Словиков, С.В. Масштабные эффекты в базальтовых нитях / С.В. Словиков, А.М. Кучуков. – DOI: 10.15593/perm.mech/2025.6.09 // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2025. – № 6. – С. 95–105.

Perm Polytech Style: Slovikov S.V., Kuchukov A.M. Scale effects in basalt yarns. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2025, no. 6, pp. 95–105. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.6.09

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 6, 2025
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2025.6.09
УДК 666.193.2:539.42:519.24

МАСШТАБНЫЕ ЭФФЕКТЫ В БАЗАЛЬТОВЫХ НИТЯХ

С.В. Словиков, А.М. Кучуков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россиийская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 05 сентября 2025 г.
Одобрена: 10 декабря 2025 г.
Принята к публикации:
15 декабря 2025 г.

Ключевые слова:

базальтовое волокно, предел прочности, масштабный эффект, растяжение, линейная плотность, базальтовая нить, характеристическая длина, масштабный фактор, эффективная площадь сечения нити

АННОТАЦИЯ

В данной работе представлено исследование масштабных эффектов в базальтовых нитях, учитывающее влияние на прочность двух ключевых геометрических параметров: длины рабочей зоны и площади поперечного сечения. Для базальтовых нитей, применяемых в аэрокосмической, оборонной и строительной отраслях, предлагается учет обоих параметров для точного прогнозирования прочностных характеристик.

Экспериментальная часть исследования включала испытания 27 образцов базальтовых нитей с заявленными линейными плотностями 200, 1200 и 2400 текс на трех различных длинах рабочей зоны (100, 600 и 1100 мм). Площадь сечения определялась через алгоритм оптимальной упаковки волокон, что позволило перейти от линейной плотности к напряжениям.

Установлено, что для тонких нитей (200 текс) увеличение длины от 100 мм до 1100 мм приводит к снижению прочности более чем в 2,8 раза, тогда как для толстых нитей (2400 текс) это снижение составляет всего около 5 %. На основе полученных данных предложена новая параметрическая экспоненциальная формула, описывающая предел прочности как функцию длины рабочей зоны и площади сечения. Предложенное уравнение демонстрирует точность с средней ошибкой 2,5 % при описании полученных экспериментальных данных. Физическая интерпретация связывает наблюдаемые эффекты с конечной длиной отдельных волокон и их статистическим распределением в нити. Результаты исследования имеют практическое значение для оптимального выбора базальтовых нитей в различных приложениях и совершенствования технологий их производства, особенно для длинномерных конструкций, где необходимо учитывать масштабные эффекты.

© **Словиков Станислав Васильевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Экспериментальная механика и конструкционное материаловедение», e-mail: sslovikov@ya.ru, ORCID: 0000-0003-3884-3882
Кучуков Артур Марсович – младший научный сотрудник Центра экспериментальной механики, e-mail: artur.kuchukov.59@mail.ru, ORCID: 0000-0001-9058-879X

Stanislav V. Slovikov – Ph. D. in Technical Sciences, Ass. Professor of the Experimental Mechanics and Structural Materiology Department, e-mail: sslovikov@ya.ru), ORCID: 0000-0003-3884-3882
Artur M. Kuchukov – Junior Research of the Center of Experimental Mechanics, e-mail: artur.kuchukov.59@mail.ru, ORCID: 0000-0001-9058-879X

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

SCALE EFFECTS IN BASALT YARNS

S.V. Slovikov, A.M. Kuchukov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 05 September 2025
Approved: 10 December 2025
Accepted for publication:
15 December 2025

Keywords:

basalt fiber, tensile strength, scale effect, tension, linear density, basalt yarn, characteristic length, scale factor, effective cross-sectional area of the yarn

ABSTRACT

This paper presents an investigation of scale effects in basalt fiber tows, focusing on the influence of two key geometric parameters on tensile strength: gauge length and cross-sectional area. For basalt tows used in aerospace, defense, and construction industries, it is proposed that both parameters must be considered for the accurate prediction of strength properties.

The experimental segment of the study involved tensile testing of 27 basalt tow specimens with declared linear densities of 200, 1200, and 2400 tex at three different gauge lengths (100, 600, and 1100 mm). The cross-sectional area was determined using an optimal fiber packing algorithm, which enabled the conversion from linear density to stress. It was established that for fine tows (200 tex), an increase in gauge length from 100 mm to 1100 mm leads to a reduction in strength by a factor of more than 2.8, while for coarse tows (2400 tex), this reduction was only about 5%. Based on the obtained data, a new parametric exponential formula is proposed, describing the ultimate tensile strength as a function of gauge length and cross-sectional area. The proposed equation shows a mean error of 2.5% when describing the experimental data. The physical interpretation associates the observed effects with the finite length of individual fibers and their statistical distribution within the filament. The research findings have practical significance for optimal selection of basalt filaments in various applications and for improving production technologies, particularly for long-span structures where scale effects must be considered.

Введение

Базальтовая нить, представляющая собой полифиламентную структуру из высокопрочных волокон, получаемых путем плавления природного вулканического камня, по своей химической природе является разновидностью минерального стеклянного волокна занимает важное место в современных материалах для аэрокосмической, оборонной, автомобильной и строительной отраслей [1–5]. В настоящее время базальтовое волокно предлагается для замещения стеклянных волокон и использования одновременно с углеродным волокном для снижения себестоимости изготовления волокнистых композитных материалов [6; 7]. Обладающие высокой прочностью на растяжение (1100 – 1800 сН/текс), высокой термостойкостью (до 600°С) и химической стабильностью базальтовые волокна нашли широкое применение в конструкциях, где требуется высокая надежность при минимальном весе [8–10]. Несмотря на изучение механических параметров базальтовых волокон и изделий из них, механическое поведение нитей, особенно в зависимости от их геометрических характеристик, остается предметом активных исследований. Многие аспекты взаимосвязи между структурой и технологиями до сих пор недостаточно изучены.

Масштабный фактор, отражающий зависимость механических свойств материала от его геометрических характеристик, является критически важным параметром при проектировании композитных структур [11–16]. Этот феномен представляет особый интерес для инженеров-конструкторов, так как неправильная оценка масштабных эффектов может привести к серьезным ошибкам в расчетах прочности.

