Ковтанюк, Л.В. Необратимое деформирование и разогрев упруговязкопластического материала в круглой трубе при наличии слоя смазки / Л.В. Ковтанюк, Г.Л. Панченко, Е.О. Попова. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.07 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 3. – С. 81–91.

Perm Polytech Style: Kovtanyuk L.V., Panchenko G.L., Popova E.O. Irreversible Deforming and Heating of an Elastoviscoplastic Material in a Round Pipe with a Lubricant Layer. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 3, pp. 81-91. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.07

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 3, 2025
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.07
УДК 539.37, 539.214

НЕОБРАТИМОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗОГРЕВ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПРИ НАЛИЧИИ СЛОЯ СМАЗКИ

Л.В. Ковтанюк[1], Г.Л. Панченко[1,2], Е.О. Попова[1]

[1]Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук, Владивосток, Российская Федерация
[2]Владивостокский государственный университет, Владивосток, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 30 апреля 2025 г.
Одобрена: 29 июля 2025 г.
Принята к публикации:
15 августа 2025 г.

Ключевые слова:

термоупругость, вязкопластическое течение, большие деформации, деформационное теплопроизводство, теплопроводность, связанное термодеформирование.

АННОТАЦИЯ

В рамках модели больших деформаций рассматривается неизотермическая краевая задача о деформировании материала в жесткой круглой трубе при наличии слоя смазки. Деформирование и продвижение материала и смазки происходит вследствие приложения возрастающего со временем перепада давления. Сначала на границе трубы со смазкой выполняются условия прилипания, затем при увеличении нагрузки смазочный материал начинает проскальзывать, и трение о трубу вызывает его разогрев. Разогрев материалов также происходит в процессе накопления ими пластических деформаций. Основной материал и смазка обладают упругими, вязкими и пластическими свойствами, а также имеют разные значения упругих модулей, предела текучести и коэффициента вязкости. Также учитывается зависимость пределов текучести и коэффициентов вязкости от температуры. Рассмотрены обратимое деформирование, возникновение и развитие вязкопластического течения в слое смазки и распространение течения в основной материал.

© **Ковтанюк Лариса Валентиновна** – д. ф.-м. н., член-корреспондент РАН, проф. РАН, гл. н. с. лаборатории механики необратимого деформирования Института автоматики и процессов управления ДВО РАН, e-mail: lk@iacp.dvo.ru.
Панченко Галина Леонидовна – к. ф.-м. н., с. н. с. лаборатории механики необратимого деформирования Института автоматики и процессов управления ДВО РАН, доцент кафедры математики и моделирования, Владивостокского государственного университета, e-mail: panchenko@iacp.dvo.ru).
Попова Елена Олеговна – аспирант Института автоматики и процессов управления ДВО РАН, e-mail: polenao@bk.ru.

Larisa V. Kovtanyuk – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Professor of the Russian Academy of Sciences, Chief Researcher, Laboratory of Mechanics of Irreversible Deformation, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, e-mail: lk@iacp.dvo.ru.
Galina L. Panchenko – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Mechanics of Irreversible Deformation, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Ass. Professor, Department of Mathematics and Modeling, e-mail: panchenko@iacp.dvo.ru).
Elena O. Popova – Postgraduate, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, e-mail: polenao@bk.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

IRREVERSIBLE DEFORMING AND HEATING OF AN ELASTOVISCOPLASTIC MATERIAL IN A ROUND PIPE WITH A LUBRICANT LAYER

L.V. Kovtanyuk[1], G.L. Panchenko[1,2], E.O. Popova[1]

[1]Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, Russian Federation
[2]Vladivostok State University, Vladivostok, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 30 April 2025
Approved: 29 July 2025
Accepted for publication:
15 August 2025

Keywords:

thermoelasticity, viscoplastic flow, large strains, deformation heat production, thermal conductivity, coupled thermal deformation.

ABSTRACT

The paper presents a non-isothermal boundary value problem of material deformation in a rigid round pipe in the presence of a lubricant layer within the large strain model. Deformation and movement of the material and lubricant occur under a pressure difference increasing with time. Initially, the adhesion conditions are satisfied at the boundary of the pipe with the lubricant, then, as the load increases, the lubricant begins to slip, and friction against the pipe causes its heating. Heating of the materials also takes place in the process of accumulation of plastic strains. The base material and the lubricant have elastic, viscous and plastic properties, and also have different values of elastic moduli, yield strength and viscosity coefficient. The dependence of yield strengths and viscosity coefficients on temperature is also taken into account. Reversible deformation, occurrence and development of viscoplastic flow in the lubricant layer and flow propagation into the base material are considered.

Введение

В процессе эксплуатации любого оборудования его износ неизбежен, и исключить его полностью нельзя, можно только учесть и постараться каким-либо образом замедлить и снизить [1–3]. Эксплуатационный износ, возникающий за счет трения деталей при контакте двух поверхностей и их взаимном воздействии друг на друга, можно снизить применением различных смазок и специальных покрытий [4]. Нанесению защитных покрытий – в том числе многослойных, гибридных, композиционных и наноструктурированных – в последние годы уделяют особое внимание в машиностроении, поскольку такой способ демонстрирует свою очевидную эффективность в вопросах упрочнения деталей машин и увеличения суммарного ресурса [5–8].

При обработке металлов давлением всегда происходит некоторый разогрев материала вследствие выделения теплоты от деформации и трения [9–13]. Поверхностные слои соприкасающихся материалов при обработке давлением изменяются в основном под действием значительных деформаций, развивающихся в тонком поверхностном слое, приводящих к его нагреву. Особую роль при этом играет тепловой эффект трения при деформации с применением технологических смазок, хотя наличие смазки не гарантирует полное отсутствие нагрева материала и его деформирования [14–18]. Такие эффекты также существенно влияют на износостойкость деталей и их длительную прочность, поэтому их изучение направлено на возможность прогнозирования износостойкости деталей и предложение способов повышения усталостной прочности конструкций.

В данной работе рассмотрим краевую задачу о деформировании материала в жесткой круглой трубе при наличии слоя смазки. Основной материал и слой смазки полагаем несжимаемыми упруговязкопластическими материалами, характеризующимися разными параметрами. Наличие трения смазки со стенкой трубы вызывает ее деформирование и разогрев. Изменение температуры материала и смазки также связано с накоплением ими значительных необратимых (пластических) деформаций, как в слое смазки, так и в основном материале, поэтому учитывается взаимосвязанность процессов деформирования и теплопередачи (связанная задача), а также зависимость постоянных материала (предел текучести, вязкость) от температуры. Решение строится с использованием модели больших деформаций [19–21] с учетом тепловых [22] и вязких эффектов [23]. Ранее в рамках модели было исследовано деформирование и разогрев материала в круглой трубе как только за счет необратимого деформирования (ползучесть и пластическое течение) [24], так и с учетом трения материала о жесткую поверхность трубы [25].

