Кочетков, М.А. Моделирование импульсного нагружения подводного трубопровода, заполненного жидкостью / М.А. Кочетков. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.08 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 3. – С. 92–100.

Perm Polytech Style: Kochetkov M.A. Modeling of impulse loading of a liquid-filled underwater pipeline. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 3, pp. 92-100. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.08

пермский политех

**ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА**
**№ 3, 2025**
**PNRPU MECHANICS BULLETIN**
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.3.08
УДК 539.3, 532.5

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ТРУБОПРОВОДА, ЗАПОЛНЕННОГО ЖИДКОСТЬЮ

**М.А. Кочетков**

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,
Нижний Новгород, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 06 июня 2025 г.
Одобрена: 10 августа 2025 г.
Принята к публикации:
15 августа 2025 г.

*Ключевые слова:*

подводный трубопровод, внутренняя жидкость, импульсное нагружение, трехмерная нелинейная задача, численное моделирование, схема Годунова, повышенная точность, эйлерово-лагранжев подход.

АННОТАЦИЯ

Моделируется процесс импульсного нагружения подводного двухслойного трубопровода, заполненного жидкостью. Для решения задачи используется авторский программный комплекс, разработанный для анализа трехмерных нестационарных процессов взаимодействия упругопластических конструкций со сжимаемыми средами. В основе алгоритма лежит усовершенствованная схема Годунова, обеспечивающая высокую точность расчетов совместной динамики жидкостей, газов и деформируемых тел. Метод включает явную эйлерово-лагранжевую реализацию с определением подвижных границ между контактируемыми средами. В рамках одной задачи используется три вида расчетных сеток: поверхностные сетки лагранжевого типа, состоящие из треугольных элементов, задающих начальную геометрию объектов и отслеживающих их перемещение, а также объемные трехмерные регулярные и локальные сетки, автоматически генерируемые в процессе расчета, изменяемые на каждом временном шаге. Инициация импульсного возмущения, имеющего начальную сферическую форму, производится на некотором отдалении от трубопровода в пределах расчетной области. Сформированные в результате инициация импульсного возмущения в окружающей жидкости ударные волны взаимодействуют с фрагментом подводного трубопровода и с жестким дном. Рассматриваются волновые процессы в стальной трубе, в утяжеляющей ее бетонной оболочке, а также во внутренней жидкости подводного трубопровода. Оцениваются импульсные нагрузки на подводный трубопровод с учетом влияния жесткого дна. Показаны формоизменения оболочек трубопровода в областях растягивающих деформаций, формирующихся в местах максимального изгиба трубопровода. Показано, что близость дна может существенно усилить воздействие импульсного нагружения за счет отраженной ударной волны от жесткого дна. Под действием одного и того же импульсного нагружения приводится сравнение формоизменений стенок подводных трубопроводов, полых внутри и заполненных жидкостью. В результате инициированного импульсного нагружения прогибы стенок полого внутри подводного трубопровода отмечены большими формоизменениями, чем в подводном трубопроводе, заполненного внутренней жидкостью.

© **Кочетков Михаил Анатольевич** – лаборант-исследователь Научно-исследовательского института механики, e-mail: dom-mike@mail.ru.

**Mikhail A. Kochetkov** – research assistant Researcher of the Research Institute of Mechanics, e-mail: dom-mike@mail.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

# MODELING OF IMPULSE LOADING OF A LIQUID-FILLED UNDERWATER PIPELINE

**M.A. Kochetkov**

Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevskiy State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 06 June 2025
Approved: 10 August 2025
Accepted for publication:
15 August 2025

*Keywords:*

underwater pipeline, internal fluid, impulse loading, three-dimensional nonlinear problem, numerical modeling, Godunov scheme, increased accuracy, Eulerian-Lagrangian approach.

ABSTRACT

The process of impulse loading of an underwater two-layer pipeline filled with liquid is modeled. To solve the problem, the author's software package developed for the analysis of three-dimensional nonstationary processes of interaction of elastoplastic structures with compressible media is used. The algorithm is based on the improved Godunov scheme, which provides high accuracy of calculations of joint dynamics of liquids, gases and deformable bodies. The method includes an explicit Eulerian – Lagrangian realization with the definition of moving boundaries between the contacted media. Three types of computational meshes are used within one problem: surface meshes of Lagrangian type, consisting of triangular elements that define the initial geometry of objects and track their movement, as well as three-dimensional three-dimensional regular and local meshes automatically generated in the process of calculation and changed at each time step. Initiation of an impulse perturbation having an initial spherical shape is performed at some distance from the pipeline within the calculation domain. Shock waves formed as a result of the pulse perturbation initiation in the surrounding fluid interact with the underwater pipeline fragment and with the rigid bottom. The wave processes in the steel pipe, in the concrete shell weighting it, as well as in the internal fluid of the underwater pipeline are considered. Impulse loads on the underwater pipeline taking into account the influence of rigid bottom are estimated. Shape changes of pipeline shells in the areas of tensile strains formed in the places of maximum bending of the pipeline are shown. It is shown that the proximity of the bottom can significantly increase the impact of impulse loading due to the reflected shock wave from the rigid bottom. Under the action of the same impulse loading, a comparison of the shape changes of the walls of underwater pipelines, hollow inside and filled with liquid, is given. As a result of the initiated pulse loading, the wall deflections of the internally hollow subsea pipeline are observed to be larger than those of the liquid-filled subsea pipeline.

## Введение

Современные подводные трубопроводы часто имеют двухслойные оболочки в виде стальной трубы (СТ) и бетонного покрытия (БП), стабилизирующие его вблизи жесткого дна. В работах [1–5] проводились исследования воздействия импульсных нагрузок на элементы подводных конструкций. В данной статье рассматривается задача воздействия ударных волн на участок подводного трубопровода, заполненного внутренней жидкостью, в результате инициации внешнего импульсного возмущения. При использовании классических уравнений динамики сплошных сред выполнялось моделирование на разработанном авторском пакете программ [6; 7] с использованием подходов к моделированию из [8]. Постановка решаемой задачи имеет схожие начальные условия из работы [5] с важным дополнением – рассматриваемый подводный трубопровод, заполнен внутренней жидкостью. Учет пластических деформаций производится в соответствии с [9–12]. Из [13] для воды используется уравнение состояния в форме Тета. Для предложенной ранее методики решения нелинейных динамических задач гидрогазодинамики из [8] при численном решении уравнений применяется модификация схемы Годунова повышенной точности [14; 15]. В работах [16–20] модификация численной схемы из [14; 15] едина для газодинамических и для упругопластических задач. Теоретические материалы и обобщающие экспериментальные данные по взрывным процессам и свойствам материалов при взрывных нагружениях содержатся в работах [21–26]. В отличие от приведенных результатов расчетов, выполненных на других кодах [27–30], связанных с различными оболочечными конструкциями, подверженными подводным взрывам, в текущей работе для выделения и сопровождения контактной поверхности используется точное решение задачи распада разрыва, рассчитываемое в локальных сетках.