При механических испытаниях на растяжение нитей значимую роль играет масштабный фактор, в качестве которого выступает длина испытуемого образца — расстояние между точками закрепления. Данный параметр оказывает существенное влияние на регистрируемые значения предела прочности вследствие структурной неоднородности волокна и вероятностного характера распределения дефектов по длине. Экспериментальные данные свидетельствуют о явном эффекте масштабирования: с увеличением длины рабочей зоны наблюдается систематическое снижение кажущейся прочности, что объясняется ростом вероятности присутствия критического дефекта в наиболее напряжённой области [17]. Указанный эффект находит теоретическое обоснование в рамках теории статистической прочности материалов, в частности в модели Вейбулла, и имеет принципиальное значение при нормировании условий испытаний и проектировании элементов конструкций, работающих на растяжение.

Многие исследования сосредоточены на исследовании структуры волокна [18–20], химического состава [21] или технологий формования базальтовых волокон [22; 23]. Эти работы позволили значительно улучшить их базовые характеристики, расширив их применение в различных отраслях промышленности.

Анизотропная структура базальтовых волокон, формирующаяся в процессе вытягивания из расплава и характеризующаяся ориентацией структурных элементов вдоль оси волокна, обуславливает высокие удельные прочностные характеристики, что определяет их эффективное применение в волокнистых композиционных материалах [24; 25]. Однако, несмотря на десятилетия исследований, вопросы, связанные с масштабными эффектами и их влиянием на прочностные характеристики базальтовых нитей, остаются недостаточно изученными. Интерес представляет, например, модель разрушения многофазного поля для композитов, армированных длинными волокнами, на основе теории разрушения Пака [26], которая может быть адаптирована для анализа материалов на основе базальтового волокна.

Известное проявление масштабного фактора, называемое «эффект слабого звена», может описываться двухпараметрическим распределением Вейбулла, которое учитывает статистическую природу разрушения материалов [27]. Этот подход широко применяется в инженерной практике для прогнозирования прочности материалов, но имеет свои ограничения при анализе сложных структур. Тем не менее, большинство существующих моделей сосредоточены на однофакторном анализе, игнорируя такой важный геометрический параметр как линейная плотность, что существенно ограничивает их прогностическую точность. Такое упрощение может приводить к погрешностям в расчетах, особенно при проектировании изделий с нестандартными геометрическими параметрами.

Линейная плотность (текс) является технологическим параметром, отражающим суммарное поперечное сечение и структурную организацию полифиламентной нити. Она косвенно влияет на проявление механических свойств, поскольку определяется числом элементарных волокон, степенью их упаковки и крутки, что, в свою очередь, влияет на равномерность распределения нагрузки между волокнами. С учётом положений теории статистической прочности, в частности модели Вейбулла, увеличение линейной плотности и, как следствие, поперечных размеров нити сопровождается ростом объёма нагружаемой зоны, что повышает вероятность наличия критического дефекта. Это позволяет обоснованно предположить, что с ростом линейной плотности должна наблюдаться тенденция к снижению кажущейся прочности при растяжении.

Современные методы анализа, такие как фазовое полевое моделирование, позволяют изучать масштабные эффекты на микроструктурном уровне с высокой детализацией. Например, работы Дина [26] показали, что взаимодействие межволоконных и внутриволоконных трещин в композитах может быть описано с использованием многопараметрических моделей, учитывающих длину волокон и их ориентацию [28; 29]. Однако применимость таких моделей к базальтовым волокнам требует дополнительной верификации, особенно в контексте влияния технологических параметров производства на конечные свойства. Связано это с тем, что базальтовые нити имеют специфическую структуру, требующую адаптации существующих моделей.

Несмотря на распространённость термина линейная плотность и его широкое применение в текстильной промышленности, в настоящем исследовании предложено перейти от параметра линейная плотность к площади сечения образца нити, для дальнейшего удобства применения подходов механики деформируемого твердого тела. Хотя эта операция по определению площади сечения образца нити из данных по плотности нити и требует некоторых дополнительных расчетов, она позволяет использовать классические методы механики сплошной среды для анализа прочности материалов. Поэтому в дальнейшем будем использовать понятие площади сечения образца нити, которое пропорционально линейной плотности образца нити, что обеспечивает более корректное описание механического поведения материала.

Целью настоящего исследования является выявление масштабных факторов, влияющих на предел прочности базальтовых нитей при одноосном растяжении и установление связывающих их функциональных зависимостей. Эта задача имеет фундаментальное значение для развития теории прочности волокнистых материалов и решения практических инженерных проблем. Кроме того, стандарты испытаний, регламентирующие методы растяжения нитей, требуют уточнения в части учета масштабных эффектов для повышения воспроизводимости результатов.

Для этого проведены эксперименты с варьированием расстояния между креплениями и линейной плотности образцов, что позволило получить механические диаграммы, отражающие влияние данных параметров на разрушение нитей. Результаты работы дополняют существующие модели, такие как метод Вейбулла, и предоставляют инженерам-конструкторам инструмент для прогнозирования поведения базальтовых волокон в реальных условиях эксплуатации, что важно при проектировании ответственных конструкций.

Методика исследования

Принципиально нить, используемая при производстве волокнистых композитов, не является объектом, имеющим круглое сечение. И это усложняет оценку ее эффективных свойств в проектирование композитных материалов. Проблему можно решать путем ведения параметра линейной плотности, но введение параметра затрудняет рассмотрение объекта исследования с позиций механики сплошной среды и использование соответствующих методик расчета и проектирования конструкций. Из теоремы Кёбе — Андреева — Тёрстона [30] может быть получен алгоритм оптимального вписывания окружностей с одинаковым диаметром в другую с заданным диаметром окружности [31]. Используя это алгоритм, можно применить подход, учитывающий диаметр волокна и их количества в нити, моделирующий непосредственно сечение нити как совокупности волокон определенного (рассчитанного как среднего по совокупности) радиуса.

Для исследования параметров волокна были выбраны нити марки РНБ-9-200-4с с заявленной производителем линейной плотностью 200 текс.