Основные соотношения модели больших деформаций

Решение задачи построим с применением модели больших деформаций [19–23], полагая, что обратимая $\mathbf{m}$ и необратимая $\mathbf{p}$ составляющие тензора полных деформаций Альманси определяются дифференциальными уравнениями их изменения (переноса):

$$\frac{D\mathbf{m}}{Dt}=\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p-\frac{1}{2}\Big(\big(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p+\mathbf{z}\big)\cdot\mathbf{m}+\mathbf{m}\cdot\big(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p-\mathbf{z}\big)\Big),$$
$$\frac{D\mathbf{p}}{Dt}=\frac{d\mathbf{p}}{dt}-\boldsymbol{\varphi}\cdot\mathbf{p}+\mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{\varepsilon}^p-\mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}^p-\boldsymbol{\varepsilon}^p\cdot\mathbf{p},$$
$$\mathbf{m}=\mathbf{e}+\alpha T_0\theta\mathbf{I},\quad \boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{\omega}+\mathbf{z}\big(\boldsymbol{\varepsilon},\mathbf{m}\big),\quad \boldsymbol{\varepsilon}=\frac{1}{2}\big(\nabla\mathbf{v}+\nabla^T\mathbf{v}\big),$$
$$\boldsymbol{\omega}=\frac{1}{2}\big(\nabla\mathbf{v}-\nabla^T\mathbf{v}\big),\ \mathbf{v}=\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\frac{d\mathbf{u}}{dt}=\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\nabla\mathbf{u}\cdot\mathbf{v},\qquad(1)$$
$$\theta=\big(T-T_0\big)T_0^{-1}.$$

В соотношениях (1) $\mathbf{u},\mathbf{v}$ – векторы перемещений и скорости; T, T_0 – текущая температура и температура тела в свободном состоянии (комнатная температура); $\mathbf{e}$ – тензор упругих деформаций; $\mathbf{I}$ – единичный тензор; $\mathbf{z}(\boldsymbol{\varepsilon},\mathbf{m})$ – нелинейная часть тензора вращений $\boldsymbol{\varphi}$ $\left(\boldsymbol{\varphi}=-\boldsymbol{\varphi}^T\right)$, из-за ее громоздкости она здесь не приведена, полностью она представлена в [21]; $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^e=\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p$ – тензоры скоростей необратимых и обратимых деформаций, являющиеся источниками соответствующих деформаций в уравнениях изменения; α – коэффициент линейного расширения. Вторая зависимость в (1) определяет объективную производную по времени, задающую взаимодействие между обратимыми и необратимыми деформациями в процессе деформирования, что обеспечивает геометрическую корректность кинематики среды.

С использованием соотношений (1) тензор полных деформаций Альманси $\mathbf{d}$ записывается в форме:

$$\begin{aligned}\mathbf{d}&=\frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}+\nabla^T\mathbf{u}-\nabla^T\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u})=\\&=\mathbf{m}+\mathbf{p}-\frac{1}{2}\mathbf{m}\cdot\mathbf{m}-\mathbf{m}\cdot\mathbf{p}-\mathbf{p}\cdot\mathbf{m}+\mathbf{m}\cdot\mathbf{p}\cdot\mathbf{m}.\end{aligned}\tag{2}$$

Из этой зависимости следует, что тензор $\mathbf{m}$ является линейной частью тензора обратимых деформаций $\mathbf{c}=\mathbf{m}-0.5\mathbf{m}\cdot\mathbf{m}$. Из закона сохранения энергии следуют [22] равенства

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}&=\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{m}}\cdot(\mathbf{I}-\mathbf{m}),\\\frac{\partial(\rho s)}{\partial t}&=-div\mathbf{J}-T^{-2}\mathbf{q}\cdot\nabla T+T^{-1}\boldsymbol{\sigma}\cdot\cdot\boldsymbol{\varepsilon}^p.\end{aligned}\tag{3}$$

Здесь $\Psi=\Psi(\mathbf{m},\theta)$ – плотность распределения внутренней энергии; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений; s – плотность энтропии; $\mathbf{q}$ – вектор теплового потока; $\mathbf{J}=\rho\mathbf{v}s+\mathbf{q}$ – вектор потока энтропии; ρ – плотность среды; чтобы упростить математическую модель, принимается гипотеза о независимости термодинамического потенциала $\Psi(\mathbf{m},\theta)$ от необратимых деформаций $\mathbf{p}$.

Далее материал полагаем механически несжимаемым, но изменение его объема возможно за счет теплового расширения. Согласно уравнению неразрывности такое условие записывается в виде

$$\begin{aligned}\frac{\rho}{\rho_0}&=\left(1-2L_1+2L_1^2-2L_2-\frac{4}{3}L_1^3+4L_1L_2-\frac{8}{3}L_3\right)^{\frac{1}{2}}=\\&=(1+3\alpha T_0\theta)^{-1},\\L_1&=\operatorname{tr}\mathbf{d},\quad L_2=\operatorname{tr}\mathbf{d}^2,\quad L_3=\operatorname{tr}\mathbf{d}^3.\end{aligned}\tag{4}$$

Здесь ρ_0 – плотность материала в недеформированном состоянии. В этом случае из (3) следуют соотношения для тензора напряжений

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{cases}-P_1\mathbf{I}+(1+3\alpha T_0\theta)^{-1}\dfrac{\partial W}{\partial\mathbf{d}}\cdot(\mathbf{I}-2\mathbf{d}), & \mathbf{p}\equiv\mathbf{0},\\-P_2\mathbf{I}+(1+3\alpha T_0\theta)^{-1}\dfrac{\partial W}{\partial\mathbf{m}}\cdot(\mathbf{I}-\mathbf{m}), & \mathbf{p}\neq\mathbf{0}.\end{cases}\tag{5}$$

В (5) P_1 и P_2 – неизвестные функции добавочного гидростатического давления; $W=\rho_0\Psi(\mathbf{m},\theta)$ – упругий потенциал. Предполагая, что материал является изотропным, разложим упругий потенциал в ряд Тейлора относительно свободного состояния [26]

$$\begin{aligned}W&=W(J_1,J_2,\theta)=-2\mu J_1-\mu J_2+bJ_1^2+\\&+(b-\mu)J_1J_2-\chi J_1^3+\nu_1J_1\theta+\nu_2\theta^2-\\&-\nu_3J_1\theta^2-\nu_4J_1^2\theta-\nu_5J_2\theta-\nu_6\theta^3+\ldots,\\J_k&=\begin{cases}L_k, & \mathbf{p}=\mathbf{0},\\I_k, & \mathbf{p}\neq\mathbf{0},\end{cases}\quad I_1=\operatorname{tr}\mathbf{c},\quad I_2=\mathbf{c}\cdot\cdot\mathbf{c}.\end{aligned}\tag{6}$$

Здесь μ – модуль сдвига, b, χ, ν_m $(m=1,2,\ldots,6)$ – другие термомеханические постоянные. Принимая закон теплопроводности в форме Фурье, из (3) и (6) получим уравнения теплопроводности, которые имеют разный вид в зависимости от режима деформирования:

в областях обратимого деформирования, предшествующего вязкопластическому течению

$$\begin{aligned}&(1+\beta_1\theta+\beta_2\operatorname{tr}\mathbf{d})\frac{d\theta}{dt}+\beta_3\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\cdot\mathbf{d}=g\Delta\theta,\\&\beta_1=\frac{\nu_2(1-3\alpha T_0)-3\nu_6}{\nu_2},\quad\beta_2=-\frac{\nu_3}{\nu_2},\quad\beta_3=-\frac{\nu_1+\nu_5}{\nu_2};\end{aligned}\tag{7}$$

в области течения

$$(1+\beta_1\theta+\beta_2\operatorname{tr}\mathbf{c})\frac{d\theta}{dt}+\beta_3(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\varepsilon}^p)\cdot\cdot\mathbf{c}=g\Delta\theta-\frac{1}{2\nu_2}\boldsymbol{\sigma}\cdot\cdot\boldsymbol{\varepsilon}^p;\tag{8}$$

в областях разгрузки или повторного вязкопластического течения

$$(1+\beta_1\theta+\beta_2\operatorname{tr}\mathbf{c})\frac{d\theta}{dt}+\beta_3\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\cdot\mathbf{c}=g\Delta\theta.\tag{9}$$

В (7)–(9) g – коэффициент температуропроводности.

В качестве пластического потенциала (уравнения поверхности нагружения) далее принимается [27] обобщенное условие пластического течения Треска – Сен-Венана

$$F(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon}^p)=k,\quad F(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\varepsilon}^p)=\frac{1}{2}\max|\sigma_i-\sigma_j|-\eta\max|\varepsilon_k^p|,\tag{10}$$

следствием которого является ассоциированный закон пластического течения [27; 28]

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p=\zeta\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{\sigma}},\quad\zeta>0.\tag{11}$$

В (10) σ_i, ε_k^p – главные значения тензоров напряжений и скоростей пластических деформаций; k – предел

текучести; η – коэффициент вязкого сопротивления пластическому течению.