## Разработанность темы

Существует три основных подхода решения задач математического моделирования импульсного взаимодействия элементов конструкций с жидкостью: это метод характеристик, методы конечных разностей и метод конечных объемов. Подробное описание упомянутых методов дано в обзорах П.И. Чушкина и Л.В. Шуршалова и В.Н. Охитина [31; 32]. Метод характеристик, несмотря на высокую эффективность исследований структуры ударных волн, слабо применим для реальных задач из-за своей громоздкости, он подходит в большей степени для одномерных течений [33, с. 264, 292]. Для корректной применимости чисто лагранжевых подходов требуется постоянная перестройка расчетных сеток [12; 34]. В то же время для моделирования высокоскоростных процессов развитие получили конечно-разностные схемы, использующие совместные лагранжево-эйлеровы подходы без привязки линий расчетной сетки к границам раздела контактирующих сред. Это схемы В.Ф. Ноха [33 с. 128],

Ф.Х. Харлоу [33, с. 316], метод «крупных частиц» О.М. Белоцерковского [35] и метод для течений неоднородной среды, предложенный С.М. Бахрахом, В.Ф. Спиридоновым, А.А. Шаниным [36]. Кроме них, являясь различными модификациями схемы С.К. Годунова [37], для решения взрывных задач получили распространение методы конечного объема FVM (finite volume methods), сочетающие возможности лагранжево-эйлеровых подходов [38]. К слабой стороне программных кодов на базе разностных схем относится первый порядок аппроксимации и обязательное введение искусственной вязкости в области ударных волн [36].

Наиболее широкое распространение для расчета импульсных процессов получила конечно-разностная схема С.К. Годунова и ее многочисленные модификации [37]. Оригинальная схема С.К. Годунова основана на точном решении задачи распада разрыва, монотонна и допускает использование лагранжевых, лагранжево-эйлеровых и эйлеровых подходов при моделировании быстропротекающих высокоскоростных процессов. Использование решения задачи распада разрыва дает возможность выделять ударные фронты и контактные разрывы, привязав к ним расчетные сетки. Данная разновидность конечно-разностных схем была расширена на моделирование различных физических процессов и выделена в отдельный класс схем конечного объема (FVM). Но из-за первого порядка аппроксимации в оригинальной схеме Годунова имеет место нерегулируемая схемная вязкость, что является очевидным недостатком. Распределение параметров в расчетных ячейках в оригинальной схеме Годунова кусочно-постоянное. Для задач высокоскоростного нагружения достаточно распространены модификации схемы Годунова, которые используют разные способы распределения параметров, в основном добавляются дополнительные ячейки, тем самым увеличивается расчетный шаблон, что позволяет редактировать параметры на границе расчетной ячейки, участвующей в задаче распада разрыва. В некоторых известных пакетах программ для задач импульсного нагружения используется схема Ван Лира [39], но работа с данной модификацией ощутимо затруднена из-за проблем при использовании неструктурированных разностных сеток и реализации граничных условий, так как в трехмерном случае дополненный разностный шаблон приобретает вид 5*5*5.

В трудах [40; 41] был предложен монотонный в области разрывных решений, допускающий использование лагранжевых и лагранжево-эйлеровых подходов метод повышения точности схемы С.К. Годунова, без увеличения стандартного разностного шаблона 3*3*3. Повышение аппроксимации до второго порядка достигается на неувеличенном шаблоне за счет сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач на неравномерной подвижной сетке, включая границу расчетной области. При подготовке параметров для решения задачи распада разрыва необходимы изменения только на шаге предиктор. Однако для достижения монотонности на разрывных решениях на шаге предиктор осуществляется переход к задаче распада разрыва оригинальной схемы Годунова первого порядка. Данная методика реализована в разработанном авторском коде и применяется для решения нижеописанной задачи.

## Постановка задачи

Рассматривался участок трубопровода (рис. 1), начало координат находится на оси $Z$ в середине трубы, внешний радиус $R$ = 58,85 см, внутренние диаметр и толщина стальной трубы соответственно 115 и 2,7 см, толщина бетонного покрытия (БП) 10 см, параметры взяты из [5]. Предполагается, что нижняя часть трубопровода находится над жестким дном на высоте 19,8 см (ось трубопровода проходит на высоте 90 см от дна). Центр области инициации импульсного возмущения находится на высоте 65 см от жесткого дна, диаметром 0,5 м и массой 123 кг, при этом расположен на расстоянии 130 см от центра трубопровода. Размеры расчетной области 290×200×600 см, длина подводного трубопровода 6 м. На внешних границах расчетной области поставлены искусственные условия продолжения потока [8]. Эти условия выполняются присвоением граничным значениям параметров потоков из внутренних ячеек. Давление во всех средах и внутри трубопровода в начальный момент времени полагалось равным 0,1 МПа.

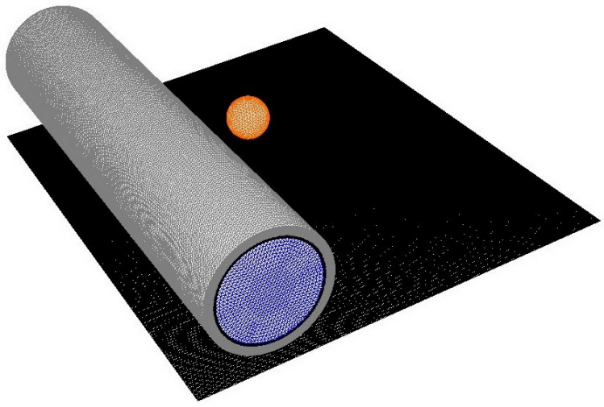


Рис. 1. Фрагмент расчетной области

Fig. 1. Fragment of the calculation area

На рис. 1 изображен фрагмент расчетной области, решаемой задачи, включая оболочки подводного трубопровода, область начальной инициации импульсного возмущения, поверхность жесткого дна, а также внешнюю (для лучшей визуализации на схеме расчетной области не выделена) и внутреннюю жидкость подводного трубопровода.

