Козин, В.М. Влияние снежного покрова и глубины водоема на способность разрушать ледяной покров судами на воздушной подушке резонансным методом при их движении «фронтом» / В.М. Козин. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.04 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 3. – С. 42–53.

Perm Polytech Style: Kozin V.M. The influence of snow cover and the depth of the reservoir on the ability of hovercraft to destroy the ice cover by the resonant method when moving "front". *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 3, pp. 42-53. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.04

пермский политех

**ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА**
**№ 3, 2025**
**PNRPU MECHANICS BULLETIN**
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.04
УДК 624.124

# ВЛИЯНИЕ СНЕЖНОГО ПОКРОВА И ГЛУБИНЫ ВОДОЕМА НА СПОСОБНОСТЬ РАЗРУШАТЬ ЛЕДЯНОЙ ПОКРОВ СУДАМИ НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ ПРИ ИХ ДВИЖЕНИИ «ФРОНТОМ»

**В.М. Козин**

Институт машиноведения и металлургии Хабаровского федерального исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской академии наук, Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 24 июня 2024 г.
Одобрена: 03 августа 2025 г.
Принята к публикации:
15 августа 2025 г.

*Ключевые слова:*

ледяной покров, ледовые условия, изгибно-гравитационные волны, резонанс, интерференция, разрушение.

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты исследований возможностей резонансного метода разрушения льда (РМРЛ), реализуемого амфибийными судами на воздушной подушке (СВП) при их движении по льду со скоростью резонансных изгибно-гравитационных волн (ИГВ). При такой скорости минимальная частота изгибных колебаний, распространяющихся в свободной плавающей пластине, совпадает с минимальной фазовой скоростью изгибно-гравитационных волн. В этом случае архимедовы силы поддержания (силы плавучести) полностью уравновешиваются гидродинамическими силами, и вода перестает поддерживать ледяной покров, т.е. его равновесие достигается только за счет внутренних сил упругости, возникающих в самой пластине. Это приводит к резкому увеличению амплитуды возбуждаемых ИГВ. Рассмотрена возможность повышения эффективности РМРЛ за счет интерференции резонансных ИГВ, возбуждаемых одновременно несколькими СВП. Результаты получены на основании экспериментов, выполненных: в ледовом бассейне; с крупномасштабными моделями СВП в полевых условиях; с натурными СВП в различных условиях ледовой обстановки, а также с использованием теоретических зависимостей, полученных для расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) ледяного покрова от действия движущейся нагрузки. При определении ледоразрушающей способности судов учитывались изменение глубины водоема и наличие на льду снежного покрова в условиях изгибно-гравитационного резонанса (ИГР). При описании вязкоупругого характера соотношения между напряжениями и деформациями во льду использовалась обобщенная модель деформирования вязкоупругой среды Максвелла – Кельвина – Фойгта. Снежный покров моделировался вязким слоем. Приведены зависимости, позволяющие определить увеличение толщины льда, разрушаемого резонансным методом, за счет одновременного использования нескольких судов, движущихся фронтом, т.е. при расположении судов на линии, перпендикулярной их курсу следования. Зависимости получены с учетом влияния на эффективность РМРЛ снежного покрова, глубины водоема и расстояния между судами.

© **Козин Виктор Михайлович** – д. т. н., профессор, гл. н. с. лаборатории проблем создания и обработки материалов и изделий Института машиноведения и металлургии, e-mail: kozinvictor@rambler.ru.

**Victor M. Kozin** – Dr.Sci.Tech, Professor of the Department of Shipbuilding, Chief Researcher of the Laboratory of Mechanics of Deformation of the Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy, e-mail: kozinvictor@rambler.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

# THE INFLUENCE OF SNOW COVER AND THE DEPTH OF THE RESERVOIR ON THE ABILITY OF HOVERCRAFT TO DESTROY THE ICE COVER BY THE RESONANT METHOD WHEN MOVING "FRONT"

**V.M. Kozin**

Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Khabarovsk Federal Research Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 24 June 2024
Approved: 03 August 2025
Accepted for publication:
15 August 2025

*Keywords:*

ice cover, ice conditions, bending-gravitational waves, resonance, interference, destruction.

ABSTRACT

The results of studies of the possibilities of the resonant method of ice destruction implemented by amphibious hovercraft when they move across the ice at the speed of resonant bending and gravitational waves are presented. At this speed, the minimum frequency of bending vibrations propagating in a free floating plate coincides with the minimum phase velocity of gravitational waves. In this case, the Archimedean forces of support (buoyancy forces) are completely balanced by hydrodynamic forces, and the water ceases to support the ice sheet, i.e. its equilibrium is achieved only due to internal elastic forces arising in the plate itself. This leads to a sharp increase in the amplitude of the excited gravitational waves. The possibility of increasing the efficiency of the method of ice destruction due to the interference of resonant gravitational waves excited simultaneously by several amphibious hovercraft is considered. The results were obtained on the basis of experiments performed: in an ice basin; with large-scale models of amphibious hovercraft in the field; with full-scale amphibious hovercraft in various ice conditions, as well as using theoretical dependencies obtained for calculating the stress-strain state of the ice cover from the action of a moving load. When determining the ice-breaking capacity of vessels, changes in the depth of the reservoir and the presence of snow cover on the ice under conditions of bending-gravitational resonance were taken into account. A generalized Maxwell-Kelvin-Voigt model of deformation of a viscoelastic medium was used to describe the viscoelastic nature of the relationship between stresses and deformations in ice. The snow cover was modeled by a viscous layer. Dependences are given that make it possible to determine the increase in the thickness of the destroyed ice by the resonant method due to the simultaneous use of several vessels moving in front, i.e. when ships are located on a line perpendicular to their course. The dependences were obtained taking into account the effect of snow cover, reservoir depth and distance between vessels on the efficiency of the method of ice destruction.

## Введение

Большие энергетические затраты на разрушение льда традиционными технологиями (ледоколами, судами ледового плавания, ледокольно-ледоочистительными приставками и пр.), их ограниченность, а часто и невозможность использования в сложных ледовых условиях обусловливают необходимость поиска новых средств и методов решения различных ледотехнических задач. К ним можно отнести: разрушение ледяного покрова на мелководье, когда глубина акватории оказывается не доступной для ледоколов из-за их осадки; разрушение заторов и зажоров во время весенних ледоходов с целью предотвращения разрушительных наводнений из-за их низкой эффективности; разрушение льда на больших площадях при обслуживании ГЭС и вскрытии ледяного покрова водохранилищ и заливов рек с целью более раннего открытия навигации из-за их низкой производительности; околка маломерных судов, вмерзших в ледяной покров, так как при использовании в таких случаях ледоколов возникают опасные для обеспечения прочности судов силы бокового сжатия и пр. Перспективы более успешного решения этих проблем появляются в связи с открытием сравнительно недавно способности амфибийных судов на воздушной подушке (СВП) разрушать ледяной покров при их движении по льду со скоростью резонансных изгибно-гравитационных воли (ИГВ) [1–12], т.е. резонансным методом [14]. При такой скорости минимальная частота изгибных колебаний, распространяющихся в свободной плавающей пластине, совпадает с минимальной фазовой скоростью изгибно-гравитационных волн. В этом случае архимедовы силы поддержания (силы плавучести) полностью уравновешиваются гидродинамическими силами, и вода перестает поддерживать ледяной покров, т.е. его равновесие достигается только за счет внутренних сил упругости, возникающих в самой пластине. Это приводит к резкому увеличению амплитуды возбуждаемых ИГВ, что значительно повышает энергоэффективность разрушения льда резонансным методом (РМРЛ) по сравнению с известными технологиями.

## 1. Обзор работ по влиянию ледовых условий на параметры ИГВ

Многообразие ледовых условий, безусловно, влияющих на напряженно-деформированное состояние (НДС) ледяного покрова при распространении в нем

ИГВ, в том числе и при реализации РМРЛ [13], явилось основанием для проведения данного обзора. Так, в работе [30] исследована зависимость НДС ледяного покрова от его физико-механических свойств в условиях ИГР. Поведение ледяного покрова под действием движущейся нагрузки рассмотрено при колебаниях участка дна в работе [16]. Влияние на НДС ледяного покрова сквозных трещин и наличия торосов при различной их ориентации по отношению к направлению движения нагрузки исследовано в работе [30]. Решение по распространению волн в прямоугольном канале конечной и малой глубин для ледяного покрова, прикрепленного к его стенкам, получено в работе [17]. Авторами [18] исследована задача о распространении ИГВ в покрытом льдом канале прямоугольного сечения. В работе [19] изучено влияние гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледяного покрова в канале под действием движущейся нагрузки. В работах [20–22] решены задачи о взаимодействии поверхностных волн и ИГВ с вертикальной преградой и о поведении полубесконечного ледяного покрова на поверхности жидкости конечной глубины под действием нагрузки, движущейся с постоянной скоростью вдоль кромки льда и по свободной поверхности жидкости. Автором работ [23; 24] получено решение линейной гидроупругой задачи об установившихся вынужденных колебаниях полубесконечного ледяного покрова под действием локализованной внешней нагрузки. Исследовано поведение ледяного покрова в зависимости от частоты колебаний внешней нагрузки и граничных условий на краю пластины. В работе [25] изучено влияние подледного течения и снежного покрова на распространение ИГВ, генерируемых в сплошном ледяном поле под действием периодической перемещающейся системы давлений и начальных деформаций. Исследованы неустановившиеся колебания сплошного ледяного покрова, возникающие под действием атмосферных возмущений в условиях ледового сжатия и скорости дрейфа льда и др. Изучено влияние битого льда на образование гравитационных волн, вызванных движением внешней нагрузки вдоль канала. Решению нестационарной задаче об ИГВ на поверхности замороженного ледового канала, вызванных движением внешней нагрузки, исследованию реакции ледяного покрова на нагрузку, движущуюся по замерзшему каналу, посвящены работы [26–28]. Ограниченность ледяного покрова при локальном действии нагрузки рассмотрена в работе [29]. На основании модельного эксперимента в опытовом бассейне исследовано влияние близости береговой кромки, режимов и направления движения модели СВП вдоль нее, а также наклонности дна водоема на параметры возбуждаемых при этом ИГВ [42].