При температурном воздействии на материал от нее зависят и параметры материала. Для предела текучести и коэффициента вязкости пластического течения будем использовать соотношения [29]

$$k = k_0\left(1-\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2, \quad \eta = \eta_0\,\mathrm{Exp}\left(-\upsilon T_0\theta\right), \qquad \theta_m = (T_m - T_0)T_0^{-1}. \tag{12}$$

В (12) T_m – температура плавления деформируемого материала, k_0, η_0 – предел текучести и вязкость материала при комнатной температуре, υ – экспоненциальная скорость.

Постановка задачи и обратимое деформирование

Постановку и решение задачи будем рассматривать в цилиндрической системе координат r, ϕ, z. Пусть упруговязкопластический материал и слой смазки находятся в круглой жесткой трубе радиуса R (рис. 1). Основной материал занимает область $0 \le r \le r_1$, и его термомеханические свойства будем задавать параметрами с индексом 1. Параметры слоя смазки $r_1 \le r \le R$ обозначим индексом 2. Считаем, что на поверхности соприкосновения основного материала и материала смазки $r = r_1$ перемещения непрерывны. Деформирование материала и смазки в трубе происходит под действием возрастающего со временем перепада давления. Решение этой краевой задачи будем искать в классе функций $\theta = \theta(r,t)$, $u = u_z(r,t)$, $v = v_z(r,t)$, где u и v – отличные от нуля компоненты векторов перемещений и скорости.

Также предполагаем, что пока остается верным неравенство

$$\left|\sigma_{rz}\right\|_{r=R} < \sigma_0, \tag{13}$$

на границе $r = R$ выполняются условия жесткого сцепления материала смазки со стенками трубы: $u\big|_{r=R} = v\big|_{r=R} = 0$. В (13) σ_0 – задаваемая постоянная сухого трения, причем $\sigma_0 < k_{02}$.

В рассматриваемом случае из (2) найдем отличные от нуля компоненты тензора деформаций

$$d_{rr} = -\frac{1}{2}u'^2, \qquad d_{rz} = \frac{1}{2}u', \qquad u' = \frac{\partial u}{\partial r}. \tag{14}$$

Считаем, что материал до приложения механической нагрузки в виде перепада давления находился в свободном состоянии и сначала деформирование является обратимым, следовательно, необходимо найти решение упругой изотермической задачи. Полагая обратимые деформации достаточно малыми и учитывая только слагаемые до второго порядка по u' включительно, из зависимостей (5) и (6) для компонент тензора напряжений получим

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -(P_{1i} + 2\mu_i) - \frac{1}{2}(b_i + \mu_i)(u')^2 = -p_{1i}, \qquad \sigma_{zz} = -p_{1i} + \mu_i(u')^2, \quad \sigma_{rz} = \mu_i u'. \tag{15}$$

Здесь и далее $i = 1, 2$ – соответственно для основного материала и для смазки.

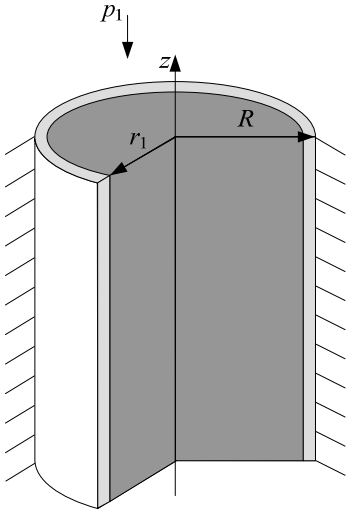


Рис. 1. Геометрия задачи

Fig. 1. Geometry of the problem

В рамках квазистатического подхода, интегрируя уравнения равновесия с учетом соотношений (15)

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0, \quad \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \tag{16}$$

получаем

$$\sigma_{rz} = \frac{c(t)r}{2} + \frac{c_1(t)}{r}, \quad p_1 = c(t)z + p_0(t). \tag{17}$$

Функцию интегрирования $c_1(t)$ в (17) следует положить равной нулю, чтобы напряжение σ_{rz} имело конечное значение при $r = 0$. Функция p_1 не зависит от переменной r, поэтому она является одинаковой для основного материала и для смазки. Следовательно, можно опустить у нее индекс i. Функцию $p_0(t)$ будем считать известной функцией контрольного давления в сечении трубы $z = 0$.

Для возрастающего перепада давления примем следующее условие

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = -at, \quad a > 0. \tag{18}$$

Для указанных условий нагружения с учетом условий прилипания при $r = R$ и условия непрерывности

перемещений и скорости на границе $r = r_1$, разделяющей основной материал и слой смазки, получим решение задачи

в области $0 \le r \le r_1$ для основного материала:

$$u = \frac{at\left(r_1^2 - r^2\right)}{4\mu_1} + \frac{at\left(R^2 - r_1^2\right)}{4\mu_2},$$
$$v = \frac{a\left(r_1^2 - r^2\right)}{4\mu_1} + \frac{a\left(R^2 - r_1^2\right)}{4\mu_2},$$
$$\sigma_{rz} = -\frac{atr}{2}, \quad \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p_1, \tag{19}$$
$$\sigma_{zz} = -p_1 + \frac{a^2t^2r^2}{4\mu_1}, \; p_1 = -atz + p_0,$$
$$e_{rz} = -\frac{atr}{4\mu_1}, \; e_{rr} = -\frac{3}{2}e_{rz}^2, \; e_{zz} = \frac{1}{2}e_{rz}^2;$$

в слое смазки $r_1 \le r \le R$:

$$u = \frac{at\left(R^2 - r^2\right)}{4\mu_2}, \quad v = \frac{a\left(R^2 - r^2\right)}{4\mu_2}, \quad e_{rz} = -\frac{atr}{4\mu_2},$$
$$\sigma_{rz} = -\frac{atr}{2}, \quad \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p_1, \quad \sigma_{zz} = -p_1 + \frac{a^2t^2r^2}{4\mu_2}. \tag{20}$$

Полученное решение задачи (19) и (20) при возрастающем перепаде давления остается справедливым до момента времени $t_1 = 2a^{-1}R^{-1}\sigma_0$, в который неравенство (13) перестанет выполняться. С этого момента времени начинается проскальзывание материала смазки на границе $r = R$. Неравенство (13) заменим условием проскальзывания

$$\left(\left|\sigma_{rz}\right| - \sigma_0 - \xi v\right)\Big|_{r=R} = 0. \tag{21}$$

В (21) ξ – коэффициент вязкого трения. С момента времени t_1 материал смазки начинает нагреваться из-за трения о жесткую стенку трубы. Для формирующегося поля температур принимаем условия

$$\theta\left(r, t_1\right) = 0, \; \theta(r,t)\big|_{r=R} = \gamma\, u(r,t)\big|_{r=R},$$
$$\theta'\big|_{r=0} = 0, \; \left[\theta\right]\big|_{r=r_1} = 0, \; \left[q\right]\big|_{r=r_1} = 0. \tag{22}$$

Здесь γ – постоянная теплопроизводства за счет трения, $q = q_z\left(r,t\right) = -\lambda_i T_0 \theta'$ – отличная от нуля компонента вектора теплового потока, λ_i – коэффициенты теплопроводности материала и смазки, квадратными скобками обозначен скачок функции. Таким образом, четвертое и пятое условия (22) означают непрерывность температуры и теплового потока на границе раздела двух сред. Полагаем также, что температура не достигает температуры плавления в процессе деформирования. Из условия несжимаемости (4) и зависимостей (14) следует, что в рассматриваемом случае антиплоского движения тепловое расширение в материале отсутствует, таким образом, зависимости (5), (7)–(9) справедливы при $\alpha = 0$.