На рис. 2 приведены поверхностные сетки с размером ячеек регулярной сетки для деформируемой стальной стенки 0,5 см, для бетонного покрытия – 2 см, для внутренней и внешней жидкости – 3 см, для начальной области инициации импульсного возмущения – 2 см. В расчете использовалось порядка 14,5 млн ячеек.

Данная сетка была выбрана после проведения предварительных расчетов при оценке влияния действий прямых, преломленных и отраженных ударных волн на подводный трубопровод, заполненный жидкостью. Характеристики подводного трубопровода взяты из [5]. Для описания процессов в плотных сжимаемых средах (сталь, бетон) применяется баротропное уравнение состояния (УРС) вида $p = p(\rho)$, связывающее давление $p$ и плотность среды $\rho$, позволяющее избежать интегрирования уравнения сохранения энергии. Критерием перехода из упругого напряженно-деформированного состояния в пластическое является условие текучести Мизеса: $J_2 = 0{,}5 S_{ij} S_{ij} \geq (1/3)\sigma_T^{\,2}$, где $J_2$ – второй инвариант девиатора тензора напряжений $S_{ij}$, $\sigma_T$ – предел текучести. Для описания процессов упругопластического деформирования сред применяется теория пластического течения Прандтля — Рейса. Для контактируемых твердых тел предполагается идеальная пластичность. Для жидкости используется уравнение состояния в форме Тета $\varepsilon = \dfrac{p + B_0}{(\gamma - 1)\rho} - \dfrac{c_0^2}{\gamma - 1}$, где $\varepsilon$ – внутренняя энергия единицы массы, $\gamma$ – показатель адиабаты, $B_0$, $c_0$ – некоторые константы, $B_0 = 304{,}5$ МПа, $c_0 = 1450$ м/с. Из [5] для внутренней и внешней жидкости принято $\gamma = 7{,}15$.

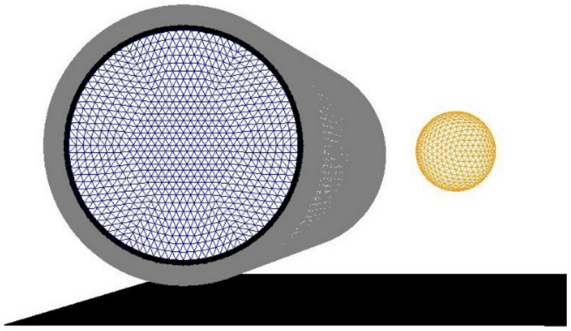


Рис. 2. Поверхностные сетки

Fig. 2. Surface grids

Зависимость показателя адиабаты $\gamma$ от $\rho$ для продуктов детонации принимается в виде:

$$\gamma(\rho) = \frac{\rho_0/\rho R_1 A \exp(-R_1\rho_0/\rho) + R_2\rho_0/\rho\, B \exp(-R_2\rho_0/\rho) + C(1+\omega)(\rho/\rho_0)^{1+\omega}}{A\exp(-R_1\rho_0/\rho) + B\exp(-R_2\rho_0/\rho) + C(\rho/\rho_0)^{1+\omega}},$$

полученной с использованием УРС идеального газа и УРС типа JWL.

Расчеты проводились до времени 1,6 мс на вычислительной машине i9-13900K на 24 ядрах, что соответствует завершению действия основной импульсной нагрузки. Расчет импульсного нагружения и реакции подводного трубопровода, заполненного жидкостью, в течение 1,6 мс занял 53 ч физического времени. Возмущение, вызванное ударной волной, распространяется по расчетной области и поочередно нагружает бетонное покрытие, стальную стенку, после чего оно переходит на внутреннюю жидкость подводного трубопровода, а также отражается от жесткого дна, и воздействие продолжается. Наблюдается сложная нелинейная трехмерная картина взаимодействия волн.

На рис. 3 в сечении $Z$=0 в моменты времени 0,51; 0,73; и 1,23 мс показано движение ударной волны от области инициации импульсного нагружения и ее распространение по внешней жидкости до взаимодействия с деформируемыми стенками подводного трубопровода и далее движение по заполненной жидкостью внутренней полости трубопровода, как поперёк, так и вдоль него. Здесь и далее визуализация распределения давлений в каждой подобласти выбрана в разных масштабах для лучшего отображения. Красным цветом отмечены области более высокого давления, синим – области низкого давления. Наблюдается отражение ударной волны от жесткого дна и ее последующее распространение по расчетной области, включая область подводного трубопровода. К моменту времени 1,23 мс размер области, занятой газообразными продуктами взрыва, существенно увеличивается, область становится соизмеримой с размером сечения подводного трубопровода.

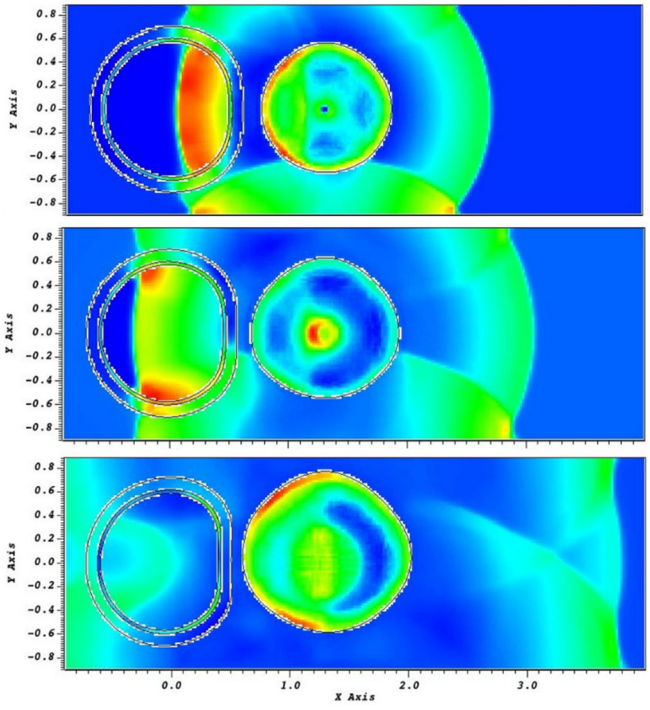



Рис. 3. Взаимодействие ударной волны с конструкцией подводного трубопровода, заполненного жидкостью, в центральном сечении $Z$=0 в моменты времени: 0,51; 0,73; 1,23 мс

Fig. 3. Interaction of a shock wave with the structure of an underwater pipeline filled with liquid in the central section $Z$=0 at the moments of time: 0.51; 0.73; 1.23 ms

На рис. 4 в поперечном сечении $Y$=0 в моменты времени 0,278; 0,904; 1,413 мс отображены этапы поперечного распространения ударной волны по внешней жидкости, по подводному трубопроводу и далее по

внутренней полости трубопровода, заполненной жидкостью. Наблюдается отражение ударной волны от противоположной стенки трубопровода к моменту времени 0,904 мс и далее движение отраженной волны вдоль трубопровода.