С помощью оптического стереомикроскопа ZEISS SteREO Discovery v12 измерены диаметр отдельного волокна и диаметр плотно упакованной нити (рис. 1), данные приведены в табл. 1.

Плотная упаковка достигалась скручиванием вдоль оси нити волокон под углом $\approx 20^0$, тогда поправочный коэффициент к измеренному диаметру составляет $\approx \cos 20° \approx 0{,}94$.

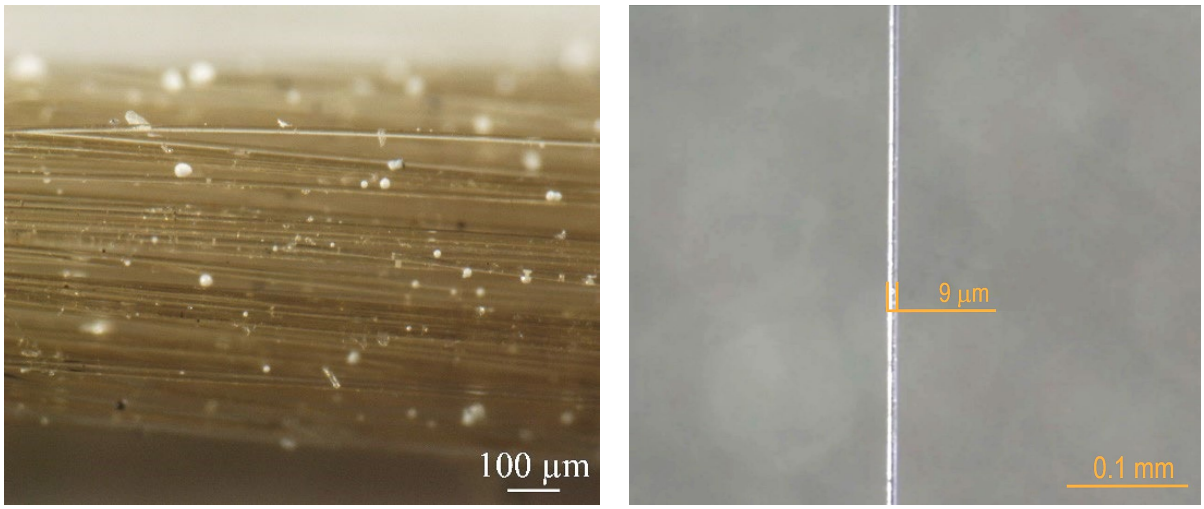
В результате изучения структуры нитей и проведения расчетов с применением алгоритма [31], реализующего оптимальную упаковку, были получены следующие геометрически характеристики, представленные в табл. 1.

Пример рассчитанной по алгоритму оптимальной упаковки геометрической модели сечения исследуемых нитей представлен на рис. 2.

Таблица 1 / Table 1

Структурные параметры нитей
Structural parameters of the yarns

Заявленная линейная плотность, текс	Длина нити, мм	Диаметр волокна, мкм	Масса нити, мгр	Измеренный диаметр нити при плотной упаковке, мм	Измеренная линейная плотность, текс	Рассчитанное количество волокон в нити, шт
200	500	9 ± 0,1	107 + 2	0,170 ± 0,006	212 ± 4	266 ± 14



a *b*

Рис. 1. Структура исследуемых нитей: *a* – базальтовая нить, *b* – базальтовое волокно
Fig.1. Structure of the studied yarns: *a* – basalt yarn, *b* – basalt fiber

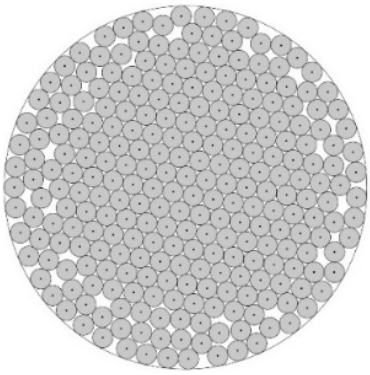


Рис. 2. Модель сечения базальтовой нити из 266 волокон
Fig. 2. Cross-sectional model of a basalt yarn consisting of 266 fibers

Зная средний диаметр одного волокна и количество волокон в нити получим эффективную площадь сечения всей нити (A).

В результате создания модели сечения исследуемой нити по алгоритму оптимального вписывания окружностей были получены:

– Рассчитанная плотность упаковки: 86,2 ± 0,3 %.

– Рассчитанная площадь сечения материала нити (A): 0,017 ± 0,001 мм^2.

Таким образом, измеряя линейную плотность нити, можно получить коэффициент площади сечения нити путем деления линейной плотности на полученную площадь нити (A). Для исследуемых базальтовых нитей коэффициент площади сечения равен 80,58 ± 0,01 м^2/текс.

В дальнейшем, умножая линейную плотность нити на коэффициент площади сечения нити, мы будем переходить от линейной плотности к площади сечения образца нити.

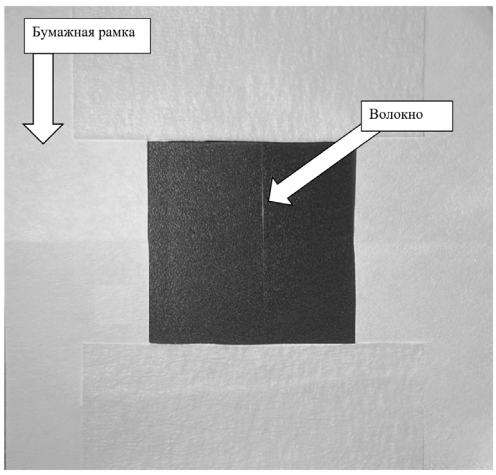
Механические испытания волокон базальтовых нитей проведены в научной лаборатории «Центр экспериментальной механики» Пермского национального исследовательского политехнического университета.

Методика испытаний состояла в следующем. Образец волокна вклеивался с помощью бумажного скотча в бумажную рамку, как показано на рис. 3. Затем образец устанавливался в захватные приспособления испытательной машины Instron 5965 (датчик нагрузки с точностью измерений усилий 0,5% в диапазоне от 0,01 Н до 5 Н).

