R.Q. Liu, G.Q. Fang // Thin-Walled Struct. – 2023. – Vol. 192:111149. DOI: 10.1016/j.tws.2023.111149
19. Garcia-Perez, O.A. Flexible-link robots with combined trajectory tracking and vibration control / O.A. Garcia-Perez, G. Silva-Navarro, J.F. Peza-Solis // Appl. Math. Model. – 2019. – Vol. 70. – P. 285–298. DOI: 10.1016/j.apm.2019.01.035
20. Lei, R.H. Dual power non-singular fast terminal sliding mode fault-tolerant vibration-attenuation control of the flexible space robot subjected to actuator faults / R.H. Lei, L. Chen // Acta Mech. – 2024. – Vol. 235, no. 4. – P. 1255–1269. DOI: 10.1007/s00707-023-03796-9
21. Boundary control design for vibration suppression and attitude control of flexible satellites with multi-section appendages / M.M. Ataei, H. Salarieh, N.H. Pishkenari, H. Jalili // Acta Astronaut. – 2020. – Vol. 173. – P. 22–30. DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.04.001

22. Lyu, Z. Combined vibration control of flexible cantilever beam driven by MFC actuators and rotary motor / Z. Lyu, C. Li, T. Jia // Acta Mech. – 2025. – Vol. 236, no. 1. – P. 305–320. DOI: 10.1007/s00707-024-04140-5

23. Fabrication of micro-array structures on material surface by a piezo-driven device / X. Li, Z. Xu, W.X. Sun, H. Huang // Vacuum. – 2022. – Vol. 203:111267. DOI: 10.1016/j.vacuum.2022.111267

24. Contactless measurements of the elastic modulus of living cells using thermal fluctuations of AFM cantilever / H. Zhang, Z. Zhang, E. Harte, F. Argoul, A. Maali// Physics of Fluids. – 2025. – Vol. 37, no. 3:032002. DOI: 10.1063/5.0253538

25. Антоняк, Ю.Т. Расчет характеристик изгибного пьезоэлектрического преобразователя мембранного типа / Ю.Т. Антоняк, М.Е. Вассергисер // Акустический журнал. – 1982. – Т. 28. № 3. – С. 294–302.

26. Аронов, Б.С. Электромеханические преобразователи из пьезоэлектрической керамики / Б.С. Аронов. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 270 с.

27. Williams, C.B. Analysis of a microelectric generator for Microsystems / C.B. Williams, R.B. Yates // Sensors and Actuators A: Physical. – 1996. – Vol. 52, no. 1–3. – P. 8–11.

28. Аббакумов, К.Е. Экспериментальное исследование дискового биморфного пьезоэлектрического генератора / К.Е. Аббакумов, Р.С. Коновалов, В.М. Цаплев // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2014. – № 9. – С. 59–63.

29. A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications / H. Liu, J. Zhong, C. Lee, S.-W. Lee, L. Lin // Applied Physics Reviews. – 2018. – Vol. 5, no. 4. – P. 041306; DOI: 10.1063/1.5074184

30. Васильев, В.А. Влияние частотных факторов и параметров на информативный сигнал пьезоэлектрических датчиков давления / В.А. Васильев, В.А. Веремьёв, А.И. Тихонов // Датчики и системы. – 2003. – № 8. – С. 5–9.

31. Шарапов, В.М. Пьезоэлектрические датчики / В.М. Шарапов, М.П. Мусиенко, Е.В. Шарапова. – М.: Техносфера. 2006. – 632 с.

32. Mouhli, M. Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators / M. Mouhli. – Virginia Commonwealth University, 2005. – 100 p.

33. Панич, А.Е. Пьезокерамические актюаторы / А.Е. Панич. – Ростов на Дону: РГУ, 2008. – 159 с.

34. Yamada, H. Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator / H. Yamada, M. Sasaki, Y. Nam // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2008. – Vol. 19, no. 1. – P. 113–123.

35. Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs / A.M. El-Sayed, A. Abo-Ismail, M.T. El-Melegy, N.A. Hamzaid, N.A.A. Osman // Sensors. – 2013. – Vol. 13. – P. 5826–5840. DOI:10.3390/s130505826

36. Бардин, В.А. Современное состояние и разработки актюаторов нано- и микроперемещений / В.А. Бардин, В.А. Васильев, П.С. Чернов // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". – 2014. – Т. 2. – С. 123–127.

37. Бардин, В.А. Актюаторы нано- и микроперемещений для систем управления, контроля и безопасности [Электронный ресурс]. / В.А. Бардин, В.А. Васильев // Современная техника и технологии. – 2014. – № 2. – С. 1–5. – URL: https://technology.snauka.ru/2014/02/3057 (дата обращения: 10.09.2024).

38. Zhou, J. A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor / J. Zhou, L. Dong, W. Yang // Actuators. – 2021. – Vol. 10, no. 10(247). – P. 1–15. DOI: 10.3390/act10100247

39. Abedian, B. Resonant frequency of a polyvinylidene flouride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid / B. Abedian, M. Cundari // Proc. SPIE 1916, Smart Structures and Materials 1993: Smart Materials, 23 July 1993. DOI: 10.1117/12.148486

40. Патент RU № 2723567. Лопасть воздушного винта с управляемой геометрией профиля / Паньков А.А., Аношкин А.Н., Писарев П.В., опубл.: 16.06.2020 Бюл. № 17, заявка № 2019137042 от 18.11.2019.

41. Патент RU № 2636255. Пьезоактюатор изгибного типа / Паньков А.А. опубл.: 21.11.2017; заявка № 2016114639 от 14.04.2016.

42. Патент RU № 2793564. Пьезоэлектрический биморф изгибного типа / Паньков А.А., опубл.: 04.04.2023 Бюл. № 10, заявка № 2022129727 от 16.11.2022.

43. Патент RU № 2822976. TorsBC-пьезоактюатор изгибного типа / Паньков А.А., опубл.: 16.07.2024 Бюл. № 20; заявка № 2024100462 от 11.01.2024.

44. Патент RU № 2819557. Пьезоактюатор изгибного типа / Паньков А.А., опубл.: 21.05.2024 Бюл. № 15, заявка № 2023128935 от 08.11.2023.

45. Паньков, А.А. Криволинейный крутильно-изгибный пьезоэлектрический актюатор // Измерительная техника. – 2024. – Т. 73, № 10. – С. 41–48. DOI: 10.32446/0368-1025it.2024-10-41-48

46. Патент RU № 2811420. Способ изготовления пьезоэлектрического актюатора / Паньков А.А., опубл.: 11.01.2024 Бюл. № 2, заявка № 2023127236 от 24.10.2023.

47. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / Wilkie W.K., et al. – Application Publ. March 27. 2003.

48. Park, J.-S. Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades / J.-S. Park, J.-H. Kim // Smart Mater. Struct. – 2005. – No. 14. – P. 745–753. DOI: 10.1088/0964-1726/14/4/033

References

1. Tzou H.S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). Kluwer Academic Publishers, 1993, 320 p.

2. Rubio W.M., Vatanabe S.L., Paulino G.H., Silva E.C.N. Functionally Graded Piezoelectric Material Systems – A Multiphysics Perspective. pp. 301-339. Advanced Computational Materials Modeling: From Classical to Multi-Scale Techniques. Edited by Eduardo A. de Souza Neto, and Pablo A. Munoz-Rojas. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2011.

3. Piezoelectric Materials and Devices. Practice and Applications / Edited by Farzad Ebrahimi. IntechOpen, 2013, 176 p. http://dx.doi.org/10.5772/45936

4. Uorden K. Novye intellektual'nye materialy i konstrukcii. Svojstva i primenenie [New intelligent materials and structures. Properties and application]. Moscow: Tekhnosfera, 2006, 224 p.

