Майер, А.Е. Моделирование структуры ударных волн в отожженном и деформированном титане на основе дислокационно-релаксационной модели пластичности / А.Е. Майер, П.Н. Майер. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.5.06 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 5. – С. 69–80.

Perm Polytech Style: Mayer A.E., Mayer P.N. Modeling of shock wave structure in annealed and deformed titanium based on dislocation-relaxation model of plasticity. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 5, pp. 69-80. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.5.06

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 5, 2025
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.5.06
УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ УДАРНЫХ ВОЛН В ОТОЖЖЕННОМ И ДЕФОРМИРОВАННОМ ТИТАНЕ НА ОСНОВЕ ДИСЛОКАЦИОННО-РЕЛАКСАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПЛАСТИЧНОСТИ

А.Е. Майер, П.Н. Майер

Челябинский государственный университет, Челябинск, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 19 августа 2025 г.
Одобрена: 04 сентября 2025 г.
Принята к публикации:
25 сентября 2025 г.

Ключевые слова:

титан, динамическая деформация, ударные волны, упругий предвестник, зуб текучести, предварительная деформация, время релаксации, предел текучести, плотность дислокаций, дислокационно-релаксационная модель пластичности.

АННОТАЦИЯ

Предложена и параметризована дислокационно-релаксационная модель динамической пластической деформации технически чистого титана. Разработка и параметризация модели проведены на основе анализа экспериментальных данных Канеля и др. по ударно-волновому нагружению отожженных и предварительно деформированных образцов.

Скорость пластической деформации описывается модифицированной моделью Максвелла с двумя параметрами – временем релаксации и статическим пределом текучести. Для предварительно деформированных образцов структура фронта ударной волны хорошо описывается в приближении постоянных значений этих параметров, что соответствует выводу экспериментальной работы Канеля и др. о выходе плотности дефектов на насыщение уже при деформации 0,6 %.

В общем случае для описания как отожженных, так и предварительно деформированных образцов учитывается обратная пропорциональность времени релаксации и плотности дислокаций, а также рост статического предела текучести пропорционально квадратному корню из плотности дислокаций (закон упрочнения Тейлора). Модель замыкается кинетическим уравнением для полной плотности дислокаций, которое учитывает их размножение и аннигиляцию/сток на дефекты (границы зерен). В случае отожженных образцов наличие пика на фронте упругого предвестника (динамического аналога зуба текучести) объясняется резким повышением плотности дислокаций и, как следствие, увеличением скорости пластической релаксации за фронтом предвестника.

Разработанная модель может использоваться при численном моделировании процессов высокоскоростной резки и лазерной ударной проковки как современных технологий обработки металлов.

© **Майер Александр Евгеньевич** – д. ф.-м. наук, доцент, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, e-mail: mayer@csu.ru.
Майер Полина Николаевна – к. ф.-м. н., доцент кафедры общей и теоретической физики, e-mail: polina.nik@mail.ru.

Alexander E. Mayer – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of General and Applied Physics, e-mail: mayer@csu.ru.
Polina N. Mayer – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of General and Theoretical Physics, e-mail: polina.nik@mail.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

MODELING OF SHOCK WAVE STRUCTURE IN ANNEALED AND DEFORMED TITANIUM BASED ON DISLOCATION-RELAXATION MODEL OF PLASTICITY

A.E. Mayer, P.N. Mayer

Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 19 August 2025
Approved: 04 September 2025
Accepted for publication:
25 September 2025

Keywords:

titanium, dynamic deformation, shock waves, elastic precursor, yield drop, preliminary deformation, relaxation time, yield strength, dislocation density, dislocation-relaxation model of plasticity.

ABSTRACT

In this paper, a dislocation-relaxation model of dynamic plastic deformation of commercially pure titanium is proposed and parameterized. The model was developed and parameterized based on the analysis of experimental data by Kanel et al. on the shock-wave loading of annealed and pre-deformed samples.

The rate of plastic deformation is described by a modified Maxwell model with two parameters, namely, the relaxation time and the static yield strength. For the pre-deformed samples, the structure of the shock wave front is well described in the approximation of constant values of these parameters, which corresponds to the conclusion of the experimental work by Kanel et al. on the defect density reaching saturation already at a deformation of 0.6%.

In the general case, to describe both annealed and pre-deformed samples, the inverse proportionality of the relaxation time and dislocation density is taken into account, as well as the increase in the static yield strength proportional to the square root of the dislocation density (the Taylor hardening law). The model is closed by a kinetics equation for the total density of dislocations; this equation takes into account the dislocation multiplication and annihilation/sinks on defects (grain boundaries). In the case of annealed samples, the presence of a peak at the front of the elastic precursor (a dynamic analogue of the yield drop) is explained by a sharp increase in the dislocation density and, as a consequence, an increase in the rate of plastic relaxation behind the precursor front.

The developed model can be used in numerical modeling of high-speed cutting and laser impact forging as modern metal processing technologies.

Введение

Развитие современных технологий термомеханической обработки металлов, включая высокоскоростное резание [1; 2] и лазерную ударную проковку [3–5], требует тщательной оптимизации параметров обработки. Большую роль в понимании процессов, происходящих в обрабатываемом материале, и в оптимизации параметров воздействия играет математическое моделирование динамической пластической деформации. В настоящее время в практических приложениях, в том числе при моделировании процессов резания [6; 7] и лазерной ударной проковки [8; 9], преобладают подходы, основанные на эмпирических моделях пластичности. Эмпирические модели, такие как модели Джонсона – Кука [10; 11], Штейнберга – Кохрана – Гинана [12], Зерилли – Армстронга [13; 14] и Престона – Тонкса – Уоллеса [15], аналитически связывают предел текучести со степенью и скоростью деформации, давая простое и достаточно точное описание кинематики пластического течения.

Среди эмпирических моделей наибольшее распространение получила модель Джонсона – Кука, которая реализована во всех коммерческих пакетах конечно-элементного моделирования. В частности, модель Джонсона – Кука использует большинство современных работ по моделированию процессов высокоскоростного резания [16–18] и лазерной ударной проковки [19–23]. Помимо очевидных преимуществ, связанных с простотой и эффективностью, модель Джонсона – Кука имеет ряд существенных недостатков, как и все эмпирические модели. Первый недостаток связан с узким диапазоном применимости параметров модели, в результате наблюдается существенный разброс параметров, определенных по разным наборам экспериментов [6]. Для смягчения этого недостатка в работе [6] параметры модели Джонсона – Кука подбираются отдельно для разных диапазонов угла наклона режущего инструмента. Подобранные в работе [24] для задачи лазерной ударной проковки значения параметров модели существенно отличаются от справочных данных, полученных на основе тестов Тейлора и экспериментов с разрезными стержнями Гопкинсона – Кольского, что обусловлено отличием скорости деформации на один-два порядка величины. Второй недостаток связан с тем, что микроструктура материала не учитывается при таком эмпирическом описании. Как следствие, для разных начальных микроструктурных состояний, таких как отожженный или деформированный металл, требуется отдельный набор коэффициентов. Кроме того, расчет изменения микроструктуры в процессе обработки также за рамками эмпирических моделей. Третий недостаток состоит в невозможности описывать такие релаксационные процессы, как зуб текучести и пик на фронте упругого предвестника [25], то есть повышение скорости пластической релаксации при развитии дефектной подсистемы материала.

В сравнении с эмпирическими моделями, дислокационные модели динамической пластичности [26–29] с явным описанием эволюции дефектной подсистемы материала являются хоть и более сложными, но одновременно более универсальным и точными. Они позволяют

учесть релаксационные процессы и начальную микроструктуру, а также оценить ее изменение в ходе динамической деформации. Так, модель дислокационной пластичности [30], параметризованная в [31] с использованием методов машинного обучения и результатов тестов Тейлора для твердой холоднокатаной меди, далее успешно применялась в [32] для моделирования распространения ударных волн при лазерной ударной проковке. Эта же модель успешно воспроизвела результаты экспериментов (тестов Тейлора) [33] с мягкой отожженной медью без перепараметризации, а лишь с заменой начальной плотности дислокаций на величину, характерную для отожженных металлов. Остаточные напряжения, являющиеся основным фактором упрочнения при лазерной ударной проковке [19; 34], зависят от деталей накопления пластической деформации в индуцированной лазерным облучением волне механических напряжений (слабой ударной волне), что предъявляет высокие требования к точности модели пластической деформации. Помимо остаточных напряжений, лазерный наклеп приводит к модификации структуры обрабатываемого металла, накоплению дислокаций и других дефектов, что возможно описать в рамках физически обоснованных дислокационных моделей пластичности. Все это обусловливает расширяющееся применение дислокационных моделей пластичности для описания процесса лазерной ударной проковки [35–37], что может быть полезно также для описания высокоскоростной резки металла.