Краткий обзор выполненных исследований говорит об актуальности рассмотренных ледотехнических задач. Из него также можно сделать вывод, что влияние на толщину льда, разрушаемого резонансными ИГВ, т.е. в условиях ИГР, таких параметров ледовых условий, как наличие снежного покрова и глубина водоема, ранее не рассматривалось [14], хотя они, как показали результаты экспериментов в большинстве случаев реальной ледовой обстановки [16], являются одними из основных и в большей степени влияющих на эффективность РМРЛ [30].

Опыт использования СВП в одиночном режиме движения при реализации РМРЛ описан в работах [1; 3; 31; 32]. Очевидно, что при выполнении ледокольных работ резонансным методом одним СВП его параметры (водоизмещение и давление в воздушной подушке, определяющие ледоразрушающую способность СВП [14]), могут оказаться недостаточными для разрушения ледяного покрова необходимой толщины в конкретных ледовых условиях. В таких случаях их эффективность, как показали выполненные эксперименты, можно существенно повысить при одновременном групповом движении нескольких судов, т.е. за счет использования интерференции возбуждаемых ими ИГВ [14; 33]. С целью оценки эффективности таких режимов движения, т.е. целесообразности проведения исследований в этом направлении, были осуществлены эксперименты с крупномасштабными моделями СВП и десантно-штурмовыми кораблями на воздушной подушке «Скат» [14].

После выполненных исследований, показавших их перспективность и одновременно невероятно большие затраты на их проведение с привлечением СВП в полевых условиях, дальнейшие, более детальные эксперименты по изучению возможностей групповой работы СВП были продолжены в созданном для решения подобных ледотехнических задач в опытовом бассейне лаборатории механики сплошных сред Амурского гуманитарно-педагогического государственного университета [30]. Серии этих экспериментов выполнены с использованием разработанной методики моделирования ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках и изготовленных схематизированных моделей СВП «Зубр» в масштабе 1:500. Их параметры составляли: $l_m$=0,11 м; $b_m$=0,04 м; $m$=0,046 кг. В качестве модельного поля использовалась упругая (резиновая) пленка толщиной 2 мм с модулем упругости $Em$=6 МПа. В ходе экспериментов исследовалось влияние глубины воды и расстояния между моделями на суммарную амплитуду возбуждаемых резонансных ИГВ (рис. 1). Технология их проведения описана в работе [30], а конечные результаты представлены на рис. 2.

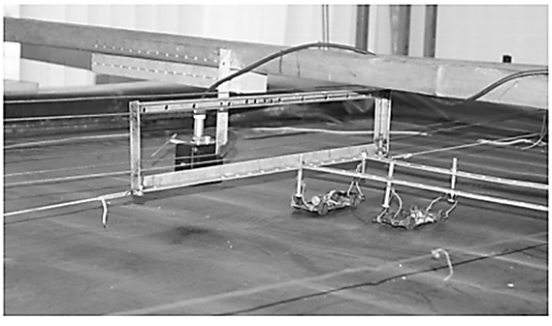


Рис. 1. Движение нагрузок «фронтом» по упругой пленке

Fig. 1. Movement of loads "front" on an elastic film

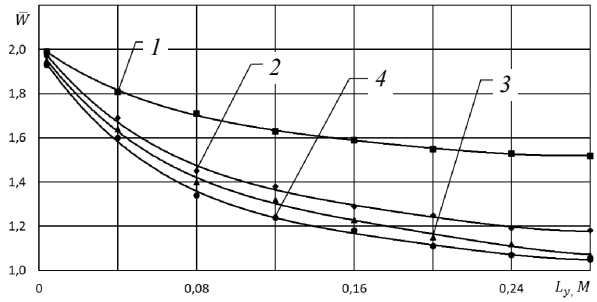



Рис. 2. Зависимость относительных суммарных амплитуд, возбуждаемых в пленке резонансных ИГВ $\bar{w} = w_2 / w_1$ ($w_2$ – амплитуда при движении двух моделей; $w_1$ – амплитуда при движении одной модели), от глубины H и расстояния между моделями $L_Y$: *1* – H=0,02 м; *2* – H=0,04 м; *3* – H= 0,06 м; *4* – H=0,60 м

Fig. 2. Dependence of relative total amplitudes excited in the film of resonant IWGs ($w_2$ – amplitude during movement of two models; $w_1$ – amplitude during movement of one model), on depth H and distance between models LY: *1* – H=0.02 m; *2* – H=0.04 m; *3* – H=0.06 m; *4* – H=0.60 m

Аналогичные эксперименты были проведены и в ледовом бассейне лаборатории ледотехники Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. Для их проведения использовалась схематизированная модель СВП «Мурена» [30]. В масштабе 1: 60 ее длина составляла $l_m$ = 0,50 м, ширина $b_m$ = 0,22 м. Масса модели в опытах изменялась в диапазоне 0,94 ÷ 1,60 кг с помощью балласта, а скорость – в диапазоне $u_m$ = = 1,26 ÷ 2,20 м/с при толщине намораживаемого льда $h$ = 0,002 м. Резонансная скорость определялась экспериментально и составляла $u_m$ = 1,57 м/с. Модель ледяного покрова в ледовом бассейне при глубине H = 0,9 м приготавливалась намораживанием естественного льда указанной толщины естественным холодом при температуре воздуха $t$ = – (9 ÷ 16) °C.

На рис. 3 показан характер разрушения намороженного в ледовом бассейне модельного льда в зависимости от взаимного расположения моделей СВП и скорости их буксировки, а на рис. 4 – одна из их типовых записей полученных зависимостей [33].