С использованием соотношений (5), (6) для компонент напряжений получим

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\phi\phi} = -\left(P_{1i} + 2\mu_i\right) -$$
$$-\frac{1}{2}\left(b_i + \mu_i\right)\left(u'\right)^2 + \nu_{1i}\theta - \nu_{3i}\theta^2 = -p_1, \tag{23}$$
$$\sigma_{rz} = \left(\mu_i - l_i\theta\right)u', \quad \sigma_{zz} = -p_1 + \mu_i\left(u'\right)^2, \quad l_i = \nu_{1i} + \nu_{5i}.$$

Из уравнений равновесия (16), соотношений (23) и (2), а также условия (18) имеем

$$\sigma_{rz} = -\frac{atr}{2}, \; p_1 = -atz + p_0, \; m_{rr} = -\frac{3}{2}m_{rz}^2,$$
$$m_{zz} = \frac{1}{2}m_{rz}^2, \; m_{rz} = -\frac{atr}{4\left(\mu_i - l_i\theta\right)}. \tag{24}$$

Следствием второй зависимости (23) и первого соотношения (24) является уравнение для градиента перемещений

$$u' = -\frac{atr}{2\left(\mu_i - l_i\theta\right)}. \tag{25}$$

Уравнения теплопроводности (7) для основного материала и для материала смазки с учетом (14) и (23) примут форму

$$\left(1 + \beta_{1i}\theta + \frac{\beta_{3i}a^2l_it^2r^2}{8\left(\mu_i - l_i\theta\right)^3}\right)\dot{\theta} + \frac{\beta_{3i}a^2tr^2}{8\left(\mu_i - l_i\theta\right)^2} = g_i\left(\theta'' + \frac{\theta'}{r}\right). \tag{26}$$

В (26) точкой обозначена производная по времени.

Из первой зависимости (24) и условия (21) следует граничное условие для перемещений и для скоростей точек материала

$$u\left(R,t\right) = 0{,}25\xi^{-1}aR\left(t^2 - t_1^2\right) - \xi^{-1}\sigma_0\left(t - t_1\right),$$
$$v\left(R,t\right) = 0{,}5\xi^{-1}aRt - \xi^{-1}\sigma_0. \tag{27}$$

Уравнения (26) при условиях (22) решаются вместе с применением конечно-разностного метода. Интегрируя уравнение (25) в области $r_1 \le r \le R$ с учетом граничного условия (27), получим перемещения и скорости точек материала смазки

$$u = \frac{at}{2}\int_r^R \frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} + \frac{aR\left(t^2 - t_1^2\right)}{4\xi} - \frac{\sigma_0\left(t - t_1\right)}{\xi},$$
$$v = \frac{a}{2}\int_r^R \frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} + \frac{al_2t}{2}\int_r^R \frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2 - l_2\theta\right)^2} + \frac{aRt}{2\xi} - \frac{\sigma_0}{\xi}.$$

В области основного материала $0 \le r \le r_1$ перемещения и скорости также находятся из уравнения (25), но уже с учетом их непрерывности на границе соприкосновения со смазкой $r = r_1$:

$$u=\frac{at}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1-l_1\theta}+\frac{at}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}+$$
$$+\frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi}-\frac{\sigma_0\left(t-t_1\right)}{\xi},$$
$$v=\frac{a}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1-l_1\theta}+\frac{a}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}+\frac{al_1t}{2}\int_r^{r_1}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_1-l_1\theta\right)^2}+$$
$$+\frac{al_2t}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2-l_2\theta\right)^2}+\frac{aRt}{2\xi}-\frac{\sigma_0}{\xi}.$$

Полученное решение краевой задачи будет верным при возрастающем градиенте давления до некоторого момента времени $t_2>t_1$, в который на границе $r=R$ в материале смазки выполнится условие пластичности (10) в следующем виде

$$\sigma_{rz}\big|_{r=R}=-k\left(t_2\right). \tag{28}$$

Из первой зависимости (24), условия (28) и соотношения для предела текучести (12) получим уравнение для момента начала вязкопластического течения t_2

$$at_2R=2k_{02}\left(1-\frac{\theta\left(R,t_2\right)}{\theta_{m2}}\right)^2.$$

Вязкопластическое течение в смазке и основном материале

С момента времени t_2 в смазке развивается область вязкопластического течения $m(t)\le r\le R$ (III), в областях $r_1\le r\le m(t)$ (II) и $0\le r\le r_1$ (I) смазка и основной материал деформируются обратимо (рис. 2, *a*). Движущаяся упругопластическая граница $r=m(t)$ разделяет области II и III. В упругих областях I и II напряжения и деформации задаются зависимостями (23) и (24). В области течения III из (4) и (5) для напряжений имеем

$$\sigma_{rr}=-\left(P_{2i}+2\mu_i\right)+2\left(b_i+\mu_i\right)m_{rr}+$$
$$+2b_im_{zz}+\mu_im_{rz}^2+\nu_{1i}\theta-$$
$$-\nu_{3i}\theta^2=-p_1+2\left(\mu_i-l_i\theta\right)m_{rr}+\left(3\mu_i+l_i\theta\right)m_{rz}^2, \tag{29}$$
$$\sigma_{\varphi\varphi}=-p_1,\ \sigma_{zz}=-p_1+2\left(\mu_i-l_i\theta\right)m_{zz}+\left(3\mu_i+l_i\theta\right)m_{rz}^2,$$
$$\sigma_{rz}=2\left(\mu_i-l_i\theta\right)m_{rz}.$$

В соотношениях (29) $i=2$. Из уравнений равновесия следует, что в области течения выполняются первые две зависимости (24).

Из ассоциированного закона пластического течения (11) и условия пластичности (10) для компоненты σ_{rz} следует выражение

$$\sigma_{rz}=-k+\eta\varepsilon_{rz}^p. \tag{30}$$

С учетом первой зависимости (24) из (30) получим компоненту тензора скоростей пластических деформаций ε_{rz}^p

$$\varepsilon_{rz}^p=\eta^{-1}\left(k-0,5atr\right). \tag{31}$$

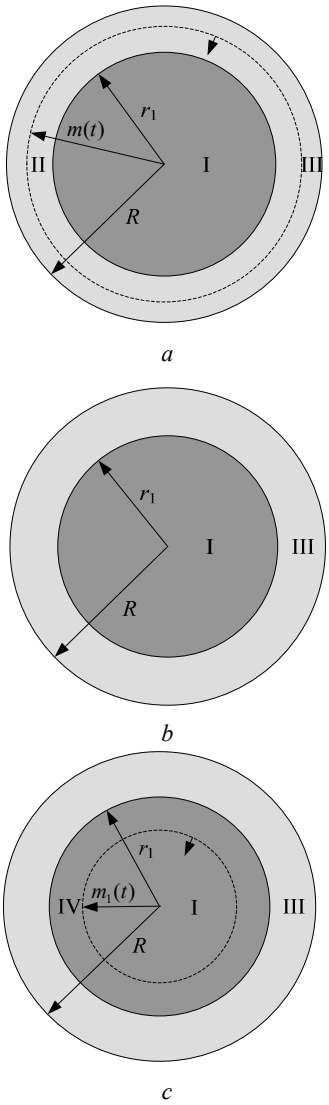


Рис. 2. Схемы областей деформирования в промежутках времени $t_2\le t<t_3$ (*a*); $t_3\le t\le t_4$ (*b*); $t>t_4$ (*c*)

Fig. 2. Schemes of deformation regions in time intervals $t_2\le t<t_3$ (*a*); $t_3\le t\le t_4$ (*b*); $t>t_4$ (*c*)

Из условия непрерывности σ_{rz} на упругопластической границе $r=m(t)$ следует равенство нулю компоненты тензора скоростей пластических деформаций ε_{rz}^p на этой границе. Тогда из (31) получим уравнение для определения положения границы $r=m(t)$

$$atm(t)=2k_{02}\left(1-\frac{\theta\left(m(t),t\right)}{\theta_{m2}}\right)^2. \tag{32}$$

В области течения III уравнение теплопроводности (8) с учетом (29)–(31) примет форму

$$\left(1+\beta_{1i}\theta+\frac{\beta_{3i}a^2l_i t^2 r^2}{8\left(\mu_i-l_i\theta\right)^3}\right)\dot{\theta}+\frac{\beta_{3i}a^2tr^2}{8\left(\mu_i-l_i\theta\right)^2}= \\ =g_i\left(\theta''+\frac{\theta'}{r}\right)+\frac{atr}{2\nu_{2i}\eta}\left(k-\frac{atr}{2}\right). \tag{33}$$

Здесь $i=2$. В упругих областях I и II остаются верными уравнения (26). Для решения системы уравнений (26), (32) и (33) относительно неизвестных функций $\theta(r,t)$ и $m(t)$ при последних четырех условиях (22) используется конечно-разностная схема [30]. Дополнительно полагаем непрерывность температуры в момент начала пластического течения t_2, а также непрерывность температуры и теплового потока на упругопластической границе $r=m(t)$.