Полные модели дислокационной пластичности предполагают расчет движения дислокаций и эволюции плотности дислокаций во всех системах скольжения кристалла с учетом различной ориентации систем скольжения в разных частях образца при моделировании поликристаллов. Такой расчет требует существенных вычислительных ресурсов и определения большого числа параметров, характеризующих динамику и кинетику дислокаций. Поэтому некоторое упрощение полных дислокационных моделей, сохраняющее их физическую обоснованность, целесообразно для более широкого внедрения в инженерную практику. В работе [38] установлена связь плотности дислокаций и параметра характерного времени релаксации, являющегося одним из двух основных параметров релаксационных моделей пластичности [39; 40]. Используя данный результат, в работе [41] предложена дислокационно-релаксационная модель пластичности. В этой модели скорость пластической деформации определяется временем релаксации и статическим пределом текучести, зависящих, в свою очередь, от плотностей подвижных и закрепленных дислокаций, для которых решаются кинетические уравнения. В [41] показано, что эволюция в ходе деформации плотности дислокаций и времени релаксации дает соответствующую экспериментальным данным [42] структуру фронта ударной волны в поликристалле алюминия, в частности способна объяснить пики на фронте упругого предвестника. Интерес представляет дальнейшее развитие данной модели в применении к другим материалам, таким как титан. Титан и его сплавы часто являются объектом лазерной ударной проковки [4; 5; 20–23; 43]. Помимо этого, интерес представляет проверка того, насколько корректно дислокационно-релаксационная модель способна учитывать исходную микроструктуру материала. В экспериментах по высокоскоростному соударению пластин показано, что небольшая деформация образцов качественно меняет структуру фронта ударной волны по сравнению с отожженными образцами для случая титана [44], меди [45] и монокристаллов молибдена [46]. Для отожженных образцов технически чистого титана за фронтом упругого предвестника наблюдается релаксация напряжений, в то время как для отожженных и предварительно деформированных до деформации 0,6 % образцов напряжения за фронтом предвестника монотонно растут [44]. При этом увеличение величины предварительно деформации с 0,6 до 5,5 % уже не меняет структуру фронта ударной волны, что говорит о насыщении плотности дефектов [44].

Таким образом, целью данной работы является разработка дислокационно-релаксационной модели динамической пластической деформации технически чистого титана на основе анализа экспериментальных данных [44] по ударно-волновому нагружению отожженных и предварительно деформированных образцов. Во втором разделе формулируется основная система уравнений, включая уравнение для скорости пластической релаксации на основе модели Максвелла [41]. В третьем разделе экспериментальные данные [44] численно анализируются в приближении постоянного времени релаксации и постоянного статического предела текучести. В четвертом разделе формулируются уравнения, связывающие время релаксации и предел текучести с плотностью дислокаций, а также предлагается упрощенная по сравнению с [41] модель кинетики дислокаций; результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными [44].

Основная система уравнений

Основой математической модели распространения ударной волны в металле являются законы сохранения [47], которые записываем в лагранжевой системе отсчета, т.е. через полные производные по времени, но в текущих координатах в следующем виде [32; 48]:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\frac{\partial v}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\frac{\partial}{\partial x}\left(-P + S_{xx} + \sigma'\right), \tag{2}$$

$$\rho\frac{dU}{dt} = \left(-P + \sigma'\right)\frac{\partial v}{\partial x} + \beta\frac{3}{2}S_{xx}\dot{w}_{xx}, \tag{3}$$

где x и v – декартова координата и скорость вдоль толщины образца, ρ – плотность вещества, U – часть

удельной внутренней энергии, связанная с изменением объема и температуры, но без учета изменения формы [48]. Как это принято при описании высокоскоростного соударения и ударных волн в твердых телах, полные напряжения представлены в виде суммы давления P и девиатора напряжений S_{xx} [49–52]. Для стабилизации численного решения при описании резких градиентов на фронте ударной волны в уравнения добавлена искусственно увеличенная вязкость σ' [53; 54] в форме физической вязкости, но с завышенным коэффициентом, как предложено и обоснованно в [48]. Последнее слагаемое в правой части уравнения (3) учитывает нагрев за счет пластической диссипации, где $\dot{w}_{xx}$ – скорость пластической деформации, $\beta = 0{,}9$ – коэффициент Тейлора – Квинни, который считаем постоянным. При записи этого слагаемого учтено, что в силу симметрии нагружения $S_{yy} = S_{zz} = -S_{xx}/2$ и $\dot{w}_{yy} = \dot{w}_{zz} = -\dot{w}_{xx}/2$, а остальные компоненты тензора девиаторов и тензора скоростей пластической деформации равны нулю. Помимо симметрии нагружения, данное приближение основывается на изотропности свойств поликристаллического титанового образца.

Для расчета давления используем уравнение состояния $P(\rho)$ в линейной по плотности форме (акустическое приближение):

$$P = c_b^2 \left(\rho - \rho_0\right), \tag{4}$$

где c_b – объемная скорость звука, ρ_0 – равновесная плотность. Температура оценивается из разности внутренней энергии U и холодной части энергии U_c:

$$T = T_0 + \frac{U - U_c}{C_V}, \quad U_c = \frac{P^2}{2\left(c_b \rho_0\right)^2}, \tag{5}$$

где C_V – удельная теплоемкость, $T_0 = 300$ K – начальная температура. Выбрана такая нормировка внутренней энергии, что $U = 0$ при $T = T_0$ и $\rho = \rho_0$. Значения используемых параметров модели материала приведены в таблице. Расчеты показывают, что давление в ударной волне в рассматриваемом случае не превышает 4 ГПа, а повышение температуры на фронте не превышает 10 К (на поверхности соударения до 50 К из-за формирования высокоэнтропийного слоя [48]), что обосновывает применение данного приближения.

При соударении металлических пластин, по крайней мере со скоростями до 1000 м/с, полная и упругая деформация малы, поэтому обоснованным является использование закона Гука для расчета компоненты девиатора напряжений:

$$S_{xx} = 2G\left[\frac{2}{3}u_{xx} - w_{xx}\right], \tag{6}$$

где G – модуль сдвига, u_{xx} – полная деформация, w_{xx} – накопленная пластическая деформация. Модуль сдвига G связан с объемным модулем упругости $\rho_0 c_b^2$ через коэффициент Пуассона μ следующим образом [30]:

$$G = \frac{3}{2}\rho c_b^2 \frac{1 - 2\mu}{1 + \mu}. \tag{7}$$

В экспериментах [44] исследовалось соударение алюминиевого ударника с титановым образцом, поэтому численная модель при сквозном счете должна включать как подобласть со свойствами титана, так и подобласть со свойствами алюминия. Предыдущие численные исследования показали, что скорость тыльной поверхности, которая сравнивается с экспериментальными данными, слабо зависит от упругопластических свойств ударника. Поэтому для упрощения модели алюминиевый ударник описывался в гидродинамическом приближении, для чего коэффициент Пуассона в ударнике условно был взят равным $\mu = 0{,}5$, см. таблицу, что дает $G = 0$ согласно уравнению (7) и $S_{xx} = 0$ согласно уравнению (6).

Накопление полной деформации связано с макроскопическим движением вещества формулой

$$\frac{du_{xx}}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x}. \tag{8}$$

Остальные компоненты тензора полной деформации остаются равными нулю в силу симметрии одноосной деформации, имеющей месте при соударении пластин вплоть до прихода волн боковой разгрузки.

Для описания скорости пластической деформации в работе [41] предложено использовать модифицированную модель Максвелла

$$\frac{dw_{xx}}{dt} = \frac{1}{G\tau}\left[S_{xx} - \frac{2}{3}Y \cdot \operatorname{sign}\left(S_{xx}\right)\right] \cdot H\left(\left|S_{xx}\right| - \frac{2}{3}Y\right) \tag{9}$$

с учетом конечного времени релаксации τ и статического предела текучести Y, где $H(\circ)$ – функция Хэвисайда (ступенька). В следующем разделе уравнение (9) используется с постоянными значениями параметров τ и Y, что позволяет описать структуру ударной волны в предварительно деформированном титане. Наконец, в четвертом разделе параметры τ и Y связываются с плотностью дислокаций, для которой формулируется упрощенное по сравнению с [41] кинетическое уравнение. В результате получается модель, адекватно учитывающая начальную структуру материала.

Система уравнений решается численно аналогично [48]. Входящие в уравнения (1)–(3) и (8) производные по координате рассчитываются методом конечных разностей. Интегрирование по времени осуществляется явным методом Эйлера с временным шагом, определяемым условием Куранта. Шаг пространственной сетки был взят равным 0,001 мм.