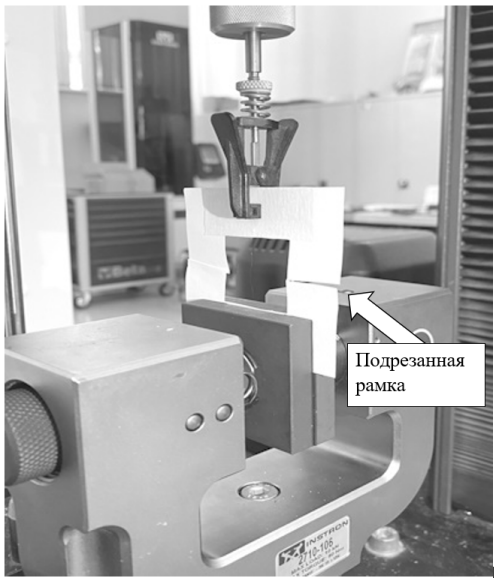
Перед стартом испытания бумажная рамка подрезалась (на рис. 3, *b*) и затем образец волокна нагружался с скоростью деформирования 10 мин$^{-1}$. В процессе испытания контролировалось, что разрушение происходит в центральной зоне.

В результаты испытаний 10 образов волокна с последующей статистической обработкой по методу Стьюдента с 95%-ным доверительным интервалом определён предел прочности волокна составил 3502 ± 86 МПа.

Для выявления масштабных эффектов влияния длины нагружаемой нити (L) и площади сечения нити (количества волокон в нити) проведены испытания 27 образцов для трех типов нитей марок РНБ-9-200-4с, РНБ-9-1200-4с, РНБ-9-2400-4с с соответственно заявленными линейными плотностями 200, 1200 и 2400 текс на трех измерительных базах (расстояниях между захватами) в 100, 600 и 1100 мм.



a



b

Рис. 3. Испытание волокна:
a – образец волокна, *b* – ход испытания

Fig. 3. Fiber testing: *a* – fiber specimen, *b* – testing process

Испытания нитей проводились на испытательной системе Instron 5965 (датчик нагрузки 5Н÷5кН, точность 0,5%). Скорость испытания составляла: 10 мин$^{-1}$.

Испытания проводились с варьированием расстояний между улиточными пневматическими захватами. Нить закреплялась в улиточных захватах, которые минимизируют концевые эффекты в растягиваемой нити за счет своей конструкции. В процессе испытания контролировалось место разрушения образцов и во всех испытаниях оно находилось в центре между захватами.

Результаты испытаний и анализ полученных данных

Для выявления масштабных факторов, влияющих на предел прочности нити, все результаты могут быть представлены в осях: «предел прочности – длина образца нити» и «предел прочности – площадь сечения образца нити». Эти результаты представлены графически далее в разделе, посвященном верификации уравнения, учитывающего масштабные эффекты (рис. 4, 5) с доверительным интервалом для 95% вероятности.

Изучение предоставленных данных позволяет выявить следующие закономерности:

1. Зависимость предела прочности от длины рабочей зоны:

– Для всех типов нитей наблюдается снижение предела прочности с увеличением длины рабочей зоны. Однако степень этого снижения существенно различается для нитей разной линейной плотности.

2. Зависимость от линейной плотности (площадь сечения образца нити):

– С увеличением линейной плотности (и, соответственно, площади поперечного сечения) предел прочности возрастает, но эта зависимость нелинейная и имеет насыщающийся характер.

3. Взаимосвязь параметров: степень влияния длины рабочей зоны на прочность уменьшается с ростом линейной плотности нити. Для тонких нитей (200 текс) изменение длины от 100 мм до 1100 мм приводит к снижению прочности более чем в 2,8 раза, тогда как для толстых нитей (2400 текс) это снижение составляет всего около 5 %.

Для нитей, состоящих из множества отдельных волокон, критическим фактором может быть недостаточная длина отдельных волокон по сравнению с длиной рабочей зоны образца. Если длина рабочей зоны превышает длину волокон, то прочность нити определяется способностью передачи нагрузки между волокнами через матрицу или поверхностные взаимодействия, что обычно приводит к снижению эффективной прочности.

Анализ данных показывает, что для тонких нитей (200 текс) влияние длины рабочей зоны на прочность значительно сильнее, чем для толстых нитей (2400 текс). Это можно объяснить следующим образом: в толстых нитях, содержащих большее количество волокон, вероятность наличия достаточно длинных волокон, перекрывающих всю рабочую зону, выше, чем в тонких нитях. Следовательно, масштабный эффект в толстых нитях проявляется слабее.

Построение многопараметрического уравнения

При анализе данных видно, что полученные результаты имеют существенную нелинейность зависимости предела прочности именно от площади сечения нити.

Если использовать термин предельная прочность (σ_0) как максимальное значение предела прочности при длине рабочей зоны $L \to 0$, то наиболее адекватным представляется описание предела прочности с помощью экспоненциальной зависимости σ_B от отношения длины рабочей зоны нагружаемого образца нити L к некоторой характеристической длине L_C, которая, как будет показано дальше, так же зависит от площади сечения нити:

$$\sigma_B = \sigma_0(A)e^{-\frac{L}{Lc(A)}}, \quad (1)$$

где:

– σ_B – предел прочности, МПа;

– L – длина рабочей зоны, мм;

– A – эффективная площадь поперечного сечения нити, мм^2;

– $\sigma_0(A)$ – предельная прочность при $L \to 0$, МПа;

– $L_C(A)$ – характеристическая длина, зависящая от площади сечения нити, мм.

Определение характеристической длины $L_C(A)$

Решая уравнение (1) для средних значений предела прочности полученных экспериментальных данных видно, что зависимость L_C от площади сечения A может быть описана квадратичной функцией:

$$L_C(A) = k_o + k_1 \cdot A + k_2 A^2, \quad (2)$$

где k_o, k_1, k_2 – константы, подлежащие определению.