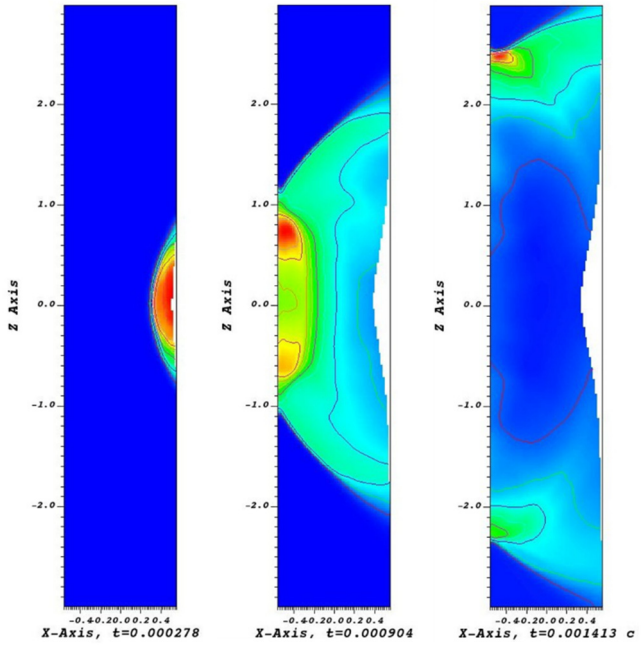



Рис. 4. Взаимодействие ударной волны с конструкцией подводного трубопровода, заполненного жидкостью, в сечении по длине трубопровода (*Y*=0) в моменты времени: 0,278; 0,904; 1,413 мс

Fig. 4. Interaction of a shock wave with the structure of an underwater pipeline filled with liquid in the cross-section along the length of the pipeline (*Y*=0) at the moments of time: 0.278; 0.904; 1.413 ms

На рис. 5 показаны зависимости скорости по оси *X* от времени для двух состояний подводного трубопровода – с внутренней жидкостью и без нее. Стоит отметить характерное поведение скорости в период времени с 0,7 до 0,9 мс, вызванное противодействием внутренней жидкости внешнему возмущению. В то же время максимальные значения скорости близки для трубопровода без внутренней жидкости и с ней.

На рис. 6 показана зависимость давления от времени в точке ближайшей к области инициации импульсного возмущения на внутренней поверхности трубопровода с внутренней жидкостью, а также показана зависимость давления от времени в точке ближайшей к области инициации импульсного возмущения на внешней поверхности трубопровода: кривая (*2*) с внутренней жидкостью, кривая (*3*) для трубопровода без внутренней жидкости.

На рис. 7 приведены формы подводных трубопроводов с внутренней жидкостью и без нее в момент времени 1,52 мс. Наблюдаются заметно большие перемещения в трубопроводе без внутренней жидкости, нежели в трубопроводе с внутренней жидкостью, что подтверждает график на рис. 8.

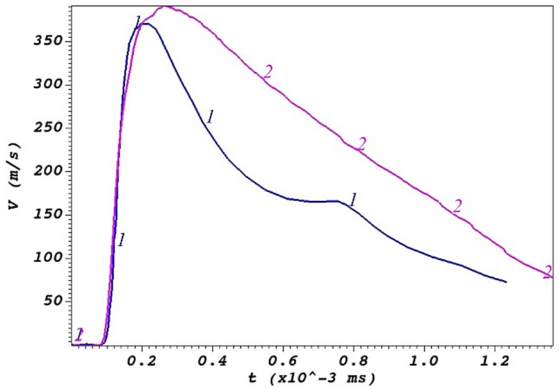



Рис. 5. Зависимости скорости по оси *X* от времени на внешней стенке подводного трубопровода в точке ближайшей к области инициации импульсного возмущения: *1* – трубопровод с внутренней жидкостью; *2* – без внутренней жидкости

Fig. 5. Dependences of the velocity along the *X* axis on time on the outer wall of the underwater pipeline at the point closest to the region of initiation of the pulse disturbance: *1* – pipeline with internal liquid; *2* – without internal liquid

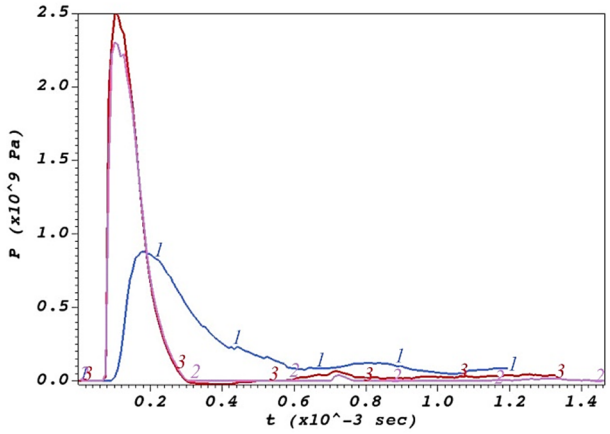


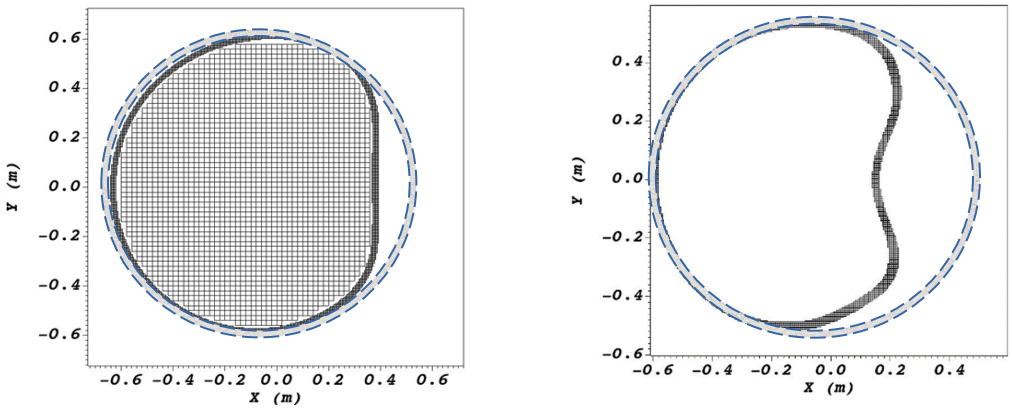

Рис. 6. Зависимость давления от времени для трубопровода, заполненного внутренней жидкостью: на внутренней поверхности стенки трубопровода (*1*); на внешней поверхности стенки трубопровода для двух случаев – с внутренней жидкостью (*2*) и без нее (*3*)