Параметры модели материала для Ti образца и Al ударника

Parameters of material model for Ti sample and Al impactor

Параметр	Ti	Al
ρ_0 (кг/м^3)	4540	2699
c_b (м/с)	4870	5240
μ	0.329	0.5*
C_V (Дж/кг)	524	902
β	0.9	–
$\varepsilon_D b$ (эВ)	240	–
Y_0 (МПа)	220	–
α	7.5	–
B (Па·с)	10^{-4}	–
b (нм)	0.29	–
k	5	–

Примечание: * – для ударника для простоты используется гидродинамическое приближение.

Рассматривались толщины образцов титана, соответствующие экспериментам [44] (примерно 0,28; 0,5; 1 и 2 мм). Поскольку в экспериментальных профилях отсутствовал участок разгрузки, а толщина ударника в [44] не приведена, алюминиевый ударник в расчетах брался толще, чем образец, чтобы исключить влияние волны разрежения от свободной поверхности ударника на рассматриваемом интервале времени. В начальный момент образец был неподвижным, а ударник имел скорость 390 м/с по направлению к образцу. Высокоскоростное столкновение ударника и образца порождало ударную волну. На противоположных контактной границе поверхностях ударника и образца задавались свободные граничные условия. Одномерная постановка задачи соответствует интервалу времени до прихода волны разгрузки от боковых поверхностей ударника и образца; именно этот интервал времени анализируется в эксперименте. Основной экспериментальной диагностикой при исследовании ударно-волновых процессов в конденсированных средах является интерферометрия скорости свободной тыльной поверхности образца, которая отражает все особенности структуры ударной волны. Поэтому прямое сравнение с экспериментами [44] проводилось по временному профилю скорости свободной поверхности.

Модель с постоянным временем релаксации

В [38] показано, что время релаксации τ определяется концентрацией тех дефектов структуры, которые обеспечивают действующий механизм пластической релаксации, например плотностью дислокаций при дислокационной пластичности или объемно долей границ зерен при зернограничном проскальзывании. Также из законов упрочнения следует связь статического предела текучести Y и концентрации дефектов; например, деформационное упрочнение согласно закону Тейлора пропорционально квадратному корню из плотности дислокаций. Результаты экспериментов [44] показали, что предварительная деформация на уровне 0,6 % существенно влияет на механический отклик титана, а дальнейшее увеличение величины предварительной деформации с 0,6 до 5,5 % уже не меняет структуру фронта ударной волны. Авторы работы [44] на этом основании делают вывод, что концентрация дефектов структуры, например плотность дислокаций, при 0,6 % уже достигла насыщения и далее не меняется. Поэтому можно предположить, что экспериментальные результаты [44] для предварительно деформированных титановых образцов должны хорошо описываться релаксационной моделью (9) с постоянным временем релаксации τ и статическим пределом текучести Y. Данные на рис. 1 подтверждают это предположение, показывая, что модель с постоянными параметрами τ и Y адекватно описывает как величину упругого предвестника, так и последующий монотонный рост напряжений за фронтом предвестника при переходе к пластической части ударной волны для всех исследованных толщин образцов.

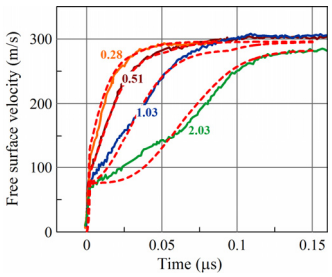


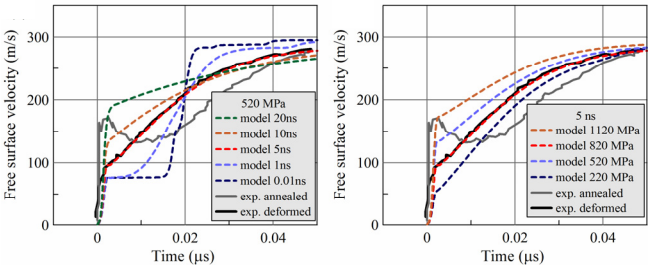
Рис. 1. Временные профили скорости свободной поверхности титановых пластин (толщины в мм показаны числами на графике): сравнение релаксационной модели с постоянным временем релаксации (5 нс) и пределом текучести (520 МПа) с экспериментальными данными [44] для предварительно деформированного титана. Экспериментальные данные показаны сплошными линиями, расчеты показаны штриховыми линиями

Fig. 1. Free surface velocity histories of titanium plates (thicknesses in mm are shown as numbers in the graph): comparison of relaxation model with constant relaxation time of 5 ns and yield strength of 520 MPa with experimental data [44] for pre-deformed titanium. Experimental data are shown as solid lines; calculations are shown as dashed lines

Из соответствия поведения экспериментальных и расчетный кривых на рис. 1 следует вывод, что деформированный технически чистый титан характеризуется постоянным временем релаксации порядка 5 нс. Постоянство скорости релаксации вдоль всего фронта ударной волны дополнительно подтверждает вывод [44] о выходе концентрации дефектов на насыщение при деформации порядка 0,6 %.

На рис. 2 показаны результаты параметрического исследования для модели с постоянными параметрами. Переход к малому времени релаксации порядка 0,01 нс при постоянном пределе текучести (рис. 2, *а*) приближает поведением материала к пределу идеального упругопластического тела. Этот предел соответствует мгновенной

релаксации любых касательных напряжений выше предела текучести; в результате фронт ударной волны распадается на упругий предвестник постоянной высоты и четкий пластический фронт с резким нарастанием напряжений. Увеличение времени релаксации приводит к выполаживанию фронта пластической волны и постепенному росту напряжений за фронтом упругого предвестника (см. рис. 2, *a*), что соответствует поведению предварительно деформированного титана в экспериментах [44]. Рост времени релаксации τ также увеличивает высоту упругого предвестника, т.е. динамический предел текучести, при постоянном статическом пределе текучести за счет конечной скорости пластической релаксации напряжений поддерживается выше статического предела текучести. Увеличение статического предела текучести также повышает высоту упругого предвестника (рис. 2, *b*).



a *b*

Рис. 2. Параметрические исследования для модели с постоянным временем релаксации и пределом текучести: временные профили скорости свободной поверхности для титановой пластинки толщиной 0,51 мм при различных временах релаксации (*a*) и величинах предела текучести (*b*). Также показаны экспериментальные кривые [44] для отожженного (серая линия) и предварительно деформированного (0,6 %, черная линия) титана

Fig. 2. Parametric studies for the model with constant relaxation time and yield strength: free surface velocity histories for a 0.51 mm thick titanium plate at different relaxation times (*a*) and yield strength values (*b*). Experimental curves [44] for annealed (gray line) and pre-deformed (0.6 %, black line) titanium are also shown

Рисунок 2 также показывает, что модель с различными комбинациями постоянных τ и Y не дает поведения с понижением напряжений за фронтом упругого предвестника (пик или зуб текучести), соответствующего случаю отожженных образцов в экспериментах [44]. Этот факт означает, что при деформации отожженных образцов происходит существенное увеличение плотности дефектов и, как следствие, уменьшение времени релаксации одновременно с увеличением статического предела текучести. В следующем разделе мы рассмотрим такое поведение на основе дислокационно-релаксационной модели с переменными параметрами уравнения (9) и с учетом кинетики дислокаций.

Модель с учетом кинетики дислокаций

Рассмотрим эволюцию времени релаксации и статического предела текучести с изменением плотности дислокаций. В [38] показана обратная пропорциональность времени релаксации и плотности дислокаций. По аналогии с [38; 41] мы записываем соотношение

$$\tau = \frac{B}{\rho_D G b^2}, \tag{10}$$

где ρ_D – скалярная плотность дислокаций, b – модуль вектора Бюргерса, B – эффективный коэффициент трения дислокаций. В отличие от [41], здесь мы не разделяем подвижные и закрепленные дислокации и используем в уравнении (10) полную плотность ρ_D всех дислокаций, как подвижных, так и закрепленных. Помимо этого, мы пренебрегаем коэффициентом порядка единицы в оригинальном выражении [38], который зависит от ориентации систем скольжения дислокаций. Здесь мы включаем эти факторы (коэффициент и долю подвижных дислокаций) в величину B, которая становится подбираемым параметром модели – эффективным коэффициентам трения. Коэффициент трения подвижных дислокаций в металлах обычно составляет порядка 10^{-5} Па·с и менее, в то же время наш эффективный коэффициент B на порядок больше (см. таблицу), поскольку он неявно учитывает долю подвижных дислокаций от всех.