Кинематика течения в рассматриваемом случае, согласно зависимостям (1), задается соотношениями

$$d_{rz}=m_{rz}+p_{rz},\ \frac{dd_{rz}}{dt}=\frac{\partial d_{rz}}{\partial t}=\frac{1}{2}v', \\ r_{rz}=-r_{zr}=\frac{2\varepsilon_{rz}\left(1-m_{zz}\right)}{m_{rr}+m_{zz}-2}, \\ \varepsilon_{rr}^p=\frac{dp_{rr}}{dt}+2p_{rz}(r_{zr}+\varepsilon_{rz}^p), \\ \varepsilon_{zz}^p=\frac{dp_{zz}}{dt}+2p_{rz}(r_{rz}+\varepsilon_{rz}^p), \\ \varepsilon_{rz}=\frac{1}{2}v'=\varepsilon_{rz}^e+\varepsilon_{rz}^p=\frac{\partial m_{rz}}{\partial t}+\frac{\partial p_{rz}}{\partial t}, \\ \varepsilon_{rr}^p=-\varepsilon_{zz}^p=\frac{\varepsilon_{rz}^p}{2}\frac{m_{rr}-m_{zz}}{m_{rz}}. \tag{34}$$

Для компоненты m_{rz} в области течения III выполняется пятая зависимость (24). Интегрируя скорость пластических деформаций ε_{rz}^p по времени, найдем компоненту тензора пластических деформаций p_{rz}

$$p_{rz}=\int_{t_2}^{t}\frac{1}{\eta}\left(k-\frac{atr}{2}\right)dt. \tag{35}$$

Градиент перемещений в областях I и II имеет вид (25), а в области III определяется зависимостью

$$u'=2\left(m_{rz}+p_{rz}\right). \tag{36}$$

Интегрированием уравнения (36) в области III при условиях (27) найдем перемещения и скорости точек материала смазки

$$u=\frac{at}{2}\int_r^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}-2\int_r^R p_{rz}dr+\frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi}-\frac{\sigma_0\left(t-t_1\right)}{\xi}, \\ v=\frac{a}{2}\int_r^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}+\frac{al_2t}{2}\int_r^R\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2-l_2\theta\right)^2}-2\int_r^R\varepsilon_{rz}^p dr+\frac{aRt}{2\xi}-\frac{\sigma_0}{\xi}. \tag{37}$$

В упругой области II перемещения и скорости находятся из уравнения (25) с учетом их непрерывности на упругопластической границе $r=m(t)$:

$$u=\frac{at}{2}\int_r^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}-2\int_m^R p_{rz}dr+\frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi}-\frac{\sigma_0\left(t-t_1\right)}{\xi}, \\ v=\frac{a}{2}\int_r^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}+\frac{al_2t}{2}\int_r^R\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2-l_2\theta\right)^2}-2\int_m^R\varepsilon_{rz}^p dr+\frac{aRt}{2\xi}-\frac{\sigma_0}{\xi}.$$

Перемещения и скорости в основном материале, занимающем область I, также находятся из уравнения (25) при условии их непрерывности на границе $r=r_1$, разделяющей два материала:

$$u=\frac{at}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1-l_1\theta}+\frac{at}{2}\int_{r_1}^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}-2\int_m^R p_{rz}dr+ \\ +\frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi}-\frac{\sigma_0\left(t-t_1\right)}{\xi}, \\ v=\frac{a}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1-l_1\theta}+\frac{a}{2}\int_{r_1}^R\frac{rdr}{\mu_2-l_2\theta}+\frac{al_1t}{2}\int_r^{r_1}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_1-l_1\theta\right)^2}- \\ -2\int_m^R\varepsilon_{rz}^p dr+\frac{al_2t}{2}\int_{r_1}^R\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2-l_2\theta\right)^2}+\frac{aRt}{2\xi}-\frac{\sigma_0}{\xi}.$$

Из соотношений (34) следует система уравнений для неизвестных компонент тензоров обратимых деформаций m_{rr}, m_{zz} и необратимых деформаций p_{rr}, p_{zz} в области течения III

$$\frac{\partial p_{zz}}{\partial t}=\varepsilon_{rz}^p\left(m_{rz}-\frac{p_{zz}}{m_{rz}}\right)+ \\ +\frac{4\left(\varepsilon_{rz}^e+\varepsilon_{rz}^p\right)p_{rz}}{2+m_{rz}^2}\left(1+p_{zz}-\frac{m_{rz}^2}{2}-2m_{rz}p_{rz}\right), \\ p_{rr}=-p_{zz}-2p_{rz}^2,\ m_{zz}=-p_{zz}+\frac{m_{rz}^2}{2}+2m_{rz}p_{rz}, \\ m_{rr}=-m_{zz}-m_{rz}^2. \tag{38}$$

При дальнейшем увеличении перепада давления и росте области течения в некоторый момент времени $t_3>t_2$ упругопластическая граница $r=m(t)$ сравняется с границей раздела материала и смазки $r=r_1$. С этого момента времени остаются две области: упругая область I, в которой расположен основной материал, и область течения III (рис. 2, *b*). То есть вязкопластическое течение теперь продолжается во всей области со смазкой. В этом случае для областей I и III выполняются все зависимости, описанные в данном пункте.

Далее при увеличении нагрузки в момент времени $t_4>t_3$, при нагружающем давлении $p^*=-at_4z+p_0$ выполнится условие пластичности (9) на границе основного материала $r=r_1$ в виде $\sigma_{rz}\big|_{r=r_1}=-k\left(t_4\right)$. Момент времени t_4 вычисляется из уравнения

$$at_4 R = 2k_{01}\left(1-\frac{\theta(R,t_4)}{\theta_{m1}}\right)^2.$$

Начиная с момента времени t_4 развивается область $m_1(t) \le r \le r_1$ (IV), в которой происходит вязкопластическое течение основного материала (рис. 2, *c*). Новая упругопластическая граница $r = m_1(t)$ отделяет эту область от области $0 \le r \le m_1(t)$ (I), в которой основной материал продолжает деформироваться обратимо. Также остается область течения материала смазки $r_1 \le r \le R$ (III).

Для напряжений в упругой области I выполняются зависимости (23) и (24). В областях течения напряжения удовлетворяют соотношениям (29) при $i = 1$ для области IV и $i = 2$ для области III. Также в областях течения остаются справедливыми первые две зависимости (24).

В области III компонента тензора скоростей пластических деформаций ε_{rz}^p удовлетворяет равенству (31). В области течения IV из ассоциированного закона пластического течения (11) и условия пластичности (10) следует выполнение зависимостей (30) и (31). Условие непрерывности компоненты тензора напряжений σ_{rz} приводит к уравнению для определения положения упругопластической границы $r = m_1(t)$

$$atm_1(t) = 2k_{01}\left(1-\frac{\theta(m_1(t),t)}{\theta_{m1}}\right)^2. \qquad (39)$$

В упругой области I уравнение теплопроводности имеет вид (26), а в областях течения – (33) при $i = 1$ для области IV и $i = 2$ для области III. Система уравнений (26), (33) и (39) относительно неизвестных функций $\theta(r,t)$ и $m_1(t)$ при последних четырех условиях (22) решается численно при помощи конечно-разностного метода. Здесь также предполагается непрерывность температуры в момент начала пластического течения в основном материале t_4 и непрерывность температуры и теплового потока на упругопластической границе $r = m_1(t)$.