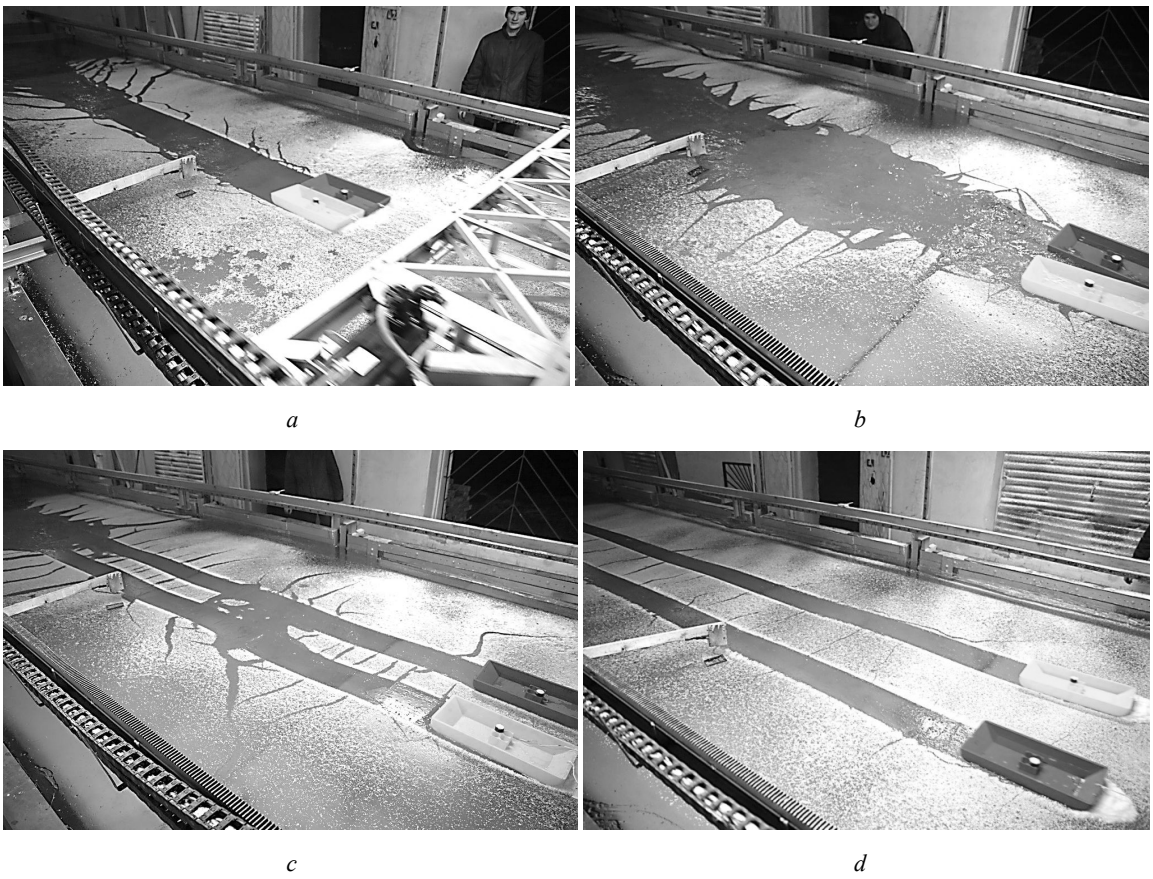



Рис. 3. Характер разрушения модельного льда в зависимости от взаимного расположения моделей СВП: *a* – полное счаливание моделей при скорости, превышающей резонансную; *b* – полное счаливание моделей при движении с резонансной скоростью; *c* – расстояние между моделями равнялось $b_m$, при движении с резонансной скоростью; *d* – расстояние между моделями равнялось $2b_m$, при движении с резонансной скоростью

Fig. 3. The nature of the destruction of model ice depending on the relative position of the hovercraft models: *a* – complete merging of the models at a speed exceeding the resonant speed; *b* – complete merging of the models when moving at a resonant speed; *c* – the distance between the models was equal to $b_m$, when moving at a resonant speed; *d* – the distance between the models was equal to $2b_m$, when moving at a resonant speed

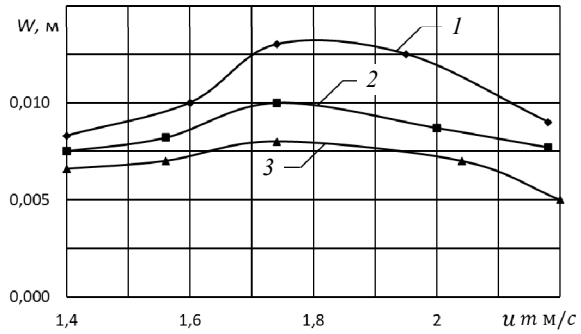



Рис. 4. Зависимость прогибов модельного льда толщиной $h_m$ = 0,002 м при движении моделей СВП «фронтом»: *1* – полное счаливание; 2 – расстояние между моделями, равное $b_m$; *3* – расстояние между моделями, равное 2 $b_m$

Fig. 4. Dependence of deflections of model ice with thickness $h_m$ = 0.002 m when moving models of hovercraft "front": *1* – full coupling; *2* – distance between models equal to bm; *3* – distance between models equal to 2 $b_m$

## 2. Выбор реологической модели деформирования ледяного покрова

При решении ледотехнических задач лед обычно рассматривается как упругий изотропный материал [35–39], а для изучения его НДС привлекается аппарат теории изгиба упругих пластин [34; 40–42]. В действительности ледяной покров обладает анизотропией вследствие градиента температуры по его толщине, различного химического состава, ориентации кристаллов по слоям, наличия примесей и снежного покрова, истории ледостава и др.

При колебательных процессах неупругие свойства льда приводят к диссипации механической энергии, проявляющейся в затухании колебаний. Известные исследования [48] показывают, что вязкоупругие свойства ледяного покрова хорошо описываются линейными моделями неупругих сплошных сред.

В настоящей работе исследуется воздействие на ледяной покров нагрузки, движущейся с резонансной скоростью. Принимая во внимание интересующие нас параметры льда и значения длин ИГВ при резонансе, получаем, что периоды волн изменяются в пределах $\tau_р$=5 – 20 с [13]. В таких случаях более подходящей моделью, описывающей колебания ледяного покрова под действием движущейся с резонансной скоростью нагрузки, является модель Кельвина – Фойгта [48; 49]. Это заключение подтверждают результаты численного анализа математических моделей льда работы [50]. Однако, как показали более детальные исследования, более высокая сходимость результатов расчетов с данными натурных экспериментов [51; 52] была получена при использовании обобщенной модели Максвелла и Кельвина – Фойгта, т.е. последовательно соединенных их узлов (рис. 5) [30].

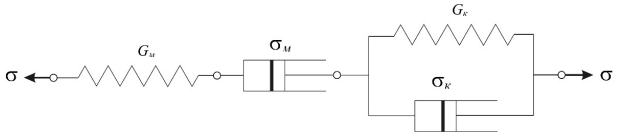



Рис. 5. Обобщенная (четырехпараметрическая) модель Максвелла – Кельвина – Фойгта

Fig. 5. Generalized (four-parameter) Maxwell-Kelvin-Voigt model

В реальных ледовых условиях чистый от снега ледяной покров встречается редко, поскольку более 80 % территории РФ в зимний период покрывается снежным поровом [57], т.е. при проведении ледокольных работ движение СВП в условиях заснеженного ледяного покрова будет основным режимом. Влияние снежного покрова, лежащего на ледяной пластине при возбуждении во льду резонансных ИГВ от движущейся нагрузки на их параметры, еще мало изучено [53], поэтому возникает необходимость оценить его на НДС ледяного покрова в условиях ИГР, тем более, что высота снежного покрова в северных регионах России может значительно превышать 1 м. Наличие снега на ледяном покрове, как показали результаты экспериментально-теоретических исследований [53], значительно усиливает затухание колебаний льда от движущейся нагрузки, т.е. уменьшает амплитуду возбуждаемых ИГВ и, соответственно, эффективность РМРЛ [14].

## 3. Теоретические зависимости для расчета НДС заснеженного ледяного покрова на поверхности водоема конечной глубины

С учетом инерционных сил $\rho_c h_c \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ и сил вязкости $\eta_c h_c \dfrac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w$ дифференциальное уравнение малых изгибных колебаний ледяного покрова при действии на него движущейся системы поверхностных давлений $q$ с учетом слоя снега и при использовании обобщенной модели деформирования Максвелла – Кельвина – Фойгта можно записать в виде [53]:

$$\frac{G_m h^3}{3} Q\nabla^4 w = P\left( -q - \rho_2 g w - \left(\rho_1 h + \rho_C h_C\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \right.$$
$$\left. -\eta_C h_C \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w - \rho_2 w - \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial t}\bigg|_{Z=0} \right), \qquad (3.1)$$

где $P = \tau_m^{-1} + \left(1 + \dfrac{G_m}{G_k} + \dfrac{\tau_k}{\tau_m}\right)\dfrac{\partial}{\partial t} + \tau_k \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}$; $\quad Q = \dfrac{\partial}{\partial t} + \tau_k \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}$;

$P$ и $Q$ – линейные дифференциальные операторы; $\rho_c$ – плотность снежного покрова; $\rho_1$ – плотность льда; $\rho_2$ – плотность воды; $q$ – система поверхностных давлений;

$\eta_c$ – коэффициент внутреннего трения снега; $h_c$ – толщина снежного покрова; $\tau_m$, $\tau_k$ – времена релаксации для моделей Максвелла и Кельвина – Фойгта; $G_m$ и $G_k$ – соответствующие модули упругости при сдвиге; $g$ – ускорение свободного падения; $h$ – толщина льда; $w$ – вертикальное перемещение льда и воды; $\varphi = \varphi(x,y,z,t)$ – функция потенциала скорости жидкости, удовлетворяющая уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$.

Решение уравнения (3.1) для оценки уровня НДС получено с помощью интегральных преобразований Фурье в виде [30]:

$$w(x,y) = \frac{q_0}{4\rho_2 u^2 \alpha_1 \alpha_2}\int_0^{\infty}\lambda^2 \tanh(\lambda H)\int_0^{\lambda}\cos\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\,y\right)\times$$
$$\times\frac{\sin\left(\alpha\frac{L}{2}\right)\sin\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\,\frac{L}{2\omega}\right)}{\sinh\left(\pi\frac{\alpha}{2\alpha_1}\right)\sinh\left(\pi\frac{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}}{2\alpha_2}\right)}\times$$
$$\times\frac{\left((\tau-\tau u\alpha)\cos(\alpha x)+\left(1+\frac{G}{G}+\frac{\tau}{\tau}\right)u\alpha\sin(\alpha x)\right)\xi}{\sqrt{\lambda-\alpha}\,(\xi+\eta)}+$$
$$+\frac{\left((\tau-\tau u\alpha)\sin(\alpha x)-\left(1+\frac{G}{G}+\frac{\tau}{\tau}\right)u\alpha\cos(\alpha x)\right)\eta}{\sqrt{\lambda-\alpha}\,(\xi+\eta)}d\alpha d\lambda,$$