Согласно закону упрочнения Тейлора [55], деформационное упрочнение пропорционально квадратному корню из плотности дислокаций:

$$Y = Y_0 + \alpha G b \sqrt{\rho_D}, \tag{11}$$

где Y_0 – статический предел текучести в бездефектном материале, α – безразмерный коэффициент упрочнения.

Запишем кинетическое уравнение для определения входящей в уравнения (10) и (11) скалярной плотности дислокаций ρ_D. С одной стороны, пластическая деформация сопровождается размножением дислокаций; с другой стороны, накопление дислокаций ограничено процессами аннигиляции и потери на стоках, таких как границы зерен. Кинетическое уравнение для плотности дислокаций описывает баланс этих процессов. В работе [27] было предложено определять скорость размножения дислокаций на основе энергетического подхода. Согласно уравнению (3), часть β мощности, рассеиваемой при пластической деформации, идет на нагрев. Тогда оставшаяся часть $(1-\beta)$ запасается в виде дефектов структуры, в первую очередь дислокаций. Поделив эту часть мощности на эффективную энергию ε_D образования единицы длины дислокации, можно получить скорость размножения дислокаций. Такой подход показал высокую эффективность при описании структуры фронта ударной волны в металлах, в частности пика на фронте упругого предвестника [27; 29; 30; 41].

Результаты экспериментов [44] и наш анализ на основе модели с постоянными параметрами (см. предыдущий раздел) показывают, что при накоплении

деформации плотность дислокаций должна стремиться к некоторому равновесному значению ρ_{eq}. В предыдущем разделе из сравнения с экспериментами было оценено время релаксации τ_{eq} =5 нс в состоянии насыщения дефектной подсистемы титана. Тогда из уравнения (10) получаем следующее выражение для равновесной плотности дислокаций:

$$\rho_{eq} = \frac{B}{\tau_{eq} G b^2}. \qquad (12)$$

Учитывая скорости размножения и аннигиляции/стока, кинетическое уравнение для плотности дислокаций записываем в виде

$$\frac{d\rho_D}{dt} = \frac{(1-\beta)}{\varepsilon_D}\left|\frac{3}{2} S_{xx}\dot{w}_{xx}\right| - k\left|\dot{w}_{xx}\right|\left(\rho_D - \rho_{eq}\right)\cdot H\left(\rho_D - \rho_{eq}\right), \qquad (13)$$

где k – безразмерный коэффициент аннигиляции/стока дислокаций.

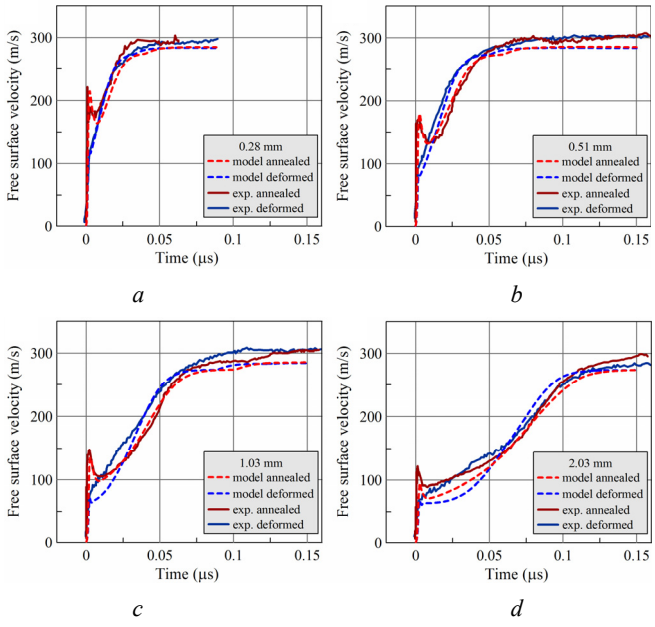


Рис. 3. Сравнение результатов дислокационно-релаксационной модели пластичности (штриховые линии) с экспериментальными [44] профилями (сплошные линии) скорости свободной поверхности для отожженного и предварительно деформированного (0,6 %) титана. Начальная плотность дислокаций взята равной 0,6 мкм$^{-2}$ для отожженного титана и 5,5 мкм$^{-2}$ для деформированного. Толщины образцов: 0,28 мм (*a*), 0,51 мм (*b*), 1,03 мм (*c*) и 2,03 мм (*d*)

Fig. 3. Comparison of the results of the dislocation-relaxation model of plasticity (dashed lines) with the experimental [44] profiles (solid lines) of the free surface velocity for annealed and pre-deformed (0.6 %) titanium. The initial dislocation density is taken to be 0.6 μm^{-2} for annealed titanium and 5.5 μm^{-2} for deformed one. Sample thicknesses: 0.28 mm (*a*), 0.51 mm (*b*), 1.03 mm (*c*), and 2.03 mm (*d*)

В таблице приведены параметры модели, подобранные для оптимального совпадения с экспериментальными профилями скорости свободной поверхности, как для отожженных, так и для предварительно деформированных образцов [44]. Результаты расчетов в сравнении с экспериментами приведены на рис. 3. Сравнение показывает, что дислокационно-релаксационная модель с учетом кинетики дислокаций адекватно описывает зависимость высоты упругого предвестника и структуры фронта ударной волны от начального микроструктурного состояния (отожженный или деформированный титан) и от толщины образца. В модели разница микроструктурного состояния задается величиной начальной плотности дислокаций, которая взята равной 0,6 мкм$^{-2}$ для отожженного титана и 5,5 мкм$^{-2}$ для деформированного.

В случае отожженного титана на рис. 3 наблюдается пик текучести, т.е. локальный максимум скорости свободной поверхности, после которого следует временный спад скорости из-за ускорившейся пластической релаксации (роста ρ_D и уменьшения τ). В случае предварительно деформированного титана имеет место плавное нарастание скорости за фронтом упругого предвестника. Временные профили скорости тыльной поверхности на рис. 3 в точности воспроизводят распределение напряжений в распространяющейся ударной волне на рис. 4, *a*, *c*. В отожженном титане время релаксации изначально составляет порядка 50 нс, но быстро падает до 2,5 нс с приходом ударной волны (рис. 4, *b*).

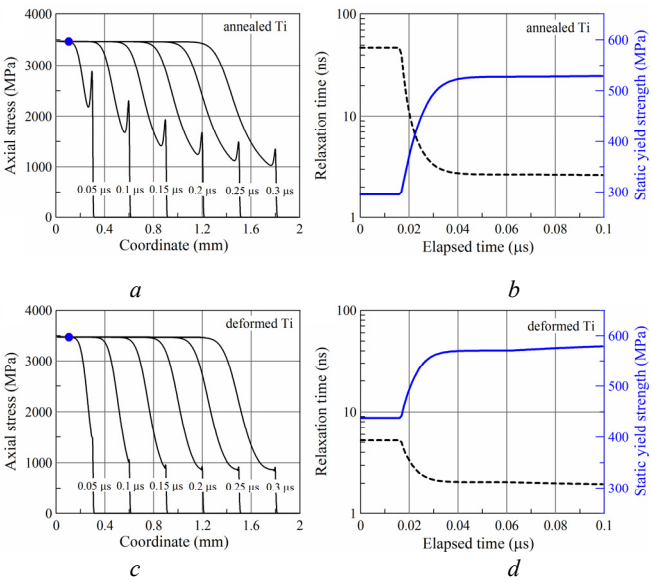


Рис. 4. Распространение ударной волны (моделирование) в отожженном (*a*) и предварительно деформированном (*c*) титане, а также эволюция во времени величины времени релаксации (штриховая линия) и статического предела текучести (сплошная линия) в отожженном (*b*) и предварительно деформированном (*d*) титане в точке образца, отмеченной кружком на (*a*, *c*)

Fig. 4. Propagation of a shock wave (modeling) in annealed (*a*) and pre-deformed (*c*) titanium, as well as the time evolution of the relaxation time (dashed line) and static yield strength (solid line) in annealed (*b*) and pre-deformed (*d*) titanium at the point of the sample marked with a circle in (*a*, *c*)

В предварительно деформированном титане начальная плотность дислокаций на порядок больше, как следствие, начальное время релаксации составляет порядка 5 нс, а с приходом волны уменьшается до 1,7 нс

(рис. 4, *d*). Согласно результатам модели с кинетикой дислокаций, время релаксации после ударно-волнового воздействия выходит на насыщение в районе 2 нс (меньше τ_{eq} =5 нс), но конкретное значение зависит от начальной плотности дислокаций (начального микроструктурного состояния).

В отожженном титане в результате воздействия ударной волны статический предел текучести увеличивается с 300 до 530 МПа (см. рис. 4, *b*), в то время как в предварительно деформированном возрастает с 440 до 580 МПа. Отметим, что все эти значения лежат в интервале литературных данных для технически чистого титана в различных микроструктурных состояниях (после различной термомеханической обработки).