Fig. 6. Pressure versus time for a pipeline filled with internal liquid: on the internal surface of the pipeline wall (*1*); on the external surface of the pipeline wall for two cases – with internal liquid (*2*) and without it (*3*)

Рисунки 9, 10 иллюстрируют влияние жесткого дна на внешние нагрузки и на скорости движения по трубопроводу.

## Заключение

Приведено решение трехмерной задачи нелинейного взаимодействия подводного трубопровода, содержащего внутреннюю жидкость, с ударными волнами в окружающей жидкости от внешнего импульсного возмущения.




*a* *b*

Рис. 7. Форма поперечного сечения ($Z$=0) подводного трубопровода при $t$=1,52 мс: *a* – для трубопровода с внутренней жидкостью; *b* – для трубопровода без внутренней жидкости

Fig. 7. The cross-sectional shape ($Z$=0) of an underwater pipeline at $t$=1.52 ms: *a* – for a pipeline with internal liquid; *b* – for a pipeline without internal liquid

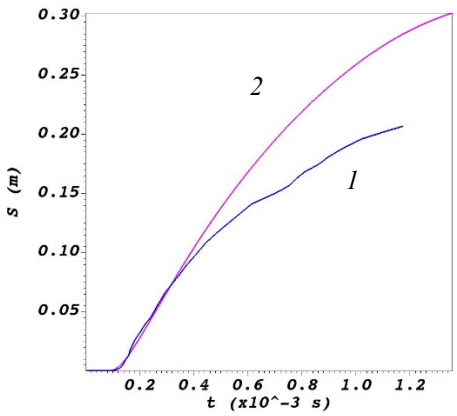



Рис. 8 Перемещения лобовой точки стенки подводного трубопровода в зависимости от времени: *1* – трубопровод с внутренней жидкостью; *2* – без внутренней жидкости

Fig. 8. Displacements of the frontal point of the wall of an underwater pipeline depending on time: *1* – pipeline with internal liquid; *2* – without internal liquid

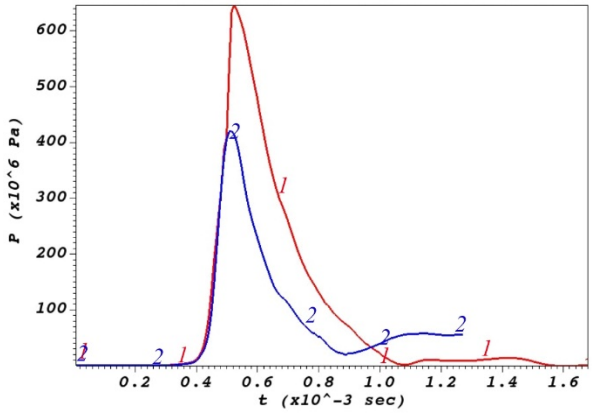



Рис. 9. Влияние дна. Давление со стороны внешней жидкости: *1* – нижняя точка трубопровода, *2* – верхняя точка трубопровода

Fig. 9. Effect of the bottom. Pressure from the external liquid: *1* – lower point of the pipeline, *2* – upper point of the pipeline

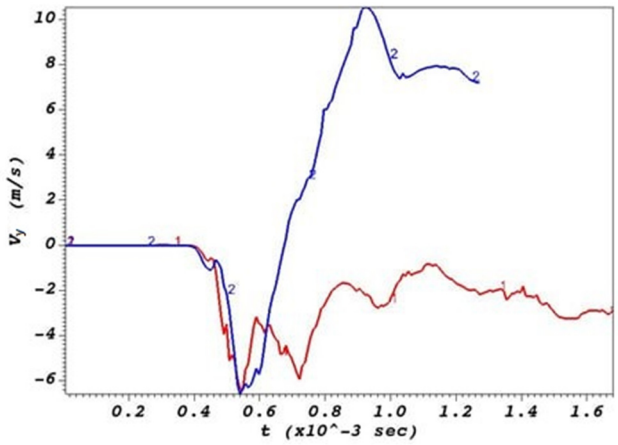



Рис. 10. Влияние дна. Скорости по оси $Y$ со стороны внешней жидкости: *1* – нижняя точка трубы, *2* – верхняя точка трубы

Fig. 10. Effect of the bottom. Velocities along the $Y$ axis from the external liquid side: *1* – lower point of the pipe, *2* – upper point of the pipe

Внутренняя жидкость снижает уровень внешних нагрузок и уменьшает формоизменение конструкции подводного трубопровода. Это связано с демпфирующим эффектом внутренней жидкости подводного трубопровода. В результате внутренняя жидкость не только снижает локальные напряжения, но и минимизирует риск разрушения стенок подводного трубопровода, это указывает на важность учета ее влияния при проектировании подводных трубопроводов.

Проанализировано влияние донной поверхности на поведение трубопровода с жидкостью при импульсной нагрузке. Наблюдается перераспределение всех параметров взаимодействия: давления на стенки подводного трубопровода, его скорости движения и перемещений трубопровода. Влияние донной поверхности является существенным фактором при малых значениях расстояния между поверхностью двухслойного подводного трубопровода и дна, который необходимо учитывать при решении подобных задач.

Показано, что при выбранных параметрах начальной области инициации возмущения в результате импульсного воздействия ударных волн на конструкцию подводного трубопровода возможно его разрушение в местах значительного изгиба.

Разработанная численная методика позволяет успешно решать трехмерные нелинейные задачи импульсного взаимодействия деформируемых твердых тел с жидкостью.