Компонента тензора пластических деформаций p_{rz} в области III вычисляется по формуле (35), а в области IV для нее после интегрирования (31) следует уравнение

$$p_{rz} = \int_{t_4}^{t}\frac{1}{\eta}\left(k-\frac{atr}{2}\right)dt.$$

Градиент перемещений в области I имеет вид (25), а в областях III и IV – (36). Интегрируя уравнение (36) при учете (27), установим, что для перемещений и скоростей точек области течения III остаются верными зависимости (37). Интегрируя это же уравнение в области течения IV, найдем перемещения и скорости в этой области, учитывая их непрерывность на границе $r = r_1$:

$$u = \frac{at}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1 - l_1\theta} + \frac{at}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} - 2\int_{r_1}^{R} p_{rz}^{III}dr -$$
$$-2\int_r^{r_1} p_{rz}^{IV}dr + \frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi} - \frac{\sigma_0(t-t_1)}{\xi},$$
$$v = \frac{a}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1 - l_1\theta} + \frac{a}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} + \frac{al_1t}{2}\int_r^{r_1}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_1 - l_1\theta\right)^2} -$$
$$-2\int_{r_1}^{R}\varepsilon_{rz}^{pIII}dr - 2\int_r^{r_1}\varepsilon_{rz}^{pIV}dr +$$
$$+\frac{al_2t}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2 - l_2\theta\right)^2} + \frac{aRt}{2\xi} - \frac{\sigma_0}{\xi}.$$

Для нахождения скоростей и перемещений в области I проинтегрируем уравнение (25) при условии их непрерывности на упругопластической границе $r = m_1(t)$:

$$u = \frac{at}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1 - l_1\theta} + \frac{at}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} - 2\int_{r_1}^{R} p_{rz}^{III}dr -$$
$$-2\int_{m_1}^{r_1} p_{rz}^{IV}dr + \frac{aR\left(t^2-t_1^2\right)}{4\xi} - \frac{\sigma_0(t-t_1)}{\xi},$$
$$v = \frac{a}{2}\int_r^{r_1}\frac{rdr}{\mu_1 - l_1\theta} + \frac{a}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{rdr}{\mu_2 - l_2\theta} +$$
$$+\frac{al_1t}{2}\int_r^{r_1}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_1 - l_1\theta\right)^2} - 2\int_{r_1}^{R}\varepsilon_{rz}^{pIII}dr - 2\int_{m_1}^{r_1}\varepsilon_{rz}^{pIV}dr +$$
$$+\frac{al_2t}{2}\int_{r_1}^{R}\frac{r\dot{\theta}dr}{\left(\mu_2 - l_2\theta\right)^2} + \frac{aRt}{2\xi} - \frac{\sigma_0}{\xi}.$$

Для нахождения компонент тензоров обратимых деформаций m_{rr}, m_{zz} и необратимых деформаций p_{rr}, p_{zz} в областях III и IV используется система уравнений (38).

Расчеты проводились в безразмерных переменных r/R и $\tau = atR/\mu_1$ при следующих значениях безразмерных постоянных, соответствующих алюминиевому сплаву и тефлоновой смазке: $r_1 R = 0,9$, $\beta_{11} = 0,098$, $\beta_{12} = 0,01$, $\beta_{31} = -3,5$, $\beta_{32} = -1,5$, $\mu_1\mu_2^{-1} = 103,507$, $k_{01}\mu_1^{-1} = 2,298\cdot10^{-3}$, $k_{02}\mu_1^{-1} = 4,816\cdot10^{-4}$, $\theta_{m1} = 2,179$, $\theta_{m2} = 1,047$, $l_{11}\mu_1^{-1} = 0,252$, $l_{12}\mu_1^{-1} = 10^{-5}$, $g_1\mu_1 a^{-1}R^{-3} = 6,292\cdot10^{9}$, $g_2\mu_1 a^{-1}R^{-3} = 9,268\cdot10^{6}$, $\nu_{21}\mu_1^{-1} = 0,1$, $\nu_{22}\mu_1^{-1} = 8\cdot10^{-6}$, $\sigma_0\mu_1^{-1} = 1,633\cdot10^{-8}$, $a\eta_{01}\mu_1^{-2} = 6,826\cdot10^{-4}$, $a\eta_{02}\mu_1^{-2} = 5,461\cdot10^{-2}$, $a\xi R^2\mu_1^{-2} = 2,73\cdot10^{-5}$, $\upsilon_1 T_0 = 12,121$, $\upsilon_2 T_0 = 12,121$, $\gamma R = 9,8$, $\lambda_2\lambda_1^{-1} = 1,229\cdot10^{-3}$.

На рис. 3 представлены графики изменения упругопластических границ m/R в промежутке времени от $\tau_2 = 8,482\cdot10^{-4}$ до $\tau_3 = 9,206\cdot10^{-4}$ и m_1/R в промежутке от $\tau_4 = 2,622\cdot10^{-3}$ до $\tau_5 = 2,670\cdot10^{-3}$.

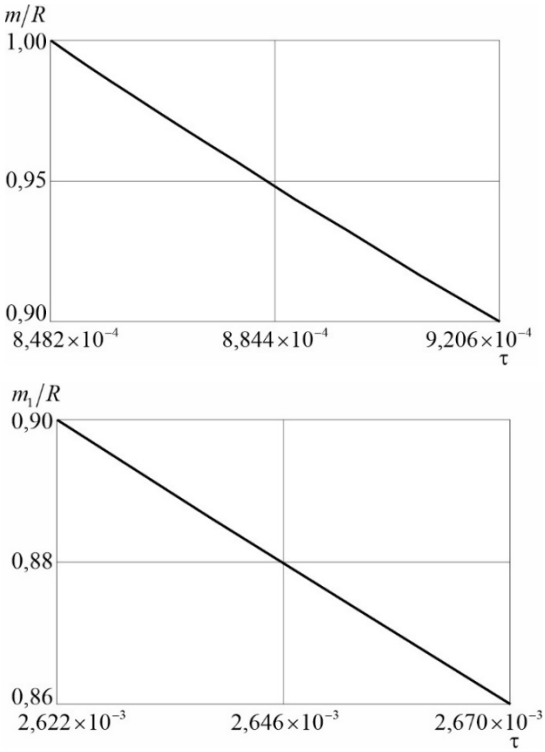


Рис. 3. Графики упругопластических границ

Fig. 3. Graphs of the elastoplastic boundaries

Распределение температуры θ в момент времени τ_5 в основном материале и в смазке показано на рис. 4. Из рисунка видно, что разброс значений температуры небольшой.

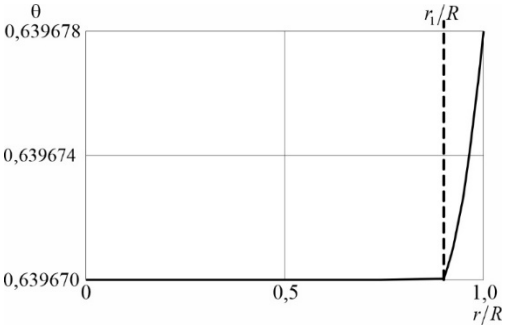


Рис. 4. Распределение температуры в основном материале и в смазке

Fig. 4. Temperature distribution in the base material and in the lubricant

На рис. 5 представлен график компоненты необратимых деформаций p_{rz} в зависимости от радиуса r/R в материале (область IV) и в смазке в момент времени τ_5. Распределение перемещений в материале и в смазке в этот же момент времени показано на рис. 6.