Следует отметить, что в титане, помимо дислокаций, важный вклад в пластическую деформацию вносят двойники [56]. В ГПУ-решетке титана активна лишь часть потенциальных систем скольжения, как следствие, полная релаксация сдвиговых напряжений только за счет скольжения дислокаций возможна не при всех напряженных состояниях. С другой стороны, рост деформационных двойников осуществляется путем скольжения по их границам двойникующих дислокаций, т.е. является частным, хотя и специфическим случаем дислокационной пластичности. Поэтому в рамках нашей модели вклад всех дефектов описывается эквивалентной им плотностью дислокаций.

Заключение

В работе предложена и параметризована дислокационно-релаксационная модель динамической пластической деформации технически чистого титана. Разработка и параметризация модели проведены на основе анализа экспериментальных данных [44] по ударно-волновому нагружению отожженных и предварительно деформированных образцов. Скорость пластической деформации описывается модифицированной моделью Максвелла [41] с двумя параметрами – временем релаксации и статическим пределом текучести. Для предварительно деформированных образцов структура фронта ударной волны хорошо описывается в приближении постоянных значений этих параметров, что соответствует выводу экспериментальной работы [44] о выходе плотности дефектов на насыщение уже при деформации 0,6 %. В общем случае для описания как отожженных, так и предварительно деформированных образцов учитывается обратная пропорциональность времени релаксации и плотности дислокаций, а также рост статического предела текучести пропорционально квадратному корню плотности дислокаций (закон упрочнения Тейлора). Модель замыкается кинетическим уравнением для полной плотности дислокаций, которое учитывает их размножение и аннигиляцию/сток на дефекты (границы зерен). В случае отожженных образцов наличие пика на фронте упругого предвестника (динамического аналога зуба текучести) объясняется резким повышением плотности дислокаций и, как следствие, увеличением скорости пластической релаксации за фронтом предвестника. Разработанная модель может использоваться при численном моделировании процессов высокоскоростной резки и лазерной ударной проковки как современных технологий обработки металлов.

Библиографический список

1. Al-Ghamdi, K.A. A sustainability comparison between conventional and high-speed machining / K.A. Al-Ghamdi, A. Iqbal // J. Cleaner Prod. – 2015. – Vol. 108A. – P. 192–206. DOI: 10.1016/j.jclepro.2015.05.132

2. Sustainability-based analysis of conventional to high-speed machining of Al 6061-T6 alloy / S.S. Warsi, T. Zahid, H. Elahi, R.A. Liaqait, S. Bibi, F. Gillani, U. Ghafoor // Appl. Sci. – 2021. – Vol. 11, no. 19. – P. 9032. DOI: 10.3390/app11199032

3. Clauer, A.H. Laser shock peening, the path to production / A.H. Clauer // Metals. – 2019. – Vol. 9. – P. 626. DOI: 10.3390/met9060626

4. Influence of laser shock peening on low- and high-cycle fatigue of an OT4-0 titanium alloy / E.A. Gachegova, R. Sikhamov, V. Ventzke, N. Kashaev, O.A. Plekhov // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 2022. – Vol. 63, no. 2. – P. 335–342. DOI: 10.1134/S0021894422020171

5. Superior fretting wear resistance of titanium alloys from stable gradient nanostructures induced by laser shock peening / Z. Cao, L. Cui, S. Luo, H. Su, Z. Pang, W. Zhao, L. Zhang, W. He, X. Liang // Int. J. Plast. – 2025. – Vol. 188. – P. 104293. DOI: 10.1016/j.ijplas.2025.104293

6. Daoud, M. Effect of rake angle-based Johnson-Cook material constants on the prediction of residual stresses and temperatures induced in Al2024-T3 machining / M. Daoud, J.F. Chatelain, A. Bouzid // Int. J. Mech. Sci. – 2017. – Vol. 122. – P. 392–404. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2017.01.020

7. Experimental and numerical study on micro ball-end milling of pin fin-interconnected reentrant microchannels / Z. Zhang, D. Deng, X. Gu, Z. Tian, H. Wang, Y. Shen // Precis. Eng. – 2024. – Vol. 89. – P. 408–421. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2024.06.017

8. Development of a numerical code for laser-induced shock waves applications / S. Bardy, B. Aubert, T. Bergara, L. Berthe, P. Combis, D. Hébert, E. Lescoute, Y. Rouchausse, L. Videau // Opt. Laser Technol. – 2020. – Vol. 124. – P. 105983. DOI: 10.1016/j.optlastec.2019.105983

9. Laser induced plasma characterization in direct and water confined regimes: new advances in experimental studies and numerical modeling / M. Scius-Bertrand, L. Videau, A. Rondepierre, E. Lescoute, Y. Rouchausse, J. Kaufman, D. Rostohar, J. Brajer, L. Berthe // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2020. – Vol. 54. – P. 055204. DOI: 10.1088/1361-6463/abc040

10. Johnson, G.K. A Constitutive model and data metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / G.K. Johnson, W.H. Cook // Proc. 7th Int. Symp. Ballistics. Vol. 19–21. The Hague. The Netherlands, 1983. – P. 541–547.

11. A review on Johnson Cook material model / V. Kumar Reddy Sirigiri, V. Yadav Gudiga, U. Shankar Gattu, G. Suneesh, K. Mohan Buddaraju // Mater. Today Proc. – 2022. Vol. 62, no. 6. – P. 3450–3456. DOI: 10.1016/j.matpr.2022.04.279

12. Steinberg, D.J. A constitutive model for metals applicable at high-strain rate / D.J. Steinberg, S.G. Cochran, M.W. Guinan // J. Appl. Phys. – 1980. – Vol. 51, no. 3. – P. 1498–1504. DOI: 10.1063/1.327799

13. Zerilli, F.J. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations / F.J. Zerilli, R.W. Armstrong // J. Appl. Phys. – 1987. – Vol. 61, no. 5. – P. 1816–1825. DOI: 10.1063/1.338024

14. Armstrong, R.W. Dislocation mechanics of shock-induced plasticity / R.W. Armstrong, W. Arnold, F.J. Zerilli // Metall. Mater. Trans. A. – 2007. – Vol. 38. – P. 2605–2610. DOI: 10.1007/s11661-007-9142-5

15. Preston, D.L. Model of plastic deformation for extreme loading conditions / D.L. Preston, D.L. Tonks, D.C. Wallace // J. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 93, no. 1. – P. 211–220. DOI: 10.1063/1.1524706

16. Toward clean manufacturing: an analysis and validation of a modified Johnson–Cook material model for low and high-speed orthogonal machining of low-carbon aluminum alloy (Al 6061-T6) / S. Akram, S.H.I. Jaffery, Z. Anwar, M. Khan, M.A. Khan // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2023. – Vol. 129. – P. 2523–2536. DOI: 10.1007/s00170-023-12367-0

17. Investigation on the mechanism of serrated chip formation and surface microstructure evolution during high-speed cutting of ATI 718plus superalloy / X. Gao, C. Yao, L. Tan, M. Cui, W. Tang, G. Shi // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2024. – Vol. 135. – P. 1647–1668. DOI: 10.1007/s00170-024-14561-0

18. Finite element modeling for serrated chip formation and microstructure analysis of machined surface layer in high-speed milling of Inconel 718 / G. Mustafa, H. Liu, G. Peng, J. Li, S. Zhang // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2025. – in press. DOI: 10.1007/s00170-025-15836-w

19. A combined experimental-numerical study of residual stress and its relaxation on laser shock peened SiC particle-reinforced 2009 aluminum metal matrix composites / R. Sun, Z. Cao, Z. Che, H. Zhang, S. Zou, J. Wu, W. Guo // Surf. Coat. Technol. – 2022. – Vol. 430. – P. 127988. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2021.127988

20. Finite-element simulation of residual stresses induced by laser shock peening in TC4 samples structurally similar to a turbine blade / A. Kostina, M. Zhelnin, A. Vedernikova, M. Bartolomei, S. Swaroop // Frat. Integrità Strut. – 2024. – Vol. 18, no. 67. – P. 1–11. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.67.01

21. Kuliiev, R. Identification of Johnson-Cook material model parameters for laser shock peening process simulation for AA2024, Ti–6Al–4V and Inconel 718 / R. Kuliiev, S. Keller, N. Kashaev // J. Mater. Res. Technol. – 2024. – Vol. 28. – P. 1975–1989. DOI: 10.1016/j.jmrt.2023.11.168

22. Numerical simulation study of combined shot peening and laser shock peening on surface integrity of Ti-6Al-4V titanium alloy / Q. Wang, Y. Ma, X. Fu, M. Liu, Z. Cao, P. Gai, W. Zhou // Surf. Coat. Technol. – 2024. – Vol. 487. – P. 130997. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2024.130997

23. Effect of overlap pattern on the residual stress, surface morphology and fatigue properties of Ti-6Al-4V alloy by multiple laser shock peening / X. Luo, Z. Xu, K. Tian, Y. Wang, X. Wang, K. Wang, Y. Yu, C. Ye, N. Dang // Opt. Laser Technol. – 2025. – Vol. 180. – P. 111486. DOI: 10.1016/j.optlastec.2024.111486

24. Manukhina K.A., Pogorelko V.V., Plekhov O.A., Mayer A.E. Machine learning-based study of laser shock peening efficiency by an example of copper.