Используя метод наименьших квадратов для трех точек, получаем (R^2=1):

$k_o = 530, k_1 = 22700, k_2 = 355000.$

Определение предельной прочности σ₀(A)

Анализ значений σ_0 показывает, что предельная прочность имеет достаточно сложную зависимость, что, скорее всего определяется именно относительно небольшой длиной волокон в исследуемых нитях, силами трения между волокнами. Можно выдвинуть гипотезу, что из-за структуры нити и сил трения между волокнами характер функции, описывающей поведений предельной прочности к площади сечения нити, имеет непрерывный вид. Это механическое поведение может быть описано суммами двух экспонент в пределе стремящейся к значению предела прочности волокна. Можно интерпретировать две экспоненты в формуле как вклад двух физических механизмов:

– первая экспонента — статистический эффект разрушения волокон (слабое звено), доминирует в тонких нитях;

– вторая экспонента — вклад сил трения между волокнами, обеспечивающих перераспределение нагрузки, который растёт с увеличением числа контактов.

Это не просто математическая подгонка, а возможность перехода от эмпирической формулы к физически содержательной теории прочности полифиламентных нитей.

Таким образом по результатам обработки средних значений зависимость предельной прочности σ_0 от эффективной площади сечения нити A может быть описано как

$$\sigma_0 = a_0 + a_1 \, e^{-t_1 A} + a_2 \, e^{-t_2 A}, \quad (3)$$

где a_o, a_1, a_2, t_1, t_2 – константы, подлежащие определению.

Используя метод наименьших квадратов для трех экспериментальных точек (предельная прочность для средних значений предела прочности нити), получаем коэффициенты формулы (3) (R^2=1):

$a_o = 3500, a_1 = -8730, a_2 = -464{,}4,$
$t_1 = 100, \; t_2 = 10.56.$

Таким образом, итоговый вид формулы (1) для исследуемых типов нитей выглядит как:

$$\sigma_B = (a_0 + a_1 \, e^{-t_1 A} + a_2 \, e^{-t_2 A}) \cdot e^{-\frac{L}{k_o + k_1 A + k_2 A^2}}, \quad (4)$$

где L – длина рабочей зоны образца нити при растяжении, $a_o, a_1, a_2, t_1, t_2 \; k_o, k_1, k_2$ – параметры, связанные с количеством волокон в нити, трибологическими характеристиками волокна, длиной отдельных волокон в нити.

Верификация уравнения

Проверим точность предложенной формулы (4) на всех экспериментальных данных, представленных в осях «предел прочности (σ_B) – длина рабочей зоны (L)» (см. рис. 4) и «предел прочности (σ_B) – площадь эффективного сечения нити (A)» (рис. 5).

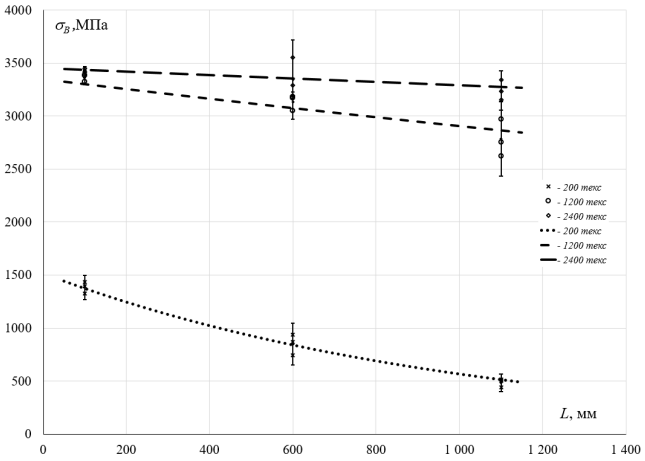


Рис. 4. Зависимости «предел прочности (σ_B) – длина рабочей зоны (L)» для заявленных производителем линейных плотностей: 200,1200 и 2400 текс

Fig. 4. “Tensile strength (σ_B) – gauge length (L)” relationships for the manufacturer-specified linear densities: 200, 1200, and 2400 tex

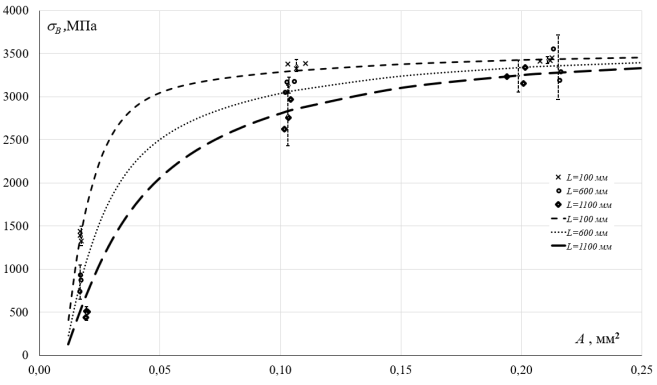


Рис. 5. Зависимости «предел прочности (σ_B) – площадь эффективного сечения нити (A)» для длин рабочей зоны нитей (L): 100, 600, 1100 мм

Fig. 5. “Tensile strength (σ_B) – effective cross-sectional area of the yarn (A)” relationships for yarn gauge lengths (L): 100, 600, 1100 mm

Для 200 текс (A = 0,017 мм²) имеем расчетные значения:

– L = 100 мм: σ_B = 1383 МПа (реально: 1384 МПа, ошибка: 0.07%);

– L = 600 мм: σ_B = 855 МПа (реально: 849 МПа, ошибка: 0,7%);

– L = 1100 мм: σ_B = 527 МПа (реально: 485 МПа, ошибка: 8,7 %);

Для 1200 текс (A = 0,107 мм²):

– L = 100 мм: σ_B = 3352 МПа (реально: 3364 МПа, ошибка: 0,4 %);

– L = 600 мм: σ_B = 3121 МПа (реально: 3134 МПа, ошибка: 0,4 %);

– L = 1100 мм: σ_B = 2904 МПа (реально: 2783 МПа, ошибка: 4,3 %);

Для 2400 текс (A = 0,211 мм²):

– L = 100 мм: σ_B = 3383 МПа (реально: 3427 МПа, ошибка: 1.3 %);

– L = 600 мм: σ_B = 3305 МПа (реально: 3346 МПа, ошибка: 1,2 %);

– L = 1100 мм: σ_B = 3223 МПа (реально: 3242 МПа, ошибка: 0,6 %).