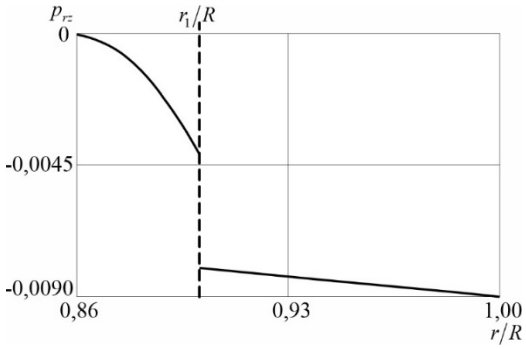


Рис. 5. Компонента необратимых деформаций p_{rz}

Fig. 5. Component p_{rz} of irreversible strains

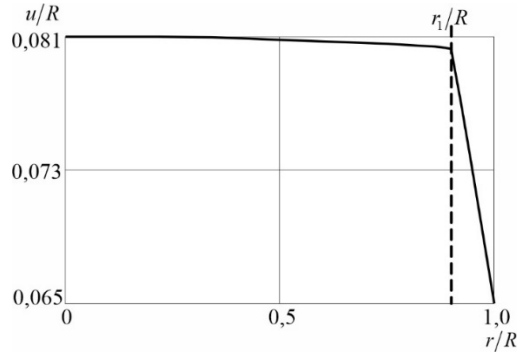


Рис. 6. Распределение перемещений в основном материале и в смазке

Fig. 6. Displacement distribution in the base material and in the lubricant

В представленной работе получено решение неизотермической краевой задачи о продавливании материала со слоем смазки через жесткую круглую трубу под действием возрастающего со временем перепада давления. Накопление больших необратимых деформаций происходит вследствие процесса вязкопластического течения, которое сначала охватывает область, занимаемую смазкой, затем через некоторое время переходит и в основной материал. Материал в процессе деформирования нагревается из-за трения смазки о шероховатую стенку трубы, а также вследствие накопления необратимых деформаций. Рассчитаны все параметры напряженно-деформированного состояния, в том числе значение нагружающего давления, при котором течение не выходит за слой смазки, вычислены распределения температур в материале и смазке, найдены законы продвижения упругопластических границ в смазке и основном материале. Основные параметры приведены на графиках.

Библиографический список

1. Крагельский, И.В. Трение и износ / И.В. Крагельский. – М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.

2. Погодаев, Л.И. Теория и практика прогнозирования износостойкости и долговечности материалов и деталей машин / Л.И. Погодаев, Н.Ф. Голубев; С.-Петерб. гос. ун-т вод. коммуникаций. – СПб.: СПбГУВК, 1997. – 415 с.

3. Технологическое обеспечение и повышение эксплуатационных свойств деталей и их соединений / А.Г. Суслов [и др.];

под общ. ред. А.Г. Суслова. – М.: Машиностроение, 2006. – 447 с.

4. Когаев, В.П. Прочность и износостойкость деталей машин / В.П. Когаев, Ю.М. Дроздов. – М.: Металлургия, 1972. – 192 с.

5. Криони, Н.К. Наноструктурированные вакуумные ионно-плазменные покрытия / Н.К. Криони, М.Ш. Мигранов, С.Р. Шехтман. – М.: Инновационное машиностроение, 2017. – 367 с.

6. Григорьев, С.Н. Современные многослойно-композиционные наноструктурированные покрытия для твердосплавного и керамического режущего инструмента / С.Н. Григорьев, А.А. Верещака, М.А. Волосова. – М.: МГТУ «СТАНКИН», 2020. – 164 с.

7. Композиционное неорганическое покрытие с нанопористой матрицей из оксида алюминия / Ю.В. Юферов [и др.] // Вестник технологического университета. – 2017. – 20(12). – С. 35–37.

8. Многослойные наноструктурные композиционные покрытия для фрезерования хромоникелевых сплавов / М.Ш. Мигранов [и др.] // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2022. – № 3 (15). – С. 30–37. DOI: 10.46573/2658-5030-2022-3-30-37

9. Бернштейн, М.Л. Термомеханическая обработка стали / М.Л. Бернштейн, В.А. Займовский, Л. М. Капуткина. – М.: Металлургия, 1983. – 480 с.

10. Лахтин, Ю.М. Металловедение и термическая обработка металлов / Ю.М. Лахтин. – М.: Металлургия, 1983. – 360 с.

11. Смирнов, М.А. Основы термической обработки стали / М.А. Смирнов, В.М. Счастливцев, Л.Г. Журавлев. – Екатеринбург: УрО РАН, 1999. – 496 с.

12. Колмогоров, В.Л. Механика обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров. – Екатеринбург: Издат. Уральского гос. техн. ун-та – УПИ, 2001. – 836 с.

13. Steel and its heat treatment / ed. by T. Holm, P. Olsson, E. Troell. – Molndal: Swerea IVF, 2012. – 712 p.

14. Переверзева, О.В. Распределение теплоты между трущимися телами / О.В. Переверзева, В.А. Балакин // Трение и износ. – 1992. Т. 13. – № 3. – С. 507–516.

15. Балакин, В.А. Теплофизические процессы в зоне фрикционного контакта / В.А. Балакин, В.П. Сергиенко, Ю.В. Лысенок // Трение и износ. – 2001. – Т. 22, № 1. – С. 5–9.

16. Kennedy, F.E. Thermal and thermomechanical effects in dry sliding / F.E. Kennedy // Wear. – 1984. – Vol. 100. – I. 1–3. – P. 453–476. DOI: 10.1016/0043-1648(84)90026-7

17. Трение, износ и смазка (трибология и триботехника) / А.В. Чичинадзе [и др.] / под общ. ред. А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 2003. – 576 с.

18. Амосов, А.П. Разогрев твердых тел при трении с износом / А.П. Амосов // Доклады АН СССР, 1980. – Т. 252, № 2. – С. 344–347.

19. Быковцев, Г.А. Конечные деформации упругопластических сред / Г.А. Быковцев, А.В. Шитиков // Докл. АН. – 1990. – Т. 311, № 1. – С. 59–62.

20. Буренин, А.А. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях / А.А. Буренин, Г.И. Быковцев, Л.В. Ковтанюк // Докл. АН. – 1996. – Т. 347, № 2. – С. 199–201.

21. Буренин, А.А. Большие необратимые деформации и упругое последействие / А.А. Буренин, Л.В. Ковтанюк. – Владивосток: Дальнаука, 2013. – 312 с.

22. Ковтанюк, Л.В. Моделирование больших упругопластических деформаций в неизотермическом случае / Л.В. Ковтанюк // Дальневост. матем. журн. – 2004. – Т. 5, № 1. – С. 110–120.

23. Ковтанюк, Л.В. О теории больших упругопластических деформаций при учете температурных и реологических эффектов / Л.В. Ковтанюк, А.В. Шитиков // Вестник ДВО РАН. – 2006. – № 4. – С. 87–93.

24. Ковтанюк, Л.В. Производство тепла за счет деформаций ползучести и пристеночного вязкопластического течения в материале пробки в круглой трубе под действием переменного перепада давления / Л.В. Ковтанюк, Г.Л. Панченко, Е.О. Попова // Изв. РАН. МТТ. – 2024. – № 5. – С. 84–101. DOI: 10.31857/S1026351924050054

25. Ковтанюк, Л.В. Деформирование и разогрев за счёт приповерхностного трения материала пробки в круглой трубе при её движении под действием изменяющегося перепада давления / Л.В. Ковтанюк, Г.Л. Панченко, Е.О. Попова // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2024. – № 7 (79). – С. 68–76.

26. Лурье, А.И. Нелинейная теория упругости / А.И. Лурье. – М.: Наука, 1980. – 512 с.

27. Ишлинский, А.Ю. Математическая теория пластичности / А.Ю. Ишлинский, Д.Д. Ивлев. – М.: Физматлит, 2001. – 704 с.

28. Быковцев, Г.И. Теория пластичности / Г.И. Быковцев, Д.Д. Ивлев. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 528 с.

29. Pla, F. Bifurcation phenomena in a convection problem with temperature dependent viscosity at low aspect ratio / F. Pla, A.M. Mancho, H. Herrero // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2009. – Vol. 238, iss. 5. – P. 572–580. DOI: 10.1016/j.physd.2008.12.015

30. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1989. – 616 с.