25. Colvin, J.D. A model for plasticity kinetics and its role in simulating the dynamic behavior of Fe at high strain rates / J.D. Colvin, R.W. Minich, D.H. Kalantar // Int. J. Plast. – 2009. – Vol. 25, no. 4. – P. 603–611. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.12.008

26. Austin, R.A. A dislocation-based constitutive model for viscoplastic deformation of FCC metals at very high strain rates / R.A. Austin, D.L. McDowell // Int. J. Plast. – 2011. –Vol. 27, no. 1. – P. 1–24. DOI: 10.1016/j.ijplas.2010.03.002

27. Krasnikov, V.S. Dislocation based high-rate plasticity model and its application to plate-impact and ultra-short electron irradiation simulations / V.S. Krasnikov, A.E. Mayer, A.P. Yalovets // Int. J. Plast. – 2011. – Vol. 27, no. 8. – P. 1294–1308. DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.02.008

28. Coupling continuum dislocation transport with crystal plasticity for application to shock loading conditions / D.J. Luscher, J.R. Mayeur, H.M. Mourad, A. Hunter, M.A. Kenamond // Int. J. Plast. – 2016. – Vol. 76. – P. 111–129. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.07.007

29. Assessment of the time-dependent behavior of dislocation multiplication under shock loading / S. Yao, X. Pei, J. Yu, Q. Wu // Int. J. Plast. – 2022. – Vol. 158. – P. 103434. DOI: 10.1016/j.ijplas.2022.103434

30. Modeling of plasticity and fracture of metals at shock loading / A.E. Mayer, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov, P.N. Mayer // J. Appl. Phys. – 2013. – Vol. 113, no. 19. – P. 193508. DOI: 10.1063/1.4805713

31. Modified Taylor impact tests with profiled copper cylinders: Experiment and optimization of dislocation plasticity model / E.S. Rodionov, V.V. Pogorelko, V.G. Lupanov, P.N. Mayer, A.E. Mayer // Materials. – 2023. – Vol. 16, no. 16. – P. 5602. DOI: 10.3390/ma16165602

32. Experimental and numerical study of stress wave generation and attenuation in copper during laser shock peening / A.E. Mayer, A.N. Vshivkov, O.A. Plekhov, K.D. Manukhina, E.S. Rodionov, P.N. Mayer // J. Appl. Phys. – 2025. – Vol. 137, no. 6. – P. 065901. DOI: 10.1063/5.0241535

33. Effect of annealing on the high-strain-rate deformation of copper in Taylor tests / E.S. Rodionov, A.E. Mayer, V.G. Lupanov, V.V. Pogorelko, P.N. Mayer, Yu.A. Lupitskaya, A.G. Fazlitdinova // Tech. Phys. – 2025. – Vol. 70, no. 4. – P. 680–696. DOI: 10.61011/JTF.2025.04.60008.276-24

34. On the relationship between microstructure and residual stress in laser-shock-peened Ti-6Al-4V / S. Mironov, M. Ozerov, A. Kalinenko, N. Stepanov, O. Plekhov, R. Sikhamov, V. Ventzke, N. Kashaev, G. Salishchev, L. Semiatin, S. Zherebtsov // J. Alloys. Compd. – 2022. – Vol. 900. – 163383. DOI: 10.1016/j.jallcom.2021.163383

35. Numerical study on laser shock peening of pure Al correlating with laser shock wave / M. Wang, C. Wang, X. Tao, Y. Zhou // Materials. – 2022. – Vol. 15, no. 20. – P. 7051. DOI: 10.3390/ma15207051

36. Hu, W. Predicting tensile behavior and fatigue life of laser shock peened titanium alloy by crystal plasticity model / W. Hu, M. Yi // Int. J. Fatigue. – 2024. – Vol. 187. – P. 108476. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2024.108476

37. Dynamic dislocation response in aluminum single crystals under multiple laser peening: A physics-based crystal plasticity study / S. Chen, G. Luo, J. Jiang, Y. Hu // Int. J. Plast. – 2025. – Vol. 191. – P. 104388. DOI: 10.1016/j.ijplas.2025.104388

38. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel / N. Selyutina, E.N. Borodin, Y. Petrov, A.E. Mayer // Int. J. Plast. – 2016 – Vol. 82. – P. 97–111. DOI: 10.1016/j.ijplas.2016.02.004

39. Petrov, Y.V. Relaxation mechanism of plastic deformation and its justification using the example of the sharp yield point phenomenon in whiskers / Y.V. Petrov, E.N. Borodin // Phys. Solid

State. – 2015. – Vol. 57, no. 2. – P. 353–359. DOI: 10.1134/S1063783415020286

40. Zhao, S. The modified relaxation plasticity model and the non-monotonic stress–strain diagram / S. Zhao, Y.V. Petrov, G.A. Volkov // Int. J. Mech. Sci. 2023. – Vol. 240. – P. 107919. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107919

41. Popova, T.V. Evolution of shock compression pulses in polymethylmethacrylate and aluminum / T.V. Popova, A.E. Mayer, K.V. Khishchenko // J. Appl. Phys. – 2018. – Vol. 123, no. 23. – P. 235902. DOI: 10.1063/1.5029418

42. Zaretsky, E.B. Effect of temperature, strain, and strain rate on the flow stress of aluminum under shock-wave compression / E.B. Zaretsky, G.I. Kanel // J. Appl. Phys. – 2012. – Vol. 112, no. 7. – P. 073504. DOI: 10.1063/1.4755792

43. Application of deep learning for technological parameter optimization of laser shock peening of Ti-6Al-4V alloy / M. Verezhak, A. Vshivkov, M. Bartolomei, E. Gachegova, A. Mayer, S. Swaroop // Frat. Integrità Strut. – 2024. – Vol. 18, no. 70. – P. 121–132. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.07

44. Effect of small preliminary deformation on the evolution of elastoplastic waves of shock compression in annealed VT1-0 titanium / G.I. Kanel', G.V. Garkushin, A.S. Savinykh, S.V. Razorenov // J. Exp. Theor. Phys. – 2018. – Vol. 127, no. 2. – P. 337–341. DOI: 10.1134/S1063776118080022

45. Effects of temperature and strain on the resistance to high-rate deformation of copper in shock waves / G.I. Kanel, A.S. Savinykh, G.V. Garkushin, S.V. Razorenov // J. Appl. Phys. – 2020. – Vol. 128, no. 11. – P. 115901. DOI: 10.1063/5.0021212

46. Effect of small pre-strain on the resistance of molybdenum [100] single crystal to high strain rate deformation and fracture / G.I. Kanel, G.V. Garkushin, A.S. Savinykh, S.V. Razorenov, I.V. Paramonova, E.B. Zaretsky // J. Appl. Phys. – 2022. – Vol. 131, no. 9. – P. 095903. DOI: 10.1063/5.0082267

47. Kuropatenko, V.F. New models of continuum mechanics / V.F. Kuropatenko // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2011. – Vol. 84, no. 1. – P. 77–99. DOI: 10.1007/s10891-011-0457-0

48. Khishchenko, K.V. High- and low-entropy layers in solids behind shock and ramp compression waves / K.V. Khishchenko, A.E. Mayer // Int. J. Mech. Sci. – 2021. – Vol. 189. – P. 105971. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105971

49. Johnson, G.R. High velocity impact calculations in three dimensions / G.R. Johnson // J. Appl. Mech., Trans. ASME. – 1977. – Vol. 44, no. 1. – P. 95–100. DOI: 10.1115/1.3424022

50. Wilkins, M.L. Mechanics of penetration and perforation / M.L. Wilkins // Int. J. Eng. Sci. – 1978. – Vol. –16, no. 11. – P. 793–807. DOI: 10.1016/0020-7225(78)90066-6

51. Yalovets, A.P. Calculation of flows of a medium induced by high-power beams of charged particles / A.P. Yalovets // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 1997. – Vol. 38, no. 1. – P. 137–150. DOI: 10.1007/BF02468285

52. A multi-phase modeling framework suitable for dynamic applications / N.R. Barton, D.J. Luscher, C. Battaile, J.L. Brown, M. Buechler, L. Burakovsky, S. Crockett, C. Greeff, A.E. Mattsson, M.B. Prime, W.J. Schill // Metals. – 2022. – Vol. 12, no. 11. – P. 1844. DOI: 10.3390/met12111844

53. A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks / J. Von Neumann, R.D. Richtmyer // J. Appl. Phys. – 1950. – Vol. 21, no. 3. – P. 232–237. DOI: 10.1063/1.1699639

54. Wilkins, M.L. Calculation of elastic-plastic flow / M.L. Wilkins // Methods of Computational Physics. – New York: Academic Press, 1964. – Vol. 3. – P. 211–263.