5. Berlinkur D., Kerran D., ZHaffe G. P'ezoelektricheskie i p'ezomagnitnye materialy i ih primenenie v preobrazovatelyah. Fizicheskaya akustika. T.1: Metody i pribory ul'trazvukovyh issledovanij. CHast' A. [Piezoelectric and piezomagnetic materials and their application in transducers. Physical acoustics. T.1: Ultrasound methods and instruments. Part A.] Moscow: Mir, 1966, pp. 204-326.

6. Karalyunas R.I. Effektivnye termop'ezoelektricheskie svojstva sloistyh kompozitov [Effective thermal and electrical

properties of layered composites] // *Mekhanika kompozitnyh materialov*, 1990, № 5, pp. 823 830.

7. Getman I.P. O magnitoelektricheskom effekte v p'ezokompozitah [On the magnetoelectric effect in piezocomposites] // *DAN SSSR*, 1991, T. 317, № 2. pp. 1246-1259.

8. Kogan L.Z., Mol'kov V.A. Magnitoelektricheskie svojstva voloknistyh p'ezokompozitov [Magnetoelectric properties of fibrous piezocomposites] // *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 1996, № 5, pp. 62-68.

9. Gorbachev V.I. Integral formulas in electromagnetic elasticity of heterogeneous bodies. application in the mechanics of composite materials // *Composites: Mechanics, Computations, Applications. An International J.*, 2017, Vol. 8, No. 2, pp. 147-170.

10. Han J.M., Adriaens T.A., Koning W.L., Banning R. Modelling Piezoelectric Actuators // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2000, Vol. 5, No. 4, pp. 331.

11. Ivan I.A., Rakotondrabe M., Lutz P., Chaillet N. Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators / *Review of Scientific Instruments. American Institute of Physics*, 2009, Vol. 80, No. 6, pp. 065102-1/065102-8.

12. Sofronov A., Nikiforov V., Klimashin V. Bimorfnye p'ezoelektricheskie elementy: aktyuatory i datchiki [Bimorph piezoelectric elements: actors and sensors] // *Komponenty i tekhnologii*, 2003, T. 30, № 4, pp. 46-48.

13. Zhu D., Almusallam A., Beeby S.P., Tudor J., Harris N.R. A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester / *PowerMEMS*, 2010, Leuven, Belgium, pp. 1-4.

14. Bansevičius R., Navickaitė S., Jūrėnas V., Mažeika D., Lučinskis R., Navickas J. Investigation of novel design piezoelectric bending actuators // *Journal of Vibroengineering*, 2013, Vol. 15, No. 2, pp. 1064-1068.

15. Vatul'yan A.O., Getman I.P., Lapickaya N.B. Ob izgibe p'ezoelektricheskoj bimorfnoj plastiny [On bending of a piezoelectric bimorph plate] // *Prikladnaya mekhanika*, 1991, T. 27, № 10, pp. 101-105.

16. Vatul'yan A.O., Rynkova A.A. Ob odnoj modeli izgibnyh kolebanij p'ezoelektricheskih bimorfov s razreznymi elektrodami i ee prilozheniyah [About one model of bending oscillations of piezoelectric bimorfs with split electrodes and its applications] // *Izvestiya RAN MTT*, 2007, № 4, pp. 114-122.

17. Patent RF № 2099754 Deformiruemoe zerkalo na osnove mnogoslojnoj aktivnoj bimorfnoj struktury [Deformable Mirror Based on Multilayer Active Bimorph Structure] / Jelstaun Korporejshn N.V. Data publikacii: 20.12.1997.