где

$$\xi = -\frac{Gh\alpha\lambda\tau\tanh(\lambda H)}{3\rho}+$$
$$+\tau\left(\frac{g\lambda\tanh(\lambda H)}{u}-\frac{\alpha\lambda(\rho H+\rho h)\tanh(\lambda H)}{\rho}-\alpha\right)+$$
$$+\left(1+\frac{G}{G}+\frac{\tau}{\tau}\right)\frac{\eta h\alpha\lambda\tanh(\lambda H)}{\rho}+$$
$$+\tau\alpha\left(-g\lambda\tanh(\lambda H)+\frac{u\alpha\lambda(\rho h+\rho h)\tanh(\lambda H)}{\rho}+u\alpha\right),$$

$$\eta = -\frac{Gh\alpha\lambda\tanh(\lambda H)}{3\rho u}+\tau\frac{\eta h\alpha\lambda\tanh(\lambda H)}{u\rho}+$$
$$+\left(1+\frac{G}{G}+\frac{\tau}{\tau}\right)\left(-\frac{\alpha g\lambda\tanh(\lambda H)}{u}+\right.$$
$$\left.+\frac{u\alpha\lambda(\rho h+\rho h)\tanh(\lambda H)}{\rho}+u\alpha\right)-$$
$$-\tau\frac{u\alpha\eta h\lambda\tanh(\lambda H)}{\rho}.$$

Изгибные и касательные напряжения вычислялись по зависимостям:

$$\sigma^0_{x\max} = \pm\frac{6M_x}{h^2};$$

$$\sigma^0_{y\max} = \pm\frac{6M_y}{h^2};$$

$$\tau^0_{xy\max} = \pm\frac{6M_{xy}}{h^2}.$$

где

$$M_x = D\cdot\frac{q_0}{4\rho_2 u^2\alpha_1\alpha_2}\int_0^{\infty}\lambda^2\tanh(\lambda h)\int_0^{\lambda}\left(\alpha^2+\nu\left(\lambda^2-\alpha^2\right)\right)\cdot\cos\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot y\right)\times$$
$$\times\frac{\sin\left(\alpha\cdot\frac{L}{2}\right)\cdot\sin\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{L}{2\omega}\right)}{\sinh\left(\pi\cdot\frac{\alpha}{2\alpha_1}\right)\sinh\left(\pi\cdot\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{1}{2\alpha_2}\right)}\times$$
$$\times\left(\frac{\left[\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\cos(\alpha x)+\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\sin(\alpha x)\right]\cdot\xi+}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\left[\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\sin(\alpha x)-\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\cos(\alpha x)\right]\cdot\eta}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right)d\alpha d\lambda;$$

$$M_y = D\cdot\frac{q_0}{4\rho_2 u^2\alpha_1\alpha_2}\int_0^{\infty}\lambda^2\tanh(\lambda h)\int_0^{\lambda}\left(\lambda^2-\alpha^2+\nu\cdot\lambda^2\right)\cdot\cos\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot y\right)\times$$
$$\times\frac{\sin\left(\alpha\cdot\frac{L}{2}\right)\cdot\sin\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{L}{2\omega}\right)}{\sinh\left(\pi\cdot\frac{\alpha}{2a_1}\right)\cdot\sinh\left(\pi\cdot\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{1}{2\alpha_2}\right)}\times$$
$$\times\left(\frac{\left[\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\cos(\alpha x)+\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\sin(\alpha x)\right]\cdot\xi+}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\left[\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\sin(\alpha x)-\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\cos(\alpha x)\right]\cdot\eta}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right)d\alpha d\lambda;$$

$$M_{xy} = D\cdot(1-\nu)\cdot\frac{q_0}{4\rho_2 u^2\alpha_1\alpha_2}\int_0^{\infty}\lambda^2\tanh(\lambda h)\int_0^{\lambda}\alpha\cdot\sin\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot y\right)\cdot\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\times$$
$$\times\frac{\sin\left(\alpha\cdot\frac{L}{2}\right)\cdot\sin\left(\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{L}{2\omega}\right)}{\sinh\left(\pi\cdot\frac{\alpha}{2a_1}\right)\cdot\sinh\left(\pi\cdot\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\frac{1}{2\alpha_2}\right)}\times \qquad (3.2)$$
$$\times\left(\frac{\left[-\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\sin(\alpha x)+\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\cos(\alpha x)\right]\cdot\xi+}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right.$$
$$\left.+\frac{\left[\left(\tau_m^{-1}-\tau_k u^2\alpha^2\right)\cdot\cos(\alpha x)+\left(1+\frac{G_m}{G_k}+\frac{\tau_k}{\tau_m}\right)\cdot u\cdot\alpha\cdot\sin(\alpha x)\right]\cdot\eta}{\sqrt{\lambda^2-\alpha^2}\cdot\left(\xi^2+\eta^2\right)}\right)d\alpha d\lambda.$$

## 4. Результаты расчета влияния снежного покрова и глубины водоема на напряженное состояние ледяного покрова

На основании выполненных экспериментов в опытовых бассейнах на мелко- и крупномасштабных моделях, а также на натурных СВП [14] с использованием

критерия полного разрушения ледяного покрова, разработанного с помощью оценки уровня теоретической плотности потенциальной энергии изгиба пластины [13], получена зависимость массы СВП Mc от максимальной толщины ледяного покрова, который способно полностью разрушить судно резонансным методом при заданном давлении в воздушной подушке (ВП) (рис. 6).

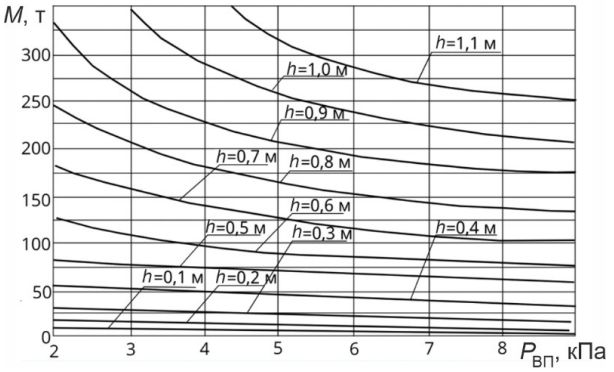
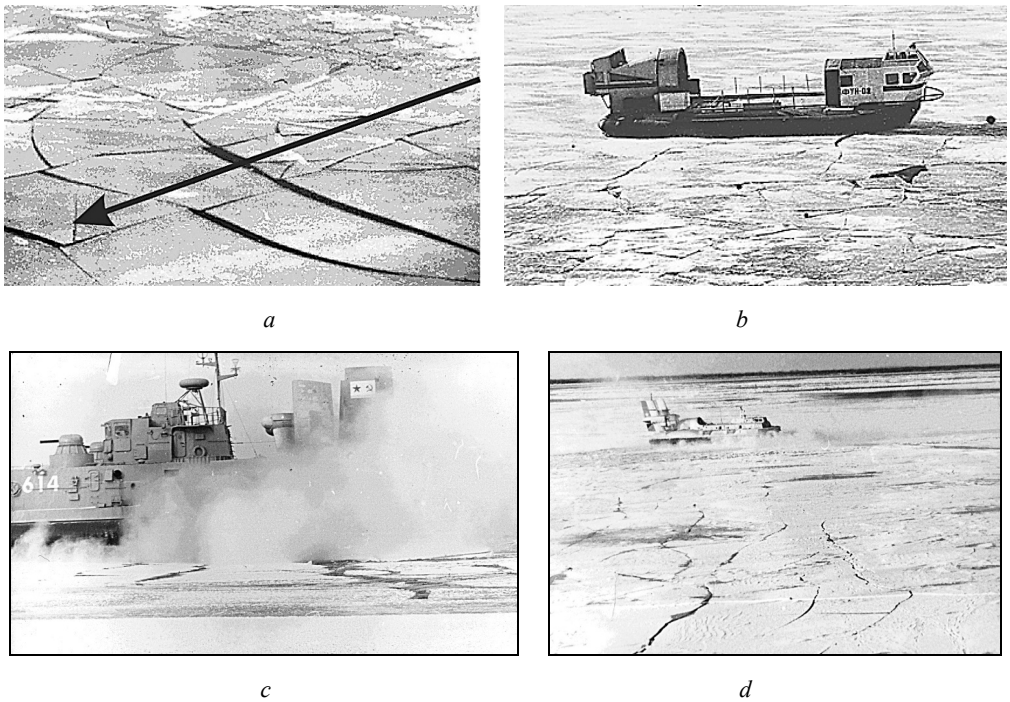



Рис. 6. Зависимость массы СВП $M$ и давления в воздушной подушке $P_{вп}$ от толщины разрушаемого ледяного покрова $h$

Fig. 6. Dependence of the mass of the air cushion M and the pressure in the air cushion $P_{vp}$ on the thickness of the destroyed ice cover $h$

Результаты этих расчетов получены при глубине воды $H$ = 5 м и отсутствии снежного покрова. Как было отмечено выше, при других глубинах и наличии снега параметры ИГВ, а значит, и их ледоразрушающая способность существенно изменяются. Из этого следует, что полученную зависимость необходимо корректировать при других ледовых условиях.