55. Suzuki, T. Dislocation dynamics and plasticity / T. Suzuki, S. Takeuchi, H. Yoshinaga. – Berlin: Springer, 1991.

56. Skripnyak, V.V. Hexagonal close-packed (hcp) alloys under dynamic impacts / V.V. Skripnyak, V.A. Skripnyak // J. Appl. Phys. – 2022. – Vol. 131, no. 16 – P. 165902. DOI: 10.1063/5.0085338

References

1. Al-Ghamdi K.A., Iqbal A. A sustainability comparison between conventional and high-speed machining // J. Cleaner Prod. – 2015. – Vol. 108A. – pp. 192-206. doi: 10.1016/j.jclepro.2015.05.132

2. Warsi S.S., Zahid T., Elahi H., Liaqait R.A., Bibi S., Gillani F., Ghafoor U. Sustainability-based analysis of conventional to high-speed machining of Al 6061-T6 alloy // Appl. Sci. – 2021. – Vol. 11. – No. 19. – pp. 9032. doi: 10.3390/app11199032

3. Clauer A.H. Laser shock peening, the path to production // Metals. – 2019. – Vol. 9. – pp. 626. doi: 10.3390/met9060626

4. Gachegova E.A., Sikhamov R., Ventzke V., Kashaev N., Plekhov O.A. Influence of laser shock peening on low- and high-cycle fatigue of an OT4-0 titanium alloy // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 2022. – Vol. 63, No. 2. – pp. 335-342. doi: 10.1134/S0021894422020171

5. Cao Z., Cui L., Luo S., Su H., Pang Z., Zhao W., Zhang L., He W., Liang X. Superior fretting wear resistance of titanium alloys from stable gradient nanostructures induced by laser shock peening // Int. J. Plast. – 2025. – Vol. 188. – pp. 104293. doi: 10.1016/j.ijplas.2025.104293

6. Daoud M., Chatelain J.F., Bouzid A. Effect of rake angle-based Johnson-Cook material constants on the prediction of residual stresses and temperatures induced in Al2024-T3 machining // Int. J. Mech. Sci. – 2017. – Vol. 122. – pp. 392-404. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2017.01.020

7. Zhang Z., Deng D., Gu X., Tian Z., Wang H., Shen Y. Experimental and numerical study on micro ball-end milling of pin fin-interconnected reentrant microchannels // Precis. Eng. – 2024. – Vol. 89. – pp. 408-421. doi: 10.1016/j.precisioneng.2024.06.017

8. Bardy S., Aubert B., Bergara T., Berthe L., Combis P., Hébert D., Lescoute E., Rouchausse Y., Videau L. Development of a numerical code for laser-induced shock waves applications // Opt. Laser Technol. – 2020. – Vol. 124. – pp. 105983. doi: 10.1016/j.optlastec.2019.105983

9. Scius-Bertrand M., Videau L., Rondepierre A., Lescoute E., Rouchausse Y., Kaufman J., Rostohar D., Brajer J., Berthe L. Laser induced plasma characterization in direct and water confined regimes: new advances in experimental studies and numerical modeling // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2021. – Vol. 54. – pp. 055204. doi: 10.1088/1361-6463/abc040

10. Johnson G.K., Cook W.H. A Constitutive model and data metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proc. 7th Int. Symp. Ballistics. Vol. 19-21. The Hague. The Netherlands, 1983. – pp. 541–547.

11. Kumar Reddy Sirigiri V., Yadav Gudiga V., Shankar Gattu U., Suneesh G., Mohan Buddaraju K. A review on Johnson Cook material model // Mater. Today Proc. – 2022. Vol. – 62, No. 6. – pp. 3450-3456. doi: 10.1016/j.matpr.2022.04.279

12. Steinberg D.J., Cochran S.G., Guinan M.W. A constitutive model for metals applicable at high-strain rate // J. Appl. Phys. – 1980. – Vol. 51, No. 3. – pp. 1498-1504. doi: 10.1063/1.327799

13. Zerilli F.J., Armstrong R.W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations // J. Appl. Phys. – 1987. – Vol. 61, 5. – pp. 1816-1825. doi: 10.1063/1.338024

14. Armstrong R.W., Arnold W., Zerilli F.J. Dislocation mechanics of shock-induced plasticity // Metall. Mater. Trans. A. – 2007. – Vol. 38. – pp. 2605-2610. doi: 10.1007/s11661-007-9142-5

15. Preston D.L., Tonks D.L., Wallace D.C. Model of plastic deformation for extreme loading conditions // J. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 93, No. 1. – pp. 211-220. doi: 10.1063/1.1524706

16. Akram S., Jaffery S.H.I., Anwar Z., Khan M., Khan M.A. Toward clean manufacturing: an analysis and validation of a modified Johnson–Cook material model for low and high-speed orthogonal machining of low-carbon aluminum alloy (Al 6061-T6) // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2023. – Vol. 129. – pp. 2523-2536. doi: 10.1007/s00170-023-12367-0

17. Gao X., Yao C., Tan L., Cui M., Tang W., Shi G. Investigation on the mechanism of serrated chip formation and surface microstructure evolution during high-speed cutting of ATI 718plus superalloy // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2024. – Vol. 135. – pp. 1647-1668. doi: 10.1007/s00170-024-14561-0

18. Mustafa G., Liu H., Peng G., Li J., Zhang S. Finite element modeling for serrated chip formation and microstructure analysis of machined surface layer in high-speed milling of Inconel 718 // Int. J. Adv. Manuf. Technol. – 2025. – in press. doi: 10.1007/s00170-025-15836-w

19. Sun R., Cao Z., Che Z., Zhang H., Zou S., Wu J., Guo W. A combined experimental-numerical study of residual stress and its relaxation on laser shock peened SiC particle-reinforced 2009 aluminum metal matrix composites // Surf. Coat. Technol. – 2022. – Vol. 430. – pp. 127988. doi: 10.1016/j.surfcoat.2021.127988

20. Kostina A., Zhelnin M., Vedernikova A., Bartolomei M., Swaroop S. Finite-element simulation of residual stresses induced by laser shock peening in TC4 samples structurally similar to a turbine blade // Frat. Integrità Strut. – 2024. – Vol. 67. – pp. 1-11. doi: 10.3221/IGF-ESIS.67.01

21. Kuliiev R., Keller S., Kashaev N. Identification of Johnson-Cook material model parameters for laser shock peening process simulation for AA2024, Ti–6Al–4V and Inconel 718 // J. Mater. Res. Technol. – 2024. – 28. – pp. 1975-1989. doi: 10.1016/j.jmrt.2023.11.168

22. Wang Q., Ma Y., Fu X., Liu M., Cao Z., Gai P., Zhou W. Numerical simulation study of combined shot peening and laser shock peening on surface integrity of Ti-6Al-4V titanium alloy // Surf. Coat. Technol. – 2024. – Vol. 487. – pp. 130997. doi: 10.1016/j.surfcoat.2024.130997

23. Luo X., Xu Z., Tian K., Wang Y., Wang X., Wang K., Yu Y., Ye C., Dang N. Effect of overlap pattern on the residual stress, surface morphology and fatigue properties of Ti-6Al-4V alloy by multiple laser shock peening // Opt. Laser Technol. – 2025. – Vol. 180. – pp. 111486. doi: 10.1016/j.optlastec.2024.111486

24. Manukhina K.A., Pogorelko V.V., Plekhov O.A., Mayer A.E. Machine-learning-based optimization of laser shock peening parameters for copper.