References

1. Kragelsky I.V. Trenie i iznos [Friction and wear]. Moscow, Mashinostroenie, 1968. 480 p.

2. Pogodaev L.I., Golubev N.F. Teoriia i praktika prognozirovaniia iznosostoikosti i dolgovechnosti materialov i detalei mashin [Theory and practice of forecasting wear resistance and durability of materials and machine parts]. St. Petersburg state university of water communications, Saint Petersburg, SPbGUVK, 1997. 415 p.

3. Suslov A.G. et al. Tekhnologicheskoe obespechenie i povyshenie ekspluatatsionnykh svoistv detalei i ikh soedinenii [Technological support and improvement of operational properties of parts and their connections]. Moscow, Mashinostroenie, 2006. 447 p.

4. Kogaev V.P., Drozdov Yu.M. Prochnost′ i iznosostoikost′ detalei mashin [Strength and wear resistance of machine parts]. Moscow, Metallurgiia, 1972, 192 p.

5. Krioni N.K., Migranov M.SH., Shekhtman S.R. Nanostrukturirovannye vakuumnye ionno-plazmennye pokrytiia [Nanostructured vacuum ion-plasma coatings]. Moscow, Innovatsionnoe mashinostroenie, 2017, 367 p.

6. Grigoriev S.N., Vereshchaka A.A., Volosova M.A. Sovremennye mnogosloino-kompozitsionnye nanostrukturirovannye pokrytiia dlia tverdosplavnogo i keramicheskogo rezhushchego instrumenta [Modern multilayer composite nanostructured coatings for carbide and ceramic cutting tools]. – Moscow, Moscow State University of Technology «STANKIN» «STANKIN», 2020, 164 p.

7. Yuferov Yu. V., Baranov M. V., Stoyanov O. V., Beketov A. R. Kompozitsionnoe neorganicheskoe pokrytie s nanoporistoĭ matritsei iz oksida aliuminiia [Composite inorganic coating with a nanoporous matrix of aluminum oxide]. Vestnik tekhnologicheskogo universiteta, 2017, 20(12), pp. 35-37.

8. Migranov M.Sh., Isaev E.V., Migranov A.M., Mosenz I.I., Gusev A.S., Oplesnin S.S. Mnogosloinye nanostrukturnye kompozitsionnye pokrytiia dlia frezerovaniia khromonikelevykh splavov [Multilayer nanostructured composite coatings for milling chromium-nickel alloys]. Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriia «Tekhnicheskie nauki», 2022, i. 3 (15), pp. 30-37. doi: 10.46573/2658-5030-2022-3-30-37

9. Bernshtein M.L., Zaimovskii V.A, Kaputkina L.M. Termomekhanicheskaia obrabotka stali [Thermomechanical treatment of steel]. Moscow, Metallurgiia, 1983, 480 p.

10. Lakhtin U.M. Metallovedenie i termicheskaia obrabotka metallov [Metal science and heat treatment of metals]. Moscow, Metallurgiia, 1983, 360 p.

11. Smirnov M.A., Schastlivtsev V.M., Zhuravlev L.G. Osnovy termicheskoi obrabotki stali [Basics of heat treatment of steel]. Ekaterinburg, UrO RAN, 1999, 496 p.

12. Kolmogorov V.L. Mekhanika obrabotki metallov davleniem [Mechanics of metal forming]. Ekaterinburg, Izdat. Ural′skogo gos. tekhn. un-ta – UPI, 2001, 836 p.

13. Steel and its heat treatment / ed. by T. Holm, P. Olsson, E. Troell. Molndal, Swerea IVF, 2012, 712 p.

14. Pereverzeva O. V., Balakin V. A. Raspredelenie teploty mezhdu trushchimisia telami [Distribution of heat between rubbing bodies]. Trenie i iznos, 1992, Vol. 13, No. 3, pp. 507-516.

15. Balakin V. A., Sergienko V. P., Lysenok IU. V. Teplofizicheskie protsessy v zone friktsionnogo kontakta [Thermophysical processes in the frictional contact zone]. Trenie i iznos, 2001, Vol. 22, No. 1, pp. 5-9.

16. Kennedy F.E. Thermal and thermomechanical effects in dry sliding. Wear, 1984, Vol. 100, No. 1-3, pp. 453-476. doi: 10.1016/0043-1648(84)90026-7

17. Chichinadze A.V. et al. Trenie, iznos i smazka (tribologiia i tribotekhnika) [Friction, wear and lubrication (tribology and tribotechnics)]. Moscow, Mashinostroenie, 2003, 576 p.

18. Amosov A.P. Razogrev tverdykh tel pri trenii s iznosom [Heating of solids during friction with wear]. Doklady AN USSR, 1980, Vol. 252, No. 2, pp. 344-347.

19. Bykovtsev G. I., Shitikov A. V. Finite deformations in an elastoplastic medium. Sov. Phys. Dokl., 1990, Vol. 35, No. 3, pp. 297-299.

20. Burenin A. A., Bykovtsev G. I., Kovtanyuk L. V. A simple model of finite strain in an elastoplastic medium. Dokl. Phys., 1996, Vol. 41, No. 3, pp. 127-129.

21. Burenin A. A., Kovtanyuk L. V. Bol′shie neobratimye deformatsii i uprugoe posledeistvie [Large Irreversible Deformations and Elastic Aftereffect]. Vladivostok,Dal′nauka, 2013, 312 p.

22. Kovtanyuk L. V. Modelirovanie bol′shikh uprugoplasticheskikh deformatsii v neizotermicheskom sluchae [Modeling of large elastoplastic deformations in an nonisothermal case] Dal′nevost. Mat. Zh., 2004, Vol. 5, No. 1, pp. 110-120.

23. Kovtanyuk L. V., Shitikov A.V. O teorii bol′shikh uprugoplasticheskikh deformatsii pri uchete temperaturnykh i reologicheskikh effektov [On the theory of large elastoplastic deformations taking into account temperature and rheological effects]. Vestn. DVO RAN, 2006, No. 4, pp. 87-93.

24. Kovtanyuk, L.V., Panchenko, G.L., Popova, E.O. Heat production due to creep strains and wall viscoplastic flow in the plug material in a round pipe under the action of variable pressure difference. Mech. Solids, 2024, Vol. 9, pp. 2694–2705. doi:10.1134/S0025654424604270

25. Kovtanyuk L.V., Panchenko G.L., Popova E.O. Deformirovanie i razogrev za schet pripoverkhnostnogo treniia materiala probki v krugloi trube pri ee dvizhenii pod deistviem izmeniaiushchegosia perepada davleniia [Deformation and heating due to surface friction of the plug material in a round pipe as it moves under the action of a changing pressure difference]. Uchenye zapiski Komsomol′skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2024, No. 7 (79), pp. 68-76.

26. Lurie A.I., Nelineinaia teoriia uprugosti [Nonlinear theory of elasticity]. Moscow, Nauka, 1980, 512 p.

27. Ishlinsky A. Yu., Ivlev D.D. Matematicheskaia teoriia plastichnosti [Mathematical theory of plasticity]. Moscow, Fizmatlit, 2001, 704 p.

28. Bykovtsev G. I., Ivlev D. D. Teoriia plastichnosti [Plasticity Theory] Vladivostok, Dal′nauka 1998, 528 p.

29. Pla F., Mancho A.M., Herrero H. Bifurcation phenomena in a convection problem with temperature dependent viscosity at low aspect ratio // Physica D: Nonlinear Phenomena, 2009, Vol. 238, No. 5, pp. 572-580. doi: 10.1016/j.physd.2008.12.015

30. Samarskii A. A. Teoriia raznostnykh skhem [Theory of difference schemes]. Moscow, Nauka, 1989, 616 p.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственных заданий ИАПУ ДВО РАН (темы № FWFW-2021-0005, FWFW-2025-0002).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценный.

Funding. The work was carried out within the framework of state assignments of the Institute of Atomic Energy and Pedagogical Problems of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (topics No. FWFW-2021-0005, FWFW-2025-0002).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.