В работе [13] показано, что полное разрушение ледяного покрова ИГВ происходит при достижении теоретической плотности потенциальной энергии при его изгибе определенного уровня, величина которой зависит от возникающих изгибных и касательных напряжений. Тем не менее в данной работе для оценки ледоразрушающей способности ИГВ при изменении ледовых условий учитывалось только изменение $\sigma_{x(max)}$, так как влияние остальных составляющих при ИГР полагалось незначительным (форма прогибов пластины была близка к цилиндрической). Это подтверждено результатами модельных экспериментов в натурных условиях с крупномасштабными моделями СВП [14] (рис. 7, *a*, *b*), а также с натурными судами в условиях ИГР (рис. 7 *c*, *d*). Из этого следует, что при максимальном возрастании амплитуд ИГВ магистральные раскрытые трещины в ледяном покрове, приводящие к его полному разрушению, возникают в направлении, перпендикулярном направлению движения нагрузок. В этих случаях фронты ИГВ максимальных амплитуд при ИГР формируются перпендикулярно направлению их распространения, т.е. вдоль оси $OX$ (рис. 7, *e*). Это соответствовало возникновению $\sigma_{x(max)}$ и приводило к разрушению ледяного покрова.

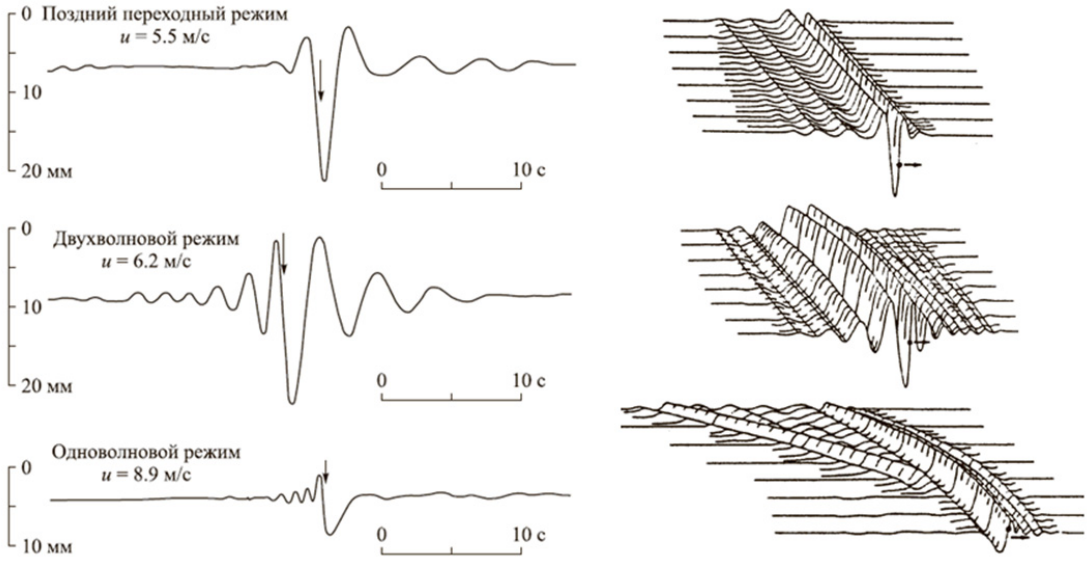


*a* *b*

*c* *d*

Рис. 7. Ориентация фронтов резонансных ИГВ (поперечных раскрытых магистральных трещин) относительно направлений их распространения (направлений движения возбуждающих их нагрузок) при разных толщинах льда: *a* – *h* = 0,03 м [16] (стрелкой показано направление движения модели СВП); *b* – *h* = 0,08 м [16]; *c* – *h* = 0,60 м [6]; *d* – *h* = 0,26 м [14]; *e* – *h* = 0,18 м [58]

Fig. 7. Orientation of the fronts of resonant IGBs (transverse open main cracks) relative to the directions of their propagation (directions of movement of the loads exciting them) for different ice thicknesses: *a* – *h* = 0.03 m [16] (the arrow shows the direction of movement of the SVP model); *b* – *h* = 0.08 m [16]; *c* – *h* = 0.60 m [6]; *d* – *h* = 0.26 m [14]; *e* – *h* = 0.18 m [58]




*е*

Рис. 7. Окончание

Fig. 7. The end

На основании этого сделан вывод, что по интенсивности изменения этих напряжений можно судить об изменении ледоразрушающей способности ИГВ в других условиях ледовой обстановки. На рис. 8 представлены результаты расчетов по зависимостям (3.2) коэффициентов этого влияния $k_1 = \sigma_x/\sigma_{xsH}$ , где: $\sigma_x$ – максимальные нормальные напряжения при $H$ = 5 м и отсутствии снежного покрова; $\sigma_{xsH}$ – максимальные нормальные напряжения при наличии снега и различных глубинах.

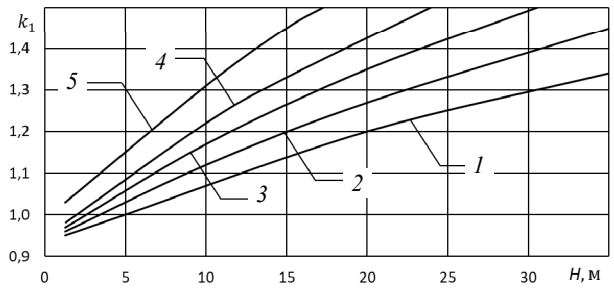



Рис. 8. Зависимость относительных максимальных напряжений от глубины акватории для толщины ледяного покрова $h$ = 0,5 м: *1* – без снежного покрова и при его наличии: *2* – $h_c$ = 0,25 м; *3* – $h_c$ = 0,50 м; 4 – $h_c$ = 0,75 м; *5* – $h_c$ = 1,00 м

Fig. 8. Dependence of relative maximum stresses on the depth of the water area for ice cover thickness $h$ = 0.5 m: *1* – without snow cover and with it: *2* – $h_c$ = 0.25 m; *3* – $h_c$ = 0.50 m; *4* – $h_c$ = 0.75 m; *5* – $h_c$ = 1.00 m

Поскольку энергия на разрушение льда зависит в квадратичной степени от изгибных напряжений [13], то зависимость массы СВП от максимальной толщины разрушаемого льда с учетом глубины воды и снежного покрова $M^*$ следует корректировать по формуле:

$$M^* = Mc\, k_1^2. \qquad (4.1)$$

## 5. Повышение эффективности РМРЛ при движении судов «фронтом»

Линейная постановка задачи исследований и когерентность ИГВ, возбуждаемых движущимися нагрузками, позволяют на основании принципа суперпозиций использовать их интерференцию для определения суммарных амплитуд волн, а значит, благодаря линейной зависимости между деформациями и изгибными напряжениями, и их ледоразрушающей способности.

Для определения суммарных прогибов ледяного покрова при движении по нему двух нагрузок «фронтом» $w_f(x, y)$ использовалась зависимость:

$$w_f(x, y) = w(x, y) + w(x, y - L_Y), \qquad (5.1)$$

где $L_Y$ – расстояние между нагрузками в направлении оси $OY$, т.е. в поперечном направлении.

Верификация выражения (5.1) осуществлена сопоставлением экспериментальных данных с результатами соответствующих расчетов по зависимости (3.2). На рис. 9, *а*, представлены результаты сопоставления для льда, моделируемого упругой пленкой, с использованием двух схематизированных моделей СВП «Зубр», а на рис. 9, *b* – результаты сопоставления для намораживаемого льда с использованием двух моделей СВП «Мурена».

Удовлетворительное совпадение результатов экспериментальных и теоретических исследований (см. рис. 9) позволяет получить основной и обоснованный результат данной работы – на примере двух СВП показать увеличение ледоразрушающей способности РМРЛ при его реализации. Для этого достаточно рассчитать коэф-

фициент увеличения деформации $k_2$, представляющий собой отношение максимального прогиба льда при групповом движении нагрузок к максимальному прогибу от прохождения одиночной нагрузки $k_2 = w_2 / w_1$ (где $w_2$ – прогиб льда при одновременном движении двух нагрузок; $w_1$ – прогиб льда при движении одиночной нагрузки) в зависимости от расстояния между ними. Такое использование коэффициента $k_2$ для определения изменения ледоразрушающей способности ИГВ возможно вследствие прямо пропорциональной связи между деформациями и изгибными напряжениями, возникающими в ледяном покрове. Результаты экспериментов с натурными СВП подтверждают данное заключение [13].