18. Shao Q., Lu Y.F., Shi C., Yue H.H., Lv L.L., Liu R.Q., Fang G.Q. Hybrid vibration control of the membrane antenna experiencing maneuver with cable actuators // *Thin-Walled Struct*., 2023, Vol. 192:111149. https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.111149

19. Garcia-Perez O.A., Silva-Navarro G., Peza-Solis J.F. Flexible-link robots with combined trajectory tracking and vibration control // *Appl. Math. Model*., 2019, Vol. 70, pp. 285–298. https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.01.035

20. Lei R.H., Chen L. Dual power non-singular fast terminal sliding mode fault-tolerant vibration-attenuation control of the flexible space robot subjected to actuator faults // *Acta Mech*., 2024, Vol. 235, No. 4, pp. 1255–1269. https://doi.org/10.1007/s00707-023-03796-9

21. Ataei M.M., Salarieh H., Pishkenari N.H., Jalili H. Boundary control design for vibration suppression and attitude control of flexible satellites with multi-section appendages // *Acta Astronaut*., 2020, Vol. 173, pp. 22–30. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.04.001

22. Lyu Z., Li C., Jia T. Combined vibration control of flexible cantilever beam driven by MFC actuators and rotary motor // *Acta Mech*., 2025, Vol. 236, No. 1, pp. 305–320. https://doi.org/10.1007/s00707-024-04140-5

23. Li X., Xu Z., Sun W.X., Huang H. Fabrication of micro-array structures on material surface by a piezo-driven device // *Vacuum*, 2022, Vol. 203:111267. https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2022.111267

24. Zhang H., Zhang Z., Harte E., Argoul F., Maali A. Contactless measurements of the elastic modulus of living cells using thermal fluctuations of AFM cantilever // *Physics of Fluids, 2025,* Vol. 37, No. 3:032002. https://doi.org/10.1063/5.0253538

25. Antonyak YU.T., Vassergiser M.E. Raschet harakteristik izgibnogo p'ezoelektricheskogo preobrazovatelya membrannogo tipa [Calculation of the characteristics of a membrane-type bending piezoelectric transducer] // *Akusticheskij zhurnal*, 1982, T. 28, № 3, pp. 294-302.

26. Aronov B.S. Elektromekhanicheskie preobrazovateli iz p'ezoelektricheskoj keramiki [Electromechanical converters from piezoelectric ceramics]. Leningrad: Energoatomizdat, 1990. 270 p.

27. Williams C.B., Yates R.B. Analysis of a microelectric generator for Microsystems // *Sensors and Actuators A: Physical*, 1996, Vol. 52, No. 1-3, pp. 8-11.

28. Abbakumov K.E., Konovalov R.S., Caplev V.M. Eksperimental'noe issledovanie diskovogo bimorfnogo p'ezoelektricheskogo generatora [Experimental study of a disk bimorph piezoelectric generator] // *Izvestiya SPbGETU «LETI»*, 2014, № 9, pp. 59-63.

29. Liu H., Zhong J., Lee C., Lee S.-W., Lin L. A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications // *Applied Physics Reviews*, 2018, Vol. 5, No. 4, pp. 041306; https://doi.org/10.1063/1.5074184

30. Vasil'ev V.A., Verem'yov V.A., Tihonov A.I. Vliyanie chastotnyh faktorov i parametrov na informativnyj signal p'ezoelektricheskih datchikov davleniya [Influence of frequency factors and parameters on the informative signal of piezoelectric pressure sensors] // *Datchiki i sistemy*, 2003, № 8, pp. 5-9.

31. SHarapov V.M., Musienko M.P., SHarapova E.V. P'ezoelektricheskie datchiki [Piezoelectric sensors]. Moscow: Tekhnosfera, 2006, 632 p.