## Библиографический список


1. Оценка параметров ударных волн при разрушении морских и сухопутных участков магистральных газопроводов / С.И. Сумской, С.Х. Зайнетдинов, А.С. Софьин, М.В. Лисанов, А.А. Агапов // НТС. Вестник газовой науки. – 2020. – № 3(45). – С. 72–79.
2. Замышляев, Б.В. Динамические нагрузки при подводном взрыве / Б.В. Замышляев, Ю.С. Яковлев. – Л.: Судостроение, 1967. – 387 с.
3. Explosion Hazards and Evaluation / W.E. Baker, P.A. Cox, P.S. Westine, J. Kulesz, R.A. Strehlow. Elsevier Scientific Publishing Company Amsterdam – Oxford – New York, 1983. – 840 p.
4. Surov, V.S. Modeling of the interaction of an underwater shock wave and an obstacle in the presence of a bubble screen / V.S. Surov // J. Eng. Phys. Thermophys. – 89. – 2016. – No. 1. – P. 90–99.
5. Моделирование процесса деформирования подводного газопровода под действием взрывной нагрузки / М.Х. Абузяров, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, М.А. Кочетков // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2024. – № 2. – С. 97–104. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.103
6. Абузяров, К.М. Метод распада разрывов в трехмерной динамике упругопластических сред / К.М. Абузяров // Проблемы прочности и пластичности. – 2020. – Т. 82, № 3. – С. 5–17.
7. Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высокоскоростных газовых струй с упругопластическими преградами / М.Х. Абузяров, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, С.В. Крылов // ВАНТ. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2021. – Вып. 4. – С. 24–40.
8. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
9. Wilkins, M.L. Calculation of elastic-plastic flow, in Methods in Computational physics / M.L. Wilkins; edited by B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenbeg. – Academic, New York, 1964. – Vol. 3. – 211 p.
10. Kukudzhanov, V.N. Decomposition method for elastoplastic equations / V.N. Kukudzhanov // Mechanics of Solids. – 2004. – 1. – С. 73–80.
11. Численное решение трехмерных задач ударного взаимодействия упругопластических тел в эйлеровых переменных на базе модифицированной схемы Годунова / М.Х. Абузяров, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, А.А. Лисицын, И.А. Модин // ВАНТ. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2023. – Вып. 3. – С. 16–29.
12. Применение схемы Годунова для решения трехмерных задач высокоскоростного взаимодействия упругопластических тел / К.М. Абузяров, М.Х. Абузяров, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, А.А. Лисицын, И.А. Модин // Математическое моделирование. – 2023. – Т. 35, № 8. – С. 97–115.
13. Ляхов, Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / Г.М. Ляхов. – М.: Наука, 1982. – 286 с.
14. Abouziarov, M. An application of conservative scheme to structure problems / M. Abouziarov, H. Aiso, T. Takahashi // Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics. – 2004. – № 1353. – P. 192–201.
15. Abouziarov, M.X. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) / M.X. Abouziarov, H. Aiso // Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Appli-cations. Tenth International Conference in Osaka. September 2004, Copiright 2006 by Yokohama Publishers, Inc. – P. 223–230.
16. Miller, G.H. A high-order Eulerian Godunov method for elastic-plastic flow in solids / G.H. Miller, P. Colella // J. Comput. Phys. – 2001. – Vol. 167. – P. 131–176.
17. High order ADERschemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: viscous heat-conducting fluids and elastic solids / M. Dumbser, I. Peshkov, E. Romenski, O. Zanotti // J. Comput. Phys. – 2016. – Vol. 314. – P. 824–862.
18. Wallis, T. A flux-enriched Godunov method for multimaterial problems with interface slide and void opening / T. Wallis, Ph.T. Barton, N. Nikiforakis // Journal of Computational Physics. – 2021. – Vol. 442. – P. 110499.
19. Exact and approximate solutions of Riemann problems in non-linear elasticity / P.T. Barton, D. Drikakis, E. Romenski, V.A. Titarev // J. Comput. Phys. – 2009. – Vol. 228. – P. 7046–7068.
20. Michael, L. A multi-physics methodology for the simulation of reactive flow and elastoplastic structural response / L. Michael, N. Nikiforakis // J. Comput. Phys. – 2018. – Vol. 367. – P. 1–27.
21. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 688 с.
22. Mader, C.L. Numerical modeling of detonations / C.L. Mader. – University of California Press, Berkeley, CA., 1979. – 485 p.
23. Методы численного моделирования детонации и горения ВВ в эйлеровых газодинамических расчетах / Ю.В. Янилкин, И.И. Карпенко, Е.С. Гаврилова, Л.И. Дегтяренко, Е.А. Маврина, О.О. Топорова // ВАНТ. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2011. – Вып. 3. – С. 16–28.
24. Численное моделирование трехмерных процессов разгона упругопластических тел взрывом / К.М. Абузяров, М.Х. Абу-

зяров, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, Е.Е. Маслов, В.И. Романов // Проблемы прочности и пластичности. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2018. – Вып. 80. – № 2. – С. 255–266.

25. Физика взрыва: в 2 т. / под ред. Л.П. Орленко. – 3-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – Т. 2. – 488 с.

26. Study on JWL equation of state for the numerical simulation of near-field and far-field effects in underwater explosion scenario / S. Koli [et al.] // Engineering Science and Technology, an International Journal. – 2020. − Vol. 23, no. 4. – P. 758–768.

27. A numerical method for double-plated structure completely filled with liquid subjected to underwater explosion / G.-z. Liu, J.-h. Liu, J. Wang [et al.] // Mar. Struct. – 2017. – Vol. 53. – P. 164–180.

28. Numerical investigation of the dynamic response of CWC structures subjected to underwater explosion loading / F. Gao, C. Ji, Y. Long [et al.] // Ocean Eng. – 2020. – Vol. 203. – P. 107214.

29. Fan, Z. Blast resistance of metallic sandwich panels subjected to proximity underwater explosion / Z. Fan, Y. Liu, P. Xu // Int. J. Impact Eng. – 2016. – Vol. 93. – P. 128–135.

30. Praba, R.P.S. Numerical investigations on the large deformation behaviour of ring stiffened cylindrical shell subjected to underwater explosion / R.P.S. Praba, K. Ramajeyathilagam // Appl. Ocean Res. – 2020. – Vol. 101. – P. 102262.

31. Чушкин, П.И. Численные решения задач о взрыве в газе / П.И. Чушкин, Л.В. Шуршалов // Итоги науки и техн. Серия: Мех. жидк. и газа. – М.: ВИНИТИ, 1981. – Т. 16. – С. 3–75.