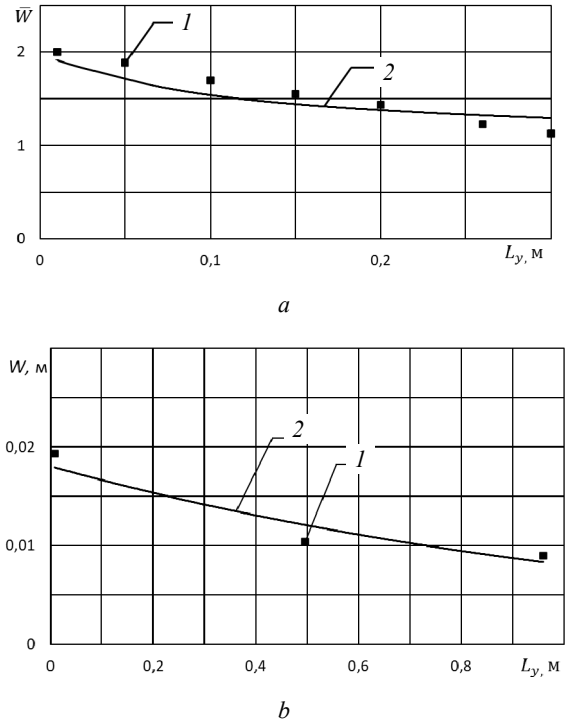



Рис. 9. Результаты сопоставления экспериментальных данных с результатами расчетов: *a* – относительные суммарные прогибы пленки $\bar{w} = w_2 / w_1$ ($w_2$ – прогибы при движении двух моделей; $w_1$ – прогибы при движении одной модели) от расстояния между ними *Ly*: *1* – эксперимент; *2* – расчет; *b* – прогибы ледяной пластины: *1* – эксперимент; *2* – расчет

Fig. 9. Results of comparison of experimental data with calculation results: *a* – relative total deflections of the film ($w_2$ – deflections during movement of two models; $w_1$ – deflections during movement of one model) from the distance between them LY: *1* – experiment; *2* – calculation; *b* – deflections of the ice plate: *1* – experiment; *2* – calculation

В качестве примера приведены результаты расчетов по зависимости (5.2) для следующих значениях параметров нагрузки, соответствующих натурному СВП «Зубр»: $L_n$=57,3 м; $B_n$=22,3 м; $q_0$=5,3·10$^3$ Н/м$^2$; $\rho_1$=900 кг/м$^3$; $\rho_2$=1000 кг/м$^3$; $E$=1·10$^9$ Н/м$^2$; $\nu$=0,33; $\tau_\varphi$ =0,69 с; $H$=5 м; $h$=1 м. Их результаты представлены на рис. 10.

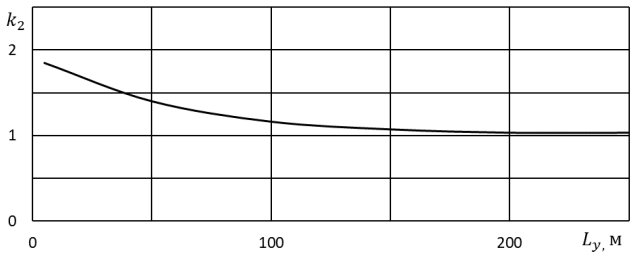



Рис. 10. Коэффициент увеличения деформации пластины $k_2$ при движении по ней нагрузок

Fig. 10. The coefficient of increase in deformation of the plate $k_2$ when loads move along it

На основании вышеизложенного следует, что при использовании, например, двух СВП, их суммарная нагрузка на лед в зависимости от расстояния между ними *M*** составит:

$$M^{**}=M^{*}\, k_2. \qquad (5.2)$$

Тогда соответствующую толщину разрушаемого льда можно определить при помощи зависимости, приведенной на рис. 10, заменив *Mc* на *M***.

## Заключение

Экспериментально и теоретически доказана возможность существенного повышения эффективности РМРЛ, реализуемого двумя СВП при их движении «фронтом». Полученные результаты позволяют в зависимости от наличия СВП с заданными параметрами и ледовой обстановки определить предельно максимальные расстояния между ними, гарантирующими им необходимую ледоразрушающую способность. Это позволяет разработать рекомендации для повышения эффективности РМРЛ за счет расширения полосы разрушаемого льда с одновременным обеспечением наибольшей безопасности эксплуатации СВП с учетом их плохой управляемости на низких скоростях, т.е. при реализации РМРЛ. Из полученных результатов следует, что благодаря такому использованию СВП есть возможность существенно повысить эффективность РМРЛ при его реализации группой судов, т.е. состоящей из двух и большего количества СВП. На основании выполненных расчетов для реальных ледовых условий, при которых могут эксплуатироваться существующие и перспективные СВП при реализации РМРЛ с целью решения различных ледотехнических задач, возникает необходимость существенно корректировать известные зависимости [13] (см. рис. 10) для определения их ледоразрушающей способности. Так, отсутствие снежного покрова и выход с глубокой воды на мелководье ледоразрушающую способность судов можно существенно увеличить. Из этого следует, что, если на акватории, где планируется выполнение ледокольных работ с использованием РМРЛ, имеются мелководные участки чистые от снега, то работы по раз-

рушению льда следует начинать с них. После образования на этих участках свободной кромки льда область разрушения ледяного покрова значительно проще расширить с меньшими энергозатратами, так как несущая способность ледяного покрова при наличии в нем раскрытых трещин, майн или открытых участков воды существенно, а иногда и в несколько раз, снижают его несущую способность [13].

## Библиографический список


1. Dutfild, D.O. Icebreakins trials with Bell Acrospace Voyageur ACV / D.O. Dutfild, D.E. Dickins // Canadien Aeronautics and space journal. – 1974. – Vol. 20, no. 10. – P. 471–474.

2. Wade, R.J. Air Cushion technology in Icebreaking / R.J. Wade // Hoverig Graft and Hydrofoil. –1975. – Vol. 14, no. 8. – P. 20–23.

3. Wade, R.J. Improvements in icebreaking by use of air cushion technology / R.J. Wade, R.Y. Edwards, J.K. Kim // Symposium Calgary. – 1976. – No. 10. – P. 1–14.

4. Зуев, В.А. Средства продления навигации на внутренних водных путях / В.А. Зуев. – Л.: Судостроение. – 1986. – 208 с.

5. Жаботинский, О.Н. Использование грузовых и специализированных СВП за рубежом / О.Н. Жаботинский // Передовой опыт и новая техника. – 1978. – № 4. – С. 67–72.

6. Смигельский, С.П. Об американских работах по программе создания арктических КВП / С.П. Смигельский // Судостроение за рубежом. – 1978. – № 3 (135). – С. 3–18.

7. Hindley, Keith. A. Breakthrough for Canadian icebreaking / Keith Hindley // New Sei. – 1978. –Vol. 78, no.1104. – P. 502–503.

8. Messer, T. Seaway icebreaker role for ACV / T. Messer // Can. Ship. and Mar. Eng. – 1976. – Vol. 47, no. 4. – P. 21.

9. O'Nayl, I. Icebreaking helped by ACV technology / I. O'Nayl // Can. Ship. and Mar. Eng. – 1976. – Vol. 47, no. 6. – P. 29–30.

10. Симонов, Ю.А. Оценка ледокольных качеств судов на воздушной подушке / Ю.А. Симонов, Л.Б. Амфилохиев // Труды ЦНИИМФ. – 1979. – Вып. 243. – С. 105–110.

11. Зуев, В.А. Исследование взаимодействия судов на воздушной подушке с ледяным покровом / В.А. Зуев // Отчет ГПИ им. А.А. Жданова. – Инв. № Б 641989. – 1977. – 65 с.

12. Каштелян, В.И. Использование устройств на воздушной подушке для разрушения льда / В.И. Каштелян, Т.Х. Яровая // Судостроение за рубежом. – 1978. – № 5. – С. 57–64.

13. Козин, В.М. Результаты экспериментально-теоретических исследований возможностей резонансного метода разрушения ледяного покрова / В.М. Козин // Изв. РАН. МТТ. – 2023. – № 3. – С. 3–20.

14. Козин, В.М. Резонансный метод разрушения ледяного покрова: Изобретения и эксперименты / В.М. Козин. – М.: Академия естествознания. – 2007. – 355 с. ISBN 978-5-7692-1687-9

15. Честнов, Е.И. Использование судов на воздушной подушке для взламывания льда / Е.И. Честнов // Передовой опыт и новая техника. – 1979. – Вып. 2 (62). – С. 69–73.

16. Ткачева, Л.А. Поведение плавающей упругой пластины при колебаниях участка дна / Л.А. Ткачева // ПМТФ. – 2005. – Т. 46, № 2. – С. 98–108.

17. Korobkin, A. Waves Propagating Along a Channel with Ice Cover / A. Korobkin, T. Khabakhpasheva, A. Papin // European Journal of Mechanics – B/Fluids. – 2014. – Vol. 47. – P. 166–175.

18. Батяев, Е.А. Гидроупругие волны в канале со свободным ледовым покровом / Е.А. Батяев, Т.И. Хабахпашева // Известия Российской Академии наук. Механика жидкости и газа. – М.: Наука. – 2015. – № 6. – С. 71–88.

19. Шишмарев, К.А. Влияние гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледового покрова / К.А. Шишмарев, Т.И. Хабахпашева, А.А. Коробкин // МАК-2015: Математики - Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – 2015. – С. 87–91.

20. Ткачева, Л.А. Взаимодействие поверхностных и изгибно-гравитационных волн в ледяном покрове с вертикальной стенкой / Л.А. Ткачева // ПМТФ. – 2013. – Т. 54, № 4. – С. 158–170.