Средняя ошибка по всем 27 экспериментальным точкам составляет около 2,5 %, что свидетельствует о хорошей точности предложенной многопараметрической формулы.

Формула (4) содержит 8 подгоночных параметров (a_0, a_1, a_2, t_1, t_2, k_0, k_1, k_2), но построена по всего 9 средним точкам (3 линейных плотности на 3 длины). Это создает риск потери обобщающей способности. Хотя $R^2 = 1$, это не гарантирует внешней валидности. Необходимо проведение перекрестной проверки.

Проведя упрощенную перекрестную проверку, получаем для нити в 1200 текс данные, представленные в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

Результаты перекрёстной проверки

Cross-validation results

Рабочая длина образца нити (L), мм	Экспериментальное σ_B, МПа	Прогнозируемое σ_B, МПа	Ошибка, %
100	3364	3278	2,55
600	3134	3017	3,72
1100	2783	2777	0,20
Средняя ошибка, %		2,16	

Уравнение (4) показывает хорошую обобщающую способность: при применении на крайних типах нитей (200 и 2400 текс), она с средней ошибкой ~2,16 % предсказывает поведение промежуточной нити (1200 текс). Ошибка в диапазоне 2–4 % обычно приемлема для инженерных приложений.

Физическая интерпретация масштабного фактора

Предложенная формула (1) в контексте механики волокнистых материалов может иметь следующую физическую интерпретацию:

1. Характеристическая длина L_C представляет собой эффективную длину волокон в нити, которая определяет масштаб, при котором начинает проявляться масштабный эффект. Эта длина зависит от площади сечения нити, что объясняется следующим образом:

– в нитях с большим поперечным сечением (большее количество волокон) выше вероятность наличия длинных волокон, перекрывающих всю рабочую зону;

– статистически, при увеличении количества волокон N (пропорционального площади сечения A), максимальная эффективная длина волокон в нити увеличивается, что приводит к росту L_C.

2. Предельная прочность $\sigma_0(A)$ отражает прочность нити в случае, когда длина рабочей зоны меньше эффективной длины волокон. Для тонких нитей (A < 0,1 мм²) наблюдается снижение σ_0 с уменьшением площади сечения, что может быть связано с:

– увеличением относительного влияния дефектов по мере уменьшения размеров поперечного сечения;

– недостатками укладки и влиянием ориентацией волокон в тонких нитях, снижающих эффективную прочность нити;

– технологическими недостатками при производстве базальтовых волокон.

3. Двухэкспоненциальная зависимость предельной прочности от площади сечения может быть интерпретирована как суперпозиция двух физических механизмов:

– статистического разрушения волокон по принципу «слабого звена», доминирующего в тонких нитях;

– трибологического усиления за счёт передачи нагрузки между волокнами через силы трения, возрастающего с увеличением числа контактов в толстых нитях.

Такая интерпретация согласуется с наблюдаемым ослаблением масштабного эффекта при увеличении линейной плотности.

4. Степенная зависимость (2) для L_C может указывать на трехмерный характер распределения волокон в нити. Количество волокон (N) пропорционально площади сечения нити, и если предположить, что эффективная длина волокон пропорциональна квадратичной функции количества волокон, то это может свидетельствовать о том, что эффективная длина волокон растет быстрее линейного закона с увеличением количества волокон, что согласуется с теорией перколяции и статистической прочности [32].

Заключение

Предложенная формула (4) представляет собой развитие классических подходов к описанию масштабного эффекта:

1. Теория Вейбулла обычно описывает предел прочности как $\sigma_B \sim V^{(-1/m)}$, где V – объем образца, m – параметр Вейбулла. Однако для волокнистых материалов, где дефекты распределены вдоль волокон, более уместно использовать одномерную модель.

2. Концепция критической длины волокна в композитах утверждает, что прочность композита резко возрастает, когда длина волокон превышает критическое значение [33; 34]. В данном случае мы наблюдаем плавное уменьшение прочности с ростом длины рабочей зоны, что указывает на статистическое распределение длин волокон в нити.

3. Модель «слабого звена» предполагает, что прочность определяется наиболее слабым участком в образце [35]. В применении к базальтовым нитям это означает, что вероятность наличия критического дефекта возрастает с увеличением длины рабочей зоны. Экспоненциальная форма зависимости, полученная в данной работе, хорошо согласуется с этой теорией.

4. Уравнение (4) является эмпирическим выражением, а не строго физическим, и описывает, а не объясняет полностью масштабный эффект.

Полученные результаты имеют важные технологические выводы для производства и применения базальтовых нитей:

1. Для тонких нитей (200 текс):

– масштабный эффект выражен наиболее сильно, поэтому при использовании таких нитей в длинномерных конструкциях необходимо учитывать значительное снижение прочности;

– оптимальная длина рабочей зоны для максимальной эффективной прочности не должна превышать 200-300 мм;

– увеличение прочности может быть достигнуто за счет повышения однородности и увеличения длины отдельных волокон в нити.

2. Для средних нитей (1200 текс):

– масштабный эффект умеренный, что делает эти нити более универсальными для различных приложений;

– при длинах рабочей зоны до 500 мм снижение прочности составляет менее 5%, что может быть допустимо для многих практических применений.

3. Для толстых нитей (2400 текс):

– масштабный эффект слабо выражен, что делает эти нити предпочтительными для длинномерных конструкций;

– однако их использование может быть экономически нецелесообразным из-за более высокой стоимости.

Для улучшения свойств базальтовых нитей рекомендуется:

– увеличить длину отдельных волокон, особенно для тонких нитей, чтобы снизить масштабный эффект;

– оптимизировать процесс формования нитей для улучшения ориентации и укладки волокон, что повысит σ_0 для тонких нитей;

– для специфических приложений с большой длиной рабочей зоны использовать комбинированные структуры, например, пучки тонких нитей, что может обеспечить более высокую эффективную прочность по сравнению с одной толстой нитью.