32. Mouhli M. Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators. Virginia Commonwealth University, 2005, 100 p., https://scholarscompass.vcu.edu/etd/1552

33. Panich A.E. P'ezokeramicheskie aktyuatory [Piezoceramic actuators]. Rostov na Donu: RGU, 2008, 159 p.

34. Yamada H., Sasaki M., Nam Y. Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008, Vol. 19, No. 1, pp. 113-123.

35. El-Sayed A.M., Abo-Ismail A., El-Melegy M.T., Hamzaid N.A., Osman N.A.A. Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs // *Sensors,* 2013, Vol. 13, pp. 5826-5840; doi:10.3390/s130505826

36. Bardin V.A., Vasil'ev V.A., CHernov P.S. Sovremennoe sostoyanie i razrabotki aktyuatorov nano- i mikroperemeshchenij [The current state and development of nano-and micro-displacement actors] / *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo*", 2014, T. 2, pp. 123-127.

37. Bardin V.A., Vasil'ev V.A. Aktyuatory nano- i mikroperemeshchenij dlya sistem upravleniya, kontrolya i bezopasnosti [Nano- and micro-displacement actors for control, control and safety systems] // *Sovremennaya tekhnika i tekhnologii*, 2014, № 2, pp. 1-5. [Elektronnyj resurs]. URL: https://technology.snauka.ru/2014/02/3057.

38. Zhou J., Dong L., Yang W. A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor // *Actuators*, 2021, Vol. 10, No. 10(247), pp. 1-15; https:// doi.org/10.3390/act10100247

39. Abedian B., Cundari M. Resonant frequency of a polyvinylidene flouride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid / *Proc. SPIE 1916, Smart Structures and Materials 1993: Smart Materials*, 23 July 1993; https://doi.org/10.1117/12.148486

40. Patent RU № 2723567. Lopast' vozdushnogo vinta s upravlyaemoj geometriej profilya [Propeller blade with controlled profile geometry] / Pan'kov A.A., Anoshkin A.N., Pisarev P.V., opubl.: 16.06.2020 Byul. № 17, zayavka № 2019137042 ot 18.11.2019.

41. Patent RU № 2636255. P'ezoaktyuator izgibnogo tipa [Bending type piezoactuator] / Pan'kov A.A. opubl.: 21.11.2017; zayavka № 2016114639 ot 14.04.2016.

42. Patent RU № 2793564. P'ezoelektricheskij bimorf izgibnogo tipa [Bending-type piezoelectric bimorph] / Pan'kov A.A., opubl.: 04.04.2023 Byul. № 10, zayavka № 2022129727 ot 16.11.2022.

43. Patent RU № 2822976. P'ezoaktyuator izgibnogo tipa [Bending type piezoactuator] / Pan'kov A.A., opubl.: 16.07.2024 Byul. № 20; zayavka № 2024100462 ot 11.01.2024.

44. Patent RU № 2819557. P'ezoaktyuator izgibnogo tipa [Piezoactuator of bending type] / Pan'kov A.A., opubl.: 21.05.2024 Byul. № 15, zayavka № 2023128935 ot 08.11.2023.

45. Pan'kov A.A. Electromechanical mathematical model of curvilinear torsional-bending piezoelectric actuator // *Measurement Techniques*, 2024, Vol. 73, No. 10, pp. 41-48. https://doi.org/10.1007/s11018-025-02397-3

46. Patent RU № 2811420. Sposob izgotovleniya p'ezoelektricheskogo aktyuatora [Manufacturing method of piezoelectric actuator] / Pan'kov A.A., opubl.: 11.01.2024 Byul. № 2, zayavka № 2023127236 ot 24.10.2023.

47. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / Wilkie W.K., et al. Application Publ. March 27, 2003.

48. Park J.-S., Kim J.-H. Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades // *Smart Mater. Struct*., 2005, No. 14, pp. 745-753. doi:10.1088/0964-1726/14/4/033

Финансирование. Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Вклад автора 100 %.

Funding. The results were obtained during the implementation of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation to carry out fundamental scientific research (project No. FSNM-2023-0006).

Conflict of interest. The author declare no conflict of interest.

The contribution 100 %.