21. Ткачева, Л.А. Поведение полубесконечного ледяного покрова при равномерном движении нагрузки / Л.А. Ткачева // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, № 2. – С. 82–98.

22. Ткачева, Л.А. Волновые явления, возникающие при движении нагрузки по свободной поверхности жидкости вдоль кромки ледяного покрова / Л.А. Ткачева // ПМТФ – 2019. – № 3. – С. 73–84.

23. Стурова, И.В. Действие периодического поверхностного давления на ледяной покров в окрестности вертикальной стенки / И.В. Стурова // ПМТФ – 2017. – Т. 58, № 1. – С. 92–101.

24. Стурова, И.В. Движение внешней нагрузки по полубесконечному ледяному покрову в докритическом режиме / И.В. Стурова // Известия Российской Академии наук. Механика жидкости и газа. –2018. – № 1. – С. 51–60.

25. Букатов, А.Е. Волны в море с плавающим ледяным покровом / А.Е. Букатов. – Севастополь: ФГБУН МГИ. – 2017. – 360 с.

26. Завьялова, К.Н. Движение внешней нагрузки по битому льду в канале / К.Н. Завьялова, К.А. Шишмарев, Т.И. Хабахпашева // Известия Алтайского государственного университета. – 2018. – № 4(102). – С. 73–78.

27. Шишмарев, К.А. Нестационарные колебания ледового покрова в замороженном канале под действием движущегося внешнего давления / К.А. Шишмарев, Т.И. Хабахпашева // Вычислительные технологии. – 2019. – Т. 24, № 2. – С. 111–128.

28. Khabakhpasheva, T. Large-time response of ice cover to a load moving along a frozen channel / T. Khabakhpasheva, K. Shishmarev, A. Korobkin // Applied Ocean Research. – 2019. – Vol. 86. – P. 154–165.

29. Стурова, И.В. Колебания ограниченного ледяного покрова при локальном динамическом воздействии / И.В. Стурова, Л.А. Ткачева // Полярная механика. – 2016. – № 3. – С. 997–1007.

30. Экспериментально-теоретические исследования зависимости параметров распространяющихся в плавающей пластине изгибно-гравитационных волн от условий их возбуждения / под общ. ред. В.М. Козина. – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2016. – 222 с. ISBN 978-5-7962-1504-9

31. Милованов, Э.В. Перспективы использования амфибийных судов на воздушной подушке за рубежом / Э.В. Милованов, Л.Г. Цой. – Л: Судостроение, 1976. – С. 16–19.

32. Ионов, Б.П. Ледовая ходкость судов / Б.П. Ионов, Е.М. Грамузов. – СПб.: Судостроение, 2001. – 512 с. ISBN 5-7355-0576-99

33. Козин, В.М. Увеличение эффективности резонансного метода разрушения ледяного покрова при одновременном движении двух судов на воздушной подушке / В.М. Козин, В.Л. Земляк, Е.Г. Рогожникова // ПМТФ. – 2017. –Т. 58, № 2. – С. 185–192.

34. Песчанский, И.С. Ледоведение и ледотехника / И.С. Песчанский. – Л.: Гидрометеоиздат, 1967. – 467 с.

35. Иванов, К.Е. Грузоподъёмность ледяного покрова и устройство дорог на льду / К.Е. Иванов, И.С. Песчанский. – М.; Л.: Главсевморпуть, 1949. – 182 с.

36. Голушкевич, С.С. О некоторых задачах теории изгиба ледяного покрова / С.С. Голушкевич. – Л.: Воениздат, 1947. – 231 с.

37. Иванов, К.Е. Деформация ледового покрова при движении грузов / К.Е. Иванов, П.П. Кобеко, А.Р. Шульман // Журнал технической физики. – 1946. – Т. 16. – С. 257–262.

38. Ключарев, В. Определение грузоподъемности ледяных переправ / В. Ключарев, С. Изюмов // Военно-инженерный журнал. – 1943. – № 2-3. – С. 30–34.

39. Кобеко, П.П. Пролом и грузоподъемность льда / П.П. Кобеко, Н.И. Шишкин, Ф.И. Марей // Журнал технической физики. –1946. – Т. 16, вып. 3. – С. 273–276.

40. Шушлебин, А.И. Волновые процессы и напряжения ледяного покрова / А.И. Шушлебин // Проблемы Арктики и Антарктики. – 1978. – Т. 53, вып.4. – С. 50–53.

41. Якунин, А.Е. Расчеты несущей способности ледяного покрова / А.Е. Якунин, И.П. Бутягин // Труды НИИВТ. – 1984. – Вып. 88. – С. 66–81.

42. Брегман, Г.Р. Ледяные переправы / Г.Р. Брегман, Б.В. Проскуряков. – Свердловск: Гидрометеоиздат, 1943. – 151 с.

43. Бернштейн, С.А. Ледяная железнодорожная переправа. Работа, теория и расчет ледяного слоя / С.А. Бернштейн // 18 Сборник НКПС. – М.: Транспечать, 1929. – 42 с.

44. Панфилов, Д.Ф. К расчету грузоподъемности ледяных переправ / Д.Ф. Панфилов // Изв. ВНИИГ. – 1960. – Т. 64. – С. 101–116.

45. Войтковский, К.Ф. Механические свойства льда / К.Ф. Войтковский. – М.: Изд. АН СССР, 1960. – 99 с.

46. Доронин, Ю.П. Морской лед / Ю.П. Доронин, Д.Е. Хейсин. – Л.: Гидрометеоиздат, 1975. – 318 с.

47. Зубов, Н.Н. Льды Арктики / Н.Н. Зубов. – М.: Изд-во Главсевморпути, 1945. – 360 с.

48. Хейсин, Д.Е. Динамика ледяного покрова / Д.Е. Хейсин. – Л.: Гидрометеоиздат, 1967. – 215 с.

49. Фрейденталь, А. Математические теории неупругой сплошной среды / А. Фрейденталь, Х. Гейрингер. – М.: Физматгиз. – 1962. – 432 с.

50. Чубаров, Л.Б. О некоторых численных моделях распространения длинных волн в жидкости при наличии ледяного покрова / Л.Б. Чубаров // Численный анализ. – 1978. – Т. 2. – С. 99–110.

51. Takizawa, T. Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load / T. Takizawa // Cold Regions Sci. and Techn. – 1985. – Vol. 11. – P. 171–180.

52. Moving Loads on Ice Plates / V.A. Squire, R.J. Hosking, A.D. Kerr, P.J. Langhorne. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996. – 236 p.

53. Козин, В.М. Влияние снежного покрова на параметры изгибно-гравитационных волн в ледяном покрове / В.М. Козин, В.Л. Земляк, В.Ю. Верещагин // ПМТФ. – 2013. – Т. 54, № 3. – С. 134–140.

54. Богородский, В.В. Исследование внутреннего трения пластин льда со слоем снега при изгибных колебаниях / В.В. Богородский, Е.И. Галкин // Акустический журнал. – М.: Наука. – 1966. – Т. 12, вып. 4. – С. 411–415.

55. Войтковский, К.В. Реология льда и снега / К.В. Войтковский // Труды первый всесоюзный симпозиум по реологии грунтов. – Ереван, 1973. – С. 26–42.

56. Богородский, В.В. Лед. Физические свойства / В.В. Богородский, В.П. Гаврило. – Л.: Гидрометеоиздат, 1980. – 384 с.

57. Takizawa, T. Field studies on response of a floating sea ice sheet to a steadily moving load / T. Takizawa // Contributions from the Institute of Low Temperature Science. – 1987. – Vol. 36. – P. 31–76.

## References

1. Dutfild, D.O. Icebreakins trials with Bell Acrospace Voyageur ACV / D.O. Dutfild, D.E. Dickins // Canadien Aeronautics and space journal. – 1974. – Vol. 20, no. 10. – P. 471–474.

2. Wade, R.J. Air Cushion technology in Icebreaking / R.J. Wade // Hoverig Graft and Hydrofoil. –1975. – Vol. 14, no. 8. – P. 20–23.

3. Wade, R.J. Improvements in icebreaking by use of air cushion technology / R.J. Wade, R.Y. Edwards, J.K. Kim // Symposium Calgary. – 1976. – No. 10. – P. 1–14.

4. Zuev V.A. Means of extending navigation on inland waterways. L.: Shipbuilding. 1986. 208 p.

5. Zhabotinsky O.N. The use of cargo and specialized hovercrafts abroad // Advanced experience and new technology. 1978. No. 4. pp. 67-72.

6. Smigelsky S.P. About American work on the program for creating Arctic STOLs // Shipbuilding abroad. 1978. No. 3 (135). pp. 3-18.

10. Simonov Yu.A., Amfilokhiev L.B. Assessment of icebreaking qualities of hovercraft // Proceedings of TsNIIMF. 1979. Vol. 243. pp. 105–110.

11. Zuev V.A. Study of the interaction of hovercraft with ice cover. //Report of the GPI named after. A.A. Zhdanova. Inv. No. B 641989. 1977. 65 p.