В результате проведенного анализа установлено, что предел прочности базальтовых нитей при растяжении подчиняется многопараметрическому масштабному закону, зависящему как от длины рабочей зоны, так и от площади поперечного сечения. Предложена формула вида (4). Это уравнение с хорошей точностью (средняя ошибка 2,5 %) описывает экспериментальные данные по всем 27 образцам и позволяет прогнозировать прочностные характеристики базальтовых нитей для произвольных комбинаций геометрических параметров в исследованном диапазоне.

Физическая интерпретация уравнения (4) связывает наблюдаемый масштабный эффект с конечной длиной отдельных волокон в нити и их статистическим распределением. Для тонких нитей (200 текс) длина волокон сопоставима с длиной рабочей зоны, что приводит к сильному масштабному эффекту. Для толстых нитей (2400 текс) эффективная длина волокон значительно превышает исследованные длины рабочей зоны, поэтому масштабный эффект проявляется слабо.

Полученные результаты имеют важное значение для оптимального выбора базальтовых нитей в различных приложениях, где критичны прочностные характеристики, а также для совершенствования технологий производства базальтовых волокон с улучшенными свойствами. В частности, для применения в длинномерных конструкциях рекомендуется использовать более толстые нити (1200–2400 текс), тогда как для коротких элементов с высокими требованиями к прочности могут быть предпочтительны тонкие нити (200 текс), при условии, что их длина рабочей зоны не превышает 200–300 мм.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на изучение влияния других факторов, таких как скорость деформации, температура испытаний и микроструктурные особенности базальтовых волокон, на масштабный эффект, а также на расширение диапазона исследованных геометрических параметров для уточнения предложенной математической формулы.

Библиографический список

1. Sim J., Park C., Moon D.Y. Characteristics of basalt fiber as a strengthening material for concrete structures // Compos Part B Eng. – 2005. – V. 36, No. 6. – pp. 504-512. DOI: 10.1016/j.compositesb.2005.02.002

2. Liu Q., Shaw M.T., Parnas R.S., McDonnell A. Investigation of basalt fiber composite mechanical properties for applications in transportation // Polym Compos. – 2006. – No. 27(1). – pp. 41-48. DOI: 10.1002/ppp.20162

3. Di Ludovico M., Prota A., Manfredi G. Structural Upgrade Using Basalt Fibers for Concrete Confinement // J Compos Constr. – 2010. – V.14, No.5 – pp. 541-552. DOI: 10.1061/(ASCE)CPP.1943-5614.0000114

4. Liu H., Yu Y., Liu Y., Zhang M., Li L., Ma L. [et al.] A Review on Basalt Fiber Composites and Their Applications in Clean Energy Sector and Power Grids // Polymers. – 2022. – V. 14, No. 12 – P.2376. DOI: 10.3390/polym14122376

5. Mundhe G.S., Mahanwar P.A., Patil J.R., Elamaran S. A Review on Basalt Fiber and Basalt Fiber Reinforced Polymer Composites: Advancement and Industrial Applications // Int J Res Appl Sci Eng Technol. – 2023 – V. 11, No. 4 – pp. 1729-1752. DOI: 10.22214/ijraset.2023.50471

6. Ary Subagia I.D.G., Kim Y., Tijing L.D., Kim C.S., Shon H.K. Effect of stacking sequence on the flexural properties of hybrid composites reinforced with carbon and basalt fibers // Compos Part B Eng. – 2014. – № 58. – pp. 251-258. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.10.027

7. Nisini E., Santulli C., Liverani A. Mechanical and impact characterization of hybrid composite laminates with carbon, basalt and flax fibres // Compos Part B Eng. – 2017. – № 127. – pp. 92-99. DOI: 10.1016/j.compositesb.2016.06.071

8. Джигирис Д.Д., Махова М.Ф. Основы производства базальтовых волокон и изделий. – М: Теплоэнергетик, 2002. – 407 с.

9. Militký J., Mishra R., Jamshaid H. Basalt fibers. B: Handbook of Properties of Textile and Technical Fibres // Woodhead Publishing. – 2018 – pp. 805-840. DOI: 10.1016/B978-0-08-101272-7.00020-1

10. Nautiyal M., Shrinet A., Ramachandran M. Mechanical, Thermal and Morphological Characterization of Basalt Fibre Composite - A Review // IOP Conf Ser Mater Sci Eng. – 2020. – №810 – P. 012043. DOI: 10.1088/1757-899X/810/1/012043

11. Roenbeck M.R., Cline J., Wu V., Afshari M., Kellner S., Martin P. [et al.]. Structure–property relationships of aramid fibers via X-ray scattering and atomic force microscopy // J Mater Sci. – 2019. – V. 54, No 8. – pp. 6668-6683. DOI: 10.1007/s10853-018-03282-x

12. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: I. Literature review // Compos Sci Technol. – 1999. – № 59(2) – pp. 209-220. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00065-7

13. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: II. Unidirectional laminates // Compos Sci Technol. – 1999. – №5 9(2) – pp. 221-233. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00083-9

14. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: III. Woven-roving laminates // Compos Sci Technol. – 1999. – № 59(2) pp. 235-251. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00106-7

15. Moreton R. The effect of gauge length on the tensile strength of R.A.E. carbon fibres // Fibre Sci Technol. – 1969. – №1(4) – pp. 273-284. DOI: 10.1016/0015-0568(69)90012-8

16. Hitchon J.W., Phillips D.P.P. The effect of specimen size on the strength of CFRP // Composites. – 1978. – № 9(2) – pp. 119-124. DOI: 10.1016/0010-4361(78)90590-6

17. Mikheev P.V., Mostovoy T.E., Stepashkin A.A., Gevorkova A.V., Hussom M. Methodological Challenges in Accounting for Test\ Conditions When Determining the Static Elastic Modulus of Advanced Aramid Structural Fibers // Fibre Chem. – 2024. – V. 55, No. 5 – pp. 328-333. DOI: 10.1007/s10692-024-10485-3

18. Shi F.J. A Study on Structure and Properties of Basalt Fiber // Appl Mech Mater. – 2012. – №238 – pp. 17-21. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.238.17