25. Colvin J.D., Minich R.W., Kalantar D.H. A model for plasticity kinetics and its role in simulating the dynamic behavior of Fe at high strain rates // Int. J. Plast. – 2009. – Vol. 25, No. 4. – pp. 603-611. doi: 10.1016/j.ijplas.2008.12.008

26. Austin R.A., McDowell D.L. A dislocation-based constitutive model for viscoplastic deformation of FCC metals at very high strain rates // Int. J. Plast. – 2011. –Vol. 27, No. 1. – pp. 1-24. doi: 10.1016/j.ijplas.2010.03.002

27. Krasnikov V.S., Mayer A.E., Yalovets A.P. Dislocation based high-rate plasticity model and its application to plate-impact and ultra-short electron irradiation simulations // Int. J. Plast. – 2011. – Vol. 27, No. 8. – pp. 1294-1308. doi: 10.1016/j.ijplas.2011.02.008

28. Luscher D.J., Mayeur J.R., Mourad H.M., Hunter A., Kenamond M.A. Coupling continuum dislocation transport with crystal plasticity for application to shock loading conditions // Int. J. Plast. – 2016. – Vol. 76. – pp. 111-129. doi: 10.1016/j.ijplas.2015.07.007

29. Yao S., Pei X., Yu J., Wu Q. Assessment of the time-dependent behavior of dislocation multiplication under shock loading // Int. J. Plast. – 2022. – Vol. 158. – pp. 103434. doi: 10.1016/j.ijplas.2022.103434

30. Mayer A.E., Khishchenko K.V., Levashov P.R., Mayer P.N. Modeling of plasticity and fracture of metals at shock loading // J. Appl. Phys. – 2013. – Vol. 113, No. 19. – pp. 193508. doi: 10.1063/1.4805713

31. Rodionov E.S., Pogorelko V.V., Lupanov V.G., Mayer P.N., Mayer, A.E. Modified Taylor impact tests with profiled copper cylinders: Experiment and optimization of dislocation plasticity model // Materials. – 2023. – Vol. 16, No. 16. – pp. 5602. https://doi.org/10.3390/ma16165602.

32. Mayer A.E., Vshivkov A.N., Plekhov O.A., Manukhina K.D., Rodionov E.S., Mayer P.N. Experimental and numerical study of stress wave generation and attenuation in copper during laser shock peening // J. Appl. Phys. – 2025. – Vol. 137, No. 6. – pp. 065901. doi: 10.1063/5.0241535

33. Rodionov E.S., Mayer A.E., Lupanov V.G., Pogorelko V.V., Mayer P.N., Lupitskaya Yu.A., Fazlitdinova A.G. Effect of annealing on the high-strain-rate deformation of copper in Taylor tests // Tech. Phys. – 2025. – Vol. 70, No. 4. – pp. 680-696. doi: 10.61011/JTF.2025.04.60008.276-24

34. Mironov S., Ozerov M., Kalinenko A., Stepanov N., Plekhov O., Sikhamov R., Ventzke V., Kashaev N., Salishchev G., Semiatin L., Zherebtsov S. On the relationship between microstructure and residual stress in laser-shock-peened Ti-6Al-4V // J. Alloys. Compd. – 2022. – Vol. 900. – 163383. doi: 10.1016/j.jallcom.2021.163383.

35. Wang M., Wang C., Tao X., Zhou Y. Numerical study on laser shock peening of pure Al correlating with laser shock wave // Materials. – 2022. – Vol. 15, No. 20. – pp. 7051. doi: 10.3390/ma15207051

36. Hu W., Yi M. Predicting tensile behavior and fatigue life of laser shock peened titanium alloy by crystal plasticity model // Int. J. Fatigue. – 2024. – Vol. 187. – pp. 108476. doi: 10.1016/j.ijfatigue.2024.108476

37. Chen S., Luo G., Jiang J., Hu Y. Dynamic dislocation response in aluminum single crystals under multiple laser peening: A physics-based crystal plasticity study // Int. J. Plast. – 2025. – Vol. 191. – pp. 104388. doi: 10.1016/j.ijplas.2025.104388

38. Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y., Mayer A.E. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel // Int. J. Plast. – 2016 – Vol. 82. – pp. 97-111. doi: 10.1016/j.ijplas.2016.02.004

39. Petrov Y.V., Borodin E.N. Relaxation mechanism of plastic deformation and its justification using the example of the sharp yield point phenomenon in whiskers // Phys. Solid State. – 2015. – Vol. 57, No. 2. – pp. 353-359. doi: 10.1134/S1063783415020286

40. Zhao S., Petrov Y.V., Volkov G.A. The modified relaxation plasticity model and the non-monotonic stress–strain diagram // Int. J. Mech. Sci. 2023. – Vol. 240. – pp. 107919. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107919

41. Popova T.V., Mayer A.E., Khishchenko K.V. Evolution of shock compression pulses in polymethylmethacrylate and aluminum // J. Appl. Phys. – 2018. – Vol. 123, No. 24. – pp. 235902. doi: 10.1063/1.5029418

42. Zaretsky E.B., Kanel G.I. Effect of temperature, strain, and strain rate on the flow stress of aluminum under shock-wave

compression // J. Appl. Phys. – 2012. – Vol. 112, No. 7 – pp. 073504. doi: 10.1063/1.4755792

43. Verezhak M., Vshivkov A., Bartolomei M., Gachegova E., Mayer A., Swaroop S. Application of deep learning for technological parameter optimization of laser shock peening of Ti-6Al-4V alloy // Frat. Integrità Strut. – 2024. – Vol. 70. – pp. 121-132. doi: 10.3221/IGF-ESIS.70.07

44. Kanel' G.I., Garkushin G.V., Savinykh A.S., Razorenov S.V. Effect of small preliminary deformation on the evolution of elastoplastic waves of shock compression in annealed VT1-0 titanium // J. Exp. Theor. Phys. – 2018. – Vol. 127, No. 2. – pp. 337–341. doi: 10.1134/S1063776118080022

45. Kanel G.I., Savinykh A.S., Garkushin G.V., Razorenov S.V. Effects of temperature and strain on the resistance to high-rate deformation of copper in shock waves // J. Appl. Phys. – 2020. – Vol. 128, No. 11. – pp. 115901. doi: 10.1063/5.0021212

46. Kanel G.I., Garkushin G.V., Savinykh A.S., Razorenov S.V., Paramonova I.V., Zaretsky E.B. Effect of small pre-strain on the resistance of molybdenum [100] single crystal to high strain rate deformation and fracture // J. Appl. Phys. – 2022. – Vol. 131, No. 9. – pp. 095903. doi: 10.1063/5.0082267

47. Kuropatenko V.F. New models of continuum mechanics // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2011. – Vol. 84, No. 1. – pp. 77–99. doi: 10.1007/s10891-011-0457-0

48. Khishchenko K.V., Mayer A.E. High- and low-entropy layers in solids behind shock and ramp compression waves // Int. J. Mech. Sci. – 2021. – Vol. 189. – pp. 105971. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105971

49. Johnson G.R. High velocity impact calculations in three dimensions // J. Appl. Mech., Trans. ASME. – 1977. – Vol. 44, No. 1. – pp. 95-100. doi: 10.1115/1.3424022

50. Wilkins M.L. Mechanics of penetration and perforation // Int. J. Eng. Sci. – 1978. – Vol. –16, No. 11. – pp. 793-807. doi: 10.1016/0020-7225(78)90066-6

51. Yalovets A.P. Calculation of flows of a medium induced by high-power beams of charged particles // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 1997. – Vol. 38, No. 1. – pp. 137-150. doi: 10.1007/BF02468285

52. Barton N.R., Luscher D.J., Battaile C., Brown J.L., Buechler M., Burakovsky L., Crockett S., Greeff C., Mattsson A.E., Prime M.B., Schill W.J. A multi-phase modeling framework suitable for dynamic applications // Metals. – 2022. – Vol. 12, No. 11. – pp. 1844. doi: 10.3390/met12111844

53. Von Neumann J., Richtmyer R.D. A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks // J. Appl. Phys. – 1950. – Vol. 21, No. 3. – pp. 232–237. doi: 10.1063/1.1699639

54. Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow // Methods of Computational Physics. – New York: Academic Press, 1964. – Vol. 3. – pp. 211–263.

55. Suzuki T., Takeuchi S., Yoshinaga H. Dislocation dynamics and plasticity. – Berlin: Springer, 1991.

56. Skripnyak V.V., Skripnyak V.A. Hexagonal close-packed (hcp) alloys under dynamic impacts. J. Appl. Phys. – 2022. – Vol. 131, No. 16 – pp. 165902. doi: 10.1063/5.0085338

Финансирование. Работа выполнена за счет РНФ, проект № 24-19-00684, https://rscf.ru/project/24-19-00684/.
Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Вклад авторов равноценен.

Funding. The work was carried out at the expense of the Russian Science Foundation, project No. 24-19-00684, https://rscf.ru/project/24-19-00684/.
Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.
The authors' contributions are equal.