12. Kashtelyan V.I., Yarovaya T.Kh. The use of air-cushioned devices for breaking ice // Shipbuilding abroad. 1978, no. 5. pp. 57-64.

13. Kozin V.M. Results of experimental and theoretical studies of the possibilities of the resonance method of destruction of ice cover // Izv. RAS. MTT. 2023, No. 3. p. 3-20.

14. Kozin V.M. Resonance method of destruction of ice cover: Inventions and experiments. M.: Academy of Natural Sciences. 2007. 355 p. ISBN 978-5-7692-1687-9

15. Chestnov E.I. Using hovercraft to break ice // Advanced experience and new technology. 1979, issue 2 (62), pp. 69-73.

16. Tkacheva L.A. Behavior of a floating elastic plate during oscillations of the bottom section. Prikl. 2005. v. 46, no. 2. p. 98-108.

17. Korobkin A., Khabakhpasheva T., Papin A. Waves Propagating Along a Channel with Ice Cover // European Journal of Mechanics - B/Fluids. 2014. Vol. 47. P. 166-175.

18. Batyaev E.A., Khabakhpasheva T.I. Hydroelastic waves in a channel with free ice cover // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of liquid and gas. M.: Science. 2015. No. 6. pp. 71-88.

19. Shishmarev K.A., Khabakhpasheva T.I., Korobkin A.A. The influence of hydrostatic and hydrodynamic pressure on fluctuations in ice cover // MAK-2015: “Mathematicians - Altai Territory”. Collection of proceedings of the All-Russian Conference on Mathematics. 2015. pp. 87-91.

20. Tkacheva L.A. Interaction of surface and flexural gravity waves in an ice cover with a vertical wall // PMTF. 2013. T.54. No. 4. pp. 158-170.

21. Tkacheva L.A. Behavior of a semi-infinite ice cover with uniform load movement // Applied mechanics and technical physics. 2018. T.59, No. 2. pp. 82-98.

22. Tkacheva L.A. Wave phenomena that arise when a load moves along the free surface of a liquid along the edge of an ice cover // Applied mechanics and technical physics. 2019. No. 3. pp. 73-84

23. Sturova I.V. The effect of periodic surface pressure on the ice cover in the vicinity of a vertical wall // Applied mechanics and technical physics. 2017. T.58, No. 1. pp. 92-101.

24. Sturova I.V. Movement of external load along a semi-infinite ice cover in subcritical mode // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of liquid and gas. 2018, no. 1. pp. 51-60.

25. Bukatov A.E. Waves in the sea with floating ice cover. Sevastopol: FGBUN MHI, 2017. 360 p.

26. Zavyalova K.N., Shishmarev K.A., Khabakhpasheva T.I. Movement of external load on broken ice in a canal // News of Altai State University. 2018. No. 4(102). pp. 73-78.

27. Shishmarev K.A., Khabakhpasheva T.I. Unsteady oscillations of ice cover in a frozen channel under the influence of moving external pressure // Computational technologies. 2019. T.24, No. 2. pp. 111-128.

28. Khabakhpasheva T., Shishmarev K., Korobkin A. Large-time response of ice cover to a load moving along a frozen channel // Applied Ocean Research 86 (2019). p. 154-165.

29. Sturova I.V., Tkacheva L.A. Fluctuations of a limited ice cover under local dynamic influence // Polar Mechanics. 2016, no. 3. pp. 997-1007.

30. Experimental and theoretical studies of the dependence of the parameters of flexural-gravity waves propagating in a floating plate on the conditions of their excitation. Under general ed. V.M. Kozina. Novosibirsk: Publishing house SB RAS. 2016. - 222 pp.: ISBN 978-5-7962-1504-9

31. Milovanov E.V., Tsoi L.G. Prospects for the use of amphibious hovercraft abroad // Leningrad: Sudostroenie, 1976, No. 4, p. 16-19.

32. Ionov B.P., Gramuzov E.M. Ice performance of ships. SPb.: Shipbuilding. 2001. 512 p. ISBN 5-7355-0576-99

33. Kozin V.M., Zemlyak V.L., Rogozhnikova E.G. Increasing the efficiency of the resonance method for destroying ice cover during the simultaneous movement of two hovercraft // PMTF. 2017. T. 58, no. 2. pp. 185-192.

34. Kozin V.M., Zemlyak V.L. Rogozhnikova E.G. Behavior of ice cover under conditions of flexural-gravitational resonance with pairwise movement of loads. Novosibirsk: SB RAS. 2019. - 120 pp.: ISBN 978-5-7692-1663-3

34. Peschanskiy I.S. Ledovedeniye i ledotekhnika. L.: Gidrometeoizdat. 1967. 467 p.

35. Ivanov K.E., Peschanskiy I.S. Gruzopod"yomnost' ledyanogo pokrova i ustroystvo dorog na l'du. M.; L.: Glavsevmorput'. 1949. 182 p.

36. Golushkevich S.S. O nekotorykh zadachakh teorii izgiba ledyanogo pokrova. L.: Voyenizdat. 1947. 231 p.

37. Ivanov K.Ye., Kobeko P.P., Shul'man A.R. Deformatsiya ledovogo pokrova pri dvizheniy gruzov. Zhurnal tekhnicheskoy fiziki. 1946, t. 16. p.257-262.

38. Klyucharev V., Izyumov S. Opredeleniye gruzopod"yemnosti ledyanykh pereprav // Voyenno-inzhenernyy zhurnal. 1943, № 2-3. p.30-34.

39. Kobeko P.P., Shishkin N.I., Marey F.I. Prolom i gruzopod"yemnost' l'da // Zhurnal tekhnicheskoy fiziki. 1946, t. 16, vyp.Z. p.273-276.

40. Shushlebin A.I. Volnovyye protsessy i napryazheniya ledyanogo pokrova // Problemy Arktiki i Antarktiki, 1978, t.53, vyp.4, p.50-53.

41. Yakunin A.Ye., Butyagin I.P. Raschety nesushchey sposobnosti ledyanogo pokrova // Trudy NIIVT, 1974, vyp.88, p.66-81.

42. Bregman G.R., Proskuryakov B.V. Ledyanyye perepravy.Sverdlovsk: Gidrometeoizdat, 1943. 151 p.

43. Bernshteyn S.A. Ledyanaya zheleznodorozhnaya pereprava. Rabota, teoriya i raschet ledyanogo sloya //18 Sbornik NKPS. M.: Transpechat'. 1929. 42p.

44. Panfilov D.F. K raschetu gruzopod"yemnosti ledyanykh pereprav //Izv. VNIIG. 1960, t.64, p.101-116.

45. Voytkovskiy K.F. Mekhanicheskiye svoystva l'da. M.: Izd. AN SSSR, I960. 99 p.

46. Doronin Yu.P., Kheisin D.E. Sea ice. L.: Gidrometeoizdat. 1975. 318 p.

47. Zubov N.N. Arctic ice. M.: Glavsevmorput Publishing House, 1945. 360 p.

48. Kheisin D.E. Ice cover dynamics. L.: Gidrometeoizdat. 1967. 215 p.

49. Freudenthal A., Geiringer H. Mathematical theories of inelastic continuous media. M.: Fizmatgiz. 1962. 432 p.

50. Chubarov L.B. On some numerical models of the propagation of long waves in a liquid in the presence of ice cover. // M: Numerical analysis. t. 2, 1978. pp. 9.

51. Takizawa T. Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // Cold Regions Sci. and Techn. 1985. V. 11. P. 171–180.

52. Squire V.A., Hosking R.J., Kerr A.D., Langhorne P.J. Moving Loads on Ice Plates // Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996. 236 p.

53. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BD%D0%B5%D0%B6%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D0%BA%D1%80%D0%BE%D0%B2 (дата обращения: 12.10.2021).

54. Kozin V.M., Zemlyak V.L., Vereshchagin V.Yu. The influence of snow cover on the parameters of flexural gravity waves in the ice cover. // PMTF. 2013. vol. 54, no. 3. pp. 134-140.

55. Bogorodsky V.V., Galkin E.I. Study of internal friction of ice plates with a layer of snow during bending vibrations // Acoustic Journal. M.: Nauka, 1966, vol. 12, issue 4, pp. 411-415.

56. Voitkovsky K.V. Rheology of ice and snow. Proceedings // First All-Union Symposium on Soil Rheology. Yerevan, 1973. pp. 26-42.

57. Bogorodsky V.V., Gavrilo V.P. Ice. Physical properties. L.: Gidrometeoizdat, 1980. 384 p.

58. Takizawa T. Field studies on response of a floating sea ice sheet to a steadily moving load // Contributions from the Institute of Low Temperature Science. 1987. Vol. 36. P. 31-76.

**Финансирование.** Работа выполнена в рамках государственного задания Института машиноведения и металлургии Хабаровского Федерального исследовательского центра ДВО РАН.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад автора.** 100 %.

**Funding.** The work was carried out within the framework of the state assignment of the Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Khabarovsk Federal Research Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences.

**Conflict of interest.** The author declare no conflict of interest.

**The contribution** is 100 %.