32. Прикладная механика сплошных сред // А.В. Бабкин, В.И. Колпаков, В.Н. Охитин, В.В. Селиванов / Численные методы в задачах физики быстропротекающих процессов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – Т. 3. – С. 521.

33. Уилкинс, М.Л. Расчет упругопластических течений / М.Л. Уилкинс // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.

34. Руденко, В.В. Программный комплекс master professional – интегрированная среда визуального компьютерного моделирования процессов физики сплошных сред / В.В. Руденко, М.В. Шабуров, Е.Е. Мешков // Научная сессия МИФИ. – 2009. – Т. 1. – С. 8.

35. Белоцерковский, О.М. Нестационарный метод «крупных частиц» для газодинамических расчетов / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов // Журн. Вычисл. Математики и мат. Физики. – 1971. – Т. 11, № 1. – С. 182–207.

36. Бахрах, С.М. Метод расчета газодинамических течений неоднородной среды в лагранжево-эйлеровых переменных / С.М. Бахрах, В.Ф. Спиридонов, А.А. Шанин // ДАН. – 1984. – Т. 276, № 4. – С. 829–833.

37. Годунов, С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики / С.К. Годунов // Матем. сб. – 1959. – Т. 47(89):3. – С. 271–306.

38. Численное решение многомерных задач газовой динамики / под ред. С.К. Годунова. – М.: Наука, 1976.

39. Van Leer, B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V. A Second Order Sequel to Godunov's Method / B. Van Leer // J. Comput. Phys. – 1979. V. 32. P. 101–136.

40. Абузяров, М.Х. О новом эффективном подходе к повышению точности схемы Годунова / М.Х. Абузяров, В.Г. Баженов, А.В. Кочетков // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: всес. межвуз. сб. – Горький, 1987. – С. 43–49.

41. Абузяров, М.Х. О монотонизации схемы Годунова второго порядка точности введением схемной вязкости / М.Х. Абузяров, В.Г. Баженов, А.В. Кочетков // ППППП. Исследование и оптимизация конструкций: всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Изд-во ГГУ, 1987. – С. 85–90.

## References

1. S.I. Sumskoy, S.Kh. Zaynetdinov, A.S. Sofin, M.V. Lisanov, A.A. Agapov // Otsenka parametrov udarnykh voln pri razrushenii morskikh i sukhoputnykh uchastkov magistralnykh gazoprovodov [Estimation of parameters of shock waves during the destruction of offshore and onshore sections of main gas pipelines]. NTS. Vestnik gazovoy nauki [NTS. Bulletin of Gas Science]. 2020. No3(45). P. 72-79. (In Russian).

2. Zamyshlyaev B.V., Yakovlev Yu.S. Dinamicheskie nagruzki pri podvodnom vzryve. [Dynamic loads during an underwater explosion]. Leningrad. Shipbuilding. 1967. 387 p. (In Russian).

3. Explosion Hazards and Evaluation / W. E. Baker, P. A. Cox, P. S. Westine, J. Kulesz, R. A. Strehlow. Elsevier Scientific Publishing Company Amsterdam – Oxford – New York 1983. p 840.

4. V. S. Surov, Modeling of the interaction of an underwater shock wave and an obstacle in the presence of a bubble screen, J. Eng. Phys. Thermophys., 89. No 1. 90–99 (2016).

5. M.H. Abuzyarov, E.G. Glazova, A.V. Kochetkov, M.A. Kochetkov. Modeling of the process of deformation of the underwater gas pipeline under the action of explosive load // Vestnik of PNIPU. Mechanics, 2024, No.2, P.97-104. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.103

6. K.M. Abuzyarov Metod raspada razryvov v trekhmernoy dinamike uprugoplasticheskikh sred [The method of decomposition of gaps in the three-dimensional dynamics of elastoplastic media]. Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and plasticity]. 2020. Vol.82 No 3. P. 5-17. (In Russian).

7. M.Kh. Abuziarov, E.G. Glazova, A.V. Kochetkov, S.V. Krylov. Chislennaya metodika resheniya trekhmernykh zadach vzaimodeystviya vysokoskorostnykh gazovykh struy s uprugoplasticheskimi pregradami [Numerical method for solving three-dimensional problems of interaction of high-speed gas jets with elastoplastic barriers]. Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya:. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes]. 2021. No.4. P.24-40. (In Russian).

8. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P.. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics].– Moscow. Nauka Publ. 1976. 400 p. (In Russian).

9. M.L. Wilkins, Calculation of elastic-plastic flow, in Methods in Computational physics, edited by B.Alder, S.Fernbach, and M. Rotenbeg (Academic, New York, 1964), Vol.3.p 211

10. V.N. Kukudzhanov, Decomposition method for elastoplastic equations, Mechanics of Solids. 1. 73–80. 2004.

11. M.Kh. Abuziarov, E.G. Glazova, A.V. Kochetkov, S.V. Krylov, Lisitsyn A.A., Modin I.A. Chislennoe reshenie trekhmernykh zadach udarnogo vzaimodeystviya uprugoplasticheskikh tel v eylerovykh peremennykh na baze modifitsirovannoy skhemy Godunova[Numerical solution of three-dimensional problems of impact interaction of elastoplastic bodies in Euler variables based on the modified Godunov scheme]. Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya:. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes]. 2023. No.3. P.16-29. (In Russian).

12. K.M. Abuzyarov, M.Kh. Abuziarov, A.V. Kochetkov, S.V. Krylov, A.A. Lisitsyn, I.A. Modin. Primenenie skhemy Godunova dlya resheniya trekhmernykh zadach vysokoskorostnogo vzaimodeystviya uprugoplasticheskikh tel. [Application of the Godunov scheme to solve three-dimensional problems of high-speed interactions of elastic-plastic bodies]. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical models and computer simulations]. 2023. Vol. 35. No 8. P.97–115. (In Russian).

13. Lyakhov G.M. Volny v gruntakh i poristykh mnogokomponentnykh sredakh [Waves in soils and porous multicomponent media]. Moscow. Nauka Publ. 1982. 286 p. (In Russian).

14. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems // Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics. – 2004. – № 1353. – P. 192-201

16. Abouziarov M.X., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows).//Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Appli-cations. Tenth International Conference in Osaka. September 2004, Copiright 2006 by Yokohama Publishers, Inc. – P. 223-230.

17. Miller G.H., Colella P. A high-order Eulerian Godunov method for elastic-plastic flow in solids, J. Comput. Phys. – 2001. – 167. – P. 131–176.

18. Dumbser M., Peshkov I., Romenski E., Zanotti O. High order ADERschemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: viscous heat-conducting fluids and elastic solids, J. Comput. Phys. – 2016. – 314. – P. 824–862.

19. Wallis Tim, T.Barton Philip, Nikiforakis Nikolaos A flux-enriched Godunov method for multi-material problems with interface slide and void opening, Journal of Computational Physics. – 2021. – 442. – P. 110499

20. Barton P.T., Drikakis D., Romenski E., Titarev V.A. Exact and approximate solutions of Riemann problems in non-linear elasticity, J. Comput. Phys. – 2009. – 228. – P. 7046–7068.

21. Michael L., Nikiforakis N. A multi-physics methodology for the simulation of reactive flow and elastoplastic structural response, J.Comput.Phys. – 2018. – 367. – P.1–27.

22. Zeldovich Ya.B., Rayzer Yu.P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow. Nauka Publ. 1966. 688c. (In Russian).

23. Mader C.L. Numerical modeling of detonations, University of California Press, Berkeley, CA. 1979. p 485.

24. Yu. V. Yanilkin, I. I. Karpenko, E. S. Gavrilova, L. I. Degtyarenko, E. A. Mavrina, O. O.Toporova. Metody chislennogo modelirovaniya detonatsii i goreniya VV v eylerovykh gazodinamicheskikh raschetakh [Methods for numerical modeling of detonation and combustion of explosives in Eulerian gas-dynamic calculations]. Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya:. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes]. 2011. No.3. P.16-28. (In Russian).

25. K.M. Abuzyarov, M.Kh. Abuzyarov, E.G. Glazova, A.V. Kochetkov, S.V. Krylov, E.E. Maslov, V.I. Romanov. Chislennoe modelirovanie trekhmernykh protsessov razgona uprugoplasticheskikh tel vzryvom [Numerically modeling 3D processes of explosive accelerationof elastoplastic bodies]. Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and plasticity]. 2018. Vol.80 No 2. P. 255-266. (In Russian).

26. Fizika vzryva: v 2 t. pod red. L. P. Orlenko. Izd. 3-e, ispr. [Physics of explosion: in 2 volumes ed. L. P. Orlenko, correct]. Moscow. Physmatlit, 2004. Vol.2. 488 P. (In Russian).

27. Koli S. et al. Study on JWL equation of state for the numerical simulation of near-field and far-field effects in underwater explosion scenario //Engineering Science and Technology, an International Journal. 2020. T. 23. №. 4. C. 758-768.

28. G.-z. Liu, J.-h. Liu, J. Wang et al., “A numerical method for double-plated structure completely filled with liquid subjected to underwater explosion,” Mar. Struct. 53, 164–180 (2017).

29. F. Gao, C. Ji, Y. Long et al., “Numerical investigation of the dynamic response of CWC structures subjected to underwater explosion loading,” Ocean Eng. 203, 107214 (2020).

30. Z. Fan, Y. Liu, and P. Xu, “Blast resistance of metallic sandwich panels subjected to proximity underwater explosion,” Int. J. Impact Eng. 93, 128–135 (2016).

31. R. P. S. Praba and K. Ramajeyathilagam, “Numerical investigations on the large deformation behaviour of ring stiffened cylindrical shell subjected to underwater explosion,” Appl. Ocean Res. 101, 102262 (2020).

32. Chushkin P.I., Shurshalov L.V. Numerical solutions to problems of explosion in gas. In the book.: Results of science and technology Mechanics of liquid and gas series. Vol. 16, Moscow, VINITI, 1981, page.3-75

33. Babkin A.V., Kolpakov V.I., Okhitin V.N., Selivanov V.V. Applied continuum mechanics, Volume 3, Numerical methods in problems of physics of fast-flowing processes. 2006, Moscow Publishing House of the Bauman Moscow State Technical University, 2006, page.521.

34. Wilkins M.L. Calculation of elastoplastic flows // Computational methods in hydrodynamics / M.: Mir, 1967. page. 212-263.

35. V.V. Rudenko, M.V. Shaburov, E.E. Meshkov The master professional software package is an integrated environment for visual computer modeling of continuum physics processes. Scientific session of MEPhI-2009. Volume 1, page 8.

36. Belotserkovsky O.M., Davydov Yu.M. Nonstationary method of "large particles" for gas dynamic calculations. – Journal. Calculation. Mathematics and math. Physics, 1971, 11, No. 1, pp. 182-207.

37. Bakhrakh S.M., Spiridonov V.F., Shanin A.A. A method for calculating gas-dynamic flows of an inhomogeneous medium in Lagrangian-Eulerian variables.//DAN, 1984, vol. 276, No. 4, pp.829-833.

38. Godunov S.K. “Difference method of numerical calculation of discontinuous solutions of equations of hydrodynamics”, Mathematical collection., 47(89):3 (1959), 271-306.

39. Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics / Edited by S.K. Godunov, Moscow: Nauka Publ., 1976.

40. Van Leer, B. "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V. A Second Order Sequel to Godunov's Method". J. Comput. Phys. 1979. V.32.P. 101–136.

41. Abuzyarov M.Kh., Bazhenov V.G., Kochetkov A.V. On a new effective approach to improving the accuracy of the Godunov scheme // Applied problems of strength and plasticity. Methods of solution. Everywhere. inter-university.Gorky Collection. 1987. pp.43-49.

42. Abuzyarov M.Kh., Bazhenov V.G., Kochetkov A.V. On the monotonization of the Godunov scheme of the second order of accuracy by introducing circuit viscosity. Research and optimization of structures: Vsesoyuz. Interuniversity collection / Gorky: Publishing House of the Moscow State University. 1987. pp. 85-90.

**Благодарность.** Автор выражает благодарность сотрудникам НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобавчевского в.н.с. М.Х. Абузярову и с.н.с. Е.Г. Глазовой за помощь в обработке данных расчёта.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания (проект № FSWR 2023-0036).

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад автора** 100 %.

**Acknowledgments.** The author expresses gratitude to the staff of the Lobavchevsky Research Institute of Microbiology and Microbiology of the Nizhny Novgorod State University, leading researcher M.Kh. Abuzyarov and senior researcher E.G. Glazova for their assistance in processing the calculation data.

**Funding.** The work was carried out with the financial support of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the state assignment (project No. FSWR 2023-0036).

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

**The contribution of the author** is 100 %.