19. Bauer F., Kempf M., Weiland F., Middendorf P. Structure-property relationships of basalt fibers for high performance applications // Compos Part B Eng. – 2018. – №145 – pp. 121-128. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.03.028

20. Zeng L., Geng Y., Li T., Zhang H., Zhang R., Yuan Z. [et al.]. Effect of ZrO2-TiO2 co-doping on the structure, alkali resistance and mechanical properties of basalt fibers // Constr Build Mater – 2024. – №438 – pp. 137312. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2024.137312

21. Xing D., Xi X.-Y., Ma P.-Ch. Factors governing the tensile strength of basalt fibre // Compos Part Appl Sci Manuf. – 2019. – №119 – pp. 127-133. DOI: 10.1016/j.compositesa.2019.01.027

22. Yang C., Liu Z., Tong X., Guo L., Miao S., Jiang L. [et al.]. Effects of raw material homogenization on the structure of basalt melt and performance of fibers // Ceram Int. – 2022. – №48 (9) – pp. 1998-2005. DOI: 10.1016/j.ceramint.2022.01.049

23. Xing D., Xi X.Y., Qi M.G., Zheng Q.B., Ma P.-Ch. Optimization on the formulation of sizing to enhance the mechanical properties of basalt fiber // J Text Inst. – 2021. – №112(4) – pp. 515-525. DOI: 10.1080/00405000.2020.1771078

24. Cho J., Park J. Hybrid fiber-reinforced composite with carbon, glass, basalt, and para-aramid fibers for light use applications // Mater Res Express. – 2021. – № 8(12) – P. 125304. DOI: 10.1088/2053-1591/ac406f

25. Dhand V., Mittal G., Rhee K.Y., Park S.J., Hui D. A short review on basalt fiber reinforced polymer composites // Compos Part B Eng. – 2015. – № 73 – pp. 166-180. DOI: 10.1016/j.compositesb.2014.12.011

26. Dean A., Asur Vijaya Kumar P.K., Reinoso J., Gerendt C., Paggi M., Mahdi E. [et al.]. A multi phase-field fracture model for long fiber reinforced composites based on the Puck theory of failure // Compos Struct. – 2020. – № 251 – P. 112446. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112446

27. Shao J., Wang F., Li L., Zhang J. Scaling Analysis of the Tensile Strength of Bamboo Fibers Using Weibull Statistics // Adv Mater Sci Eng. – 2013. – V. 2013. – pp. 1-6. DOI: 10.1155/2013/167823

28. Asur Vijaya Kumar P.K., Dean A., Reinoso J., Paggi M. A multi phase-field-cohesive zone model for laminated composites: Application to delamination migration // Compos Struct. – 2021. – №276 – PP. 114471. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114471

29. Asur Vijaya Kumar P.K. Size Scale Effects in Fiber-Reinforced Composites Using Phase Field [Электронный ресурс] // Conference: 9th ECCOMAS Thematic Conference on the Mechanical Response of Composites. – Trapani, Sicily, Italy, 2023. URL:https://www.researchgate.net/publication/374023136_Size_Scale_Effects_in_Fiber-Reinforced_Composites_Using_Phase_Field (дата обращения: 30.09.2025).

30. Huang X.J. Wang Z.P. A note on the uniqueness of Koebe-Andreev-Thurston theorem // Acta Mathematica Sinica, English Series. – 2012. – Vol. 28, No. 7. – pp. 1469-1474. DOI: 10.1007/s10114-012-9584-6

31. Collins C.R., Stephenson K. A circle packing algorithm // Comput Geom. – 2003. – №25(3) – pp. 233-256. DOI: 10.1016/S0925-7721(02)00099-8

32. Saberi A.A. Recent advances in percolation theory and its applications // Phys Rep. – 2015. – №578 – pp. 1-32. DOI: 10.1016/j.physrep.2015.03.003

33. Перепелкин К.Е. Армирующие волокна и волокнистые полимерные композиты – Санкт-Петербург: Научные основы и технологии, 2009. – 380 с.

34. Михайлин Ю.А. Волокнистые полимерные композиционные материалы в технике – Санкт-Петербург: Научные основы и технологии, 2013. – 720 с.

35. Marques J.M.E., Mžourek M., Papuga J., Růžička M., Benasciutti D. A probabilistic stress-life model supported by weakest link principle and highly-stressed volume/surface area concepts // Int J Fatigue. – 2024. – №178 – P. 108006. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2023.108006

References

1. Sim J., Park C., Moon D.Y. Characteristics of basalt fiber as a strengthening material for concrete structures. *Compos Part B Eng.,* 2005, vol. 36, no. 6, pp. 504-512. DOI: 10.1016/j.compositesb.2005.02.002

2. Liu Q., Shaw M.T., Parnas R.S., McDonnell A. Investigation of basalt fiber composite mechanical properties for applications in transportation. *Polym. Compos*., 2006, no. 27(1), pp. 41-48. DOI: 10.1002/ppp.20162

3. Di Ludovico M., Prota A., Manfredi G. Structural upgrade using basalt fibers for concrete confinement. *J. Compos. Constr.,* 2010, vol. 14, no. 5, pp. 541-552. DOI: 10.1061/(ASCE)CPP.1943-5614.0000114

4. Liu H., Yu Y., Liu Y., Zhang M., Li L., Ma L. et al. A Review on basalt fiber composites and their applications in clean energy sector and power grids. *Polymers,* 2022, vol. 14, no. 12, P. 2376. DOI: 10.3390/polym14122376

5. Mundhe G.S., Mahanwar P.A., Patil J.R., Elamaran S. A review on basalt fiber and basalt fiber reinforced polymer composites: advancement and industrial applications. *Int. J. Res. Appl. Sci. Eng. Technol,* 2023, vol. 11, no. 4, pp. 1729-1752. DOI: 10.22214/ijraset.2023.50471

6. Ary Subagia I.D.G., Kim Y., Tijing L.D., Kim C.S., Shon H.K. Effect of stacking sequence on the flexural properties of hybrid composites reinforced with carbon and basalt fibers. *Compos. Part. B. Eng,* 2014, no 58, pp. 251-258. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.10.027

7. Nisini E., Santulli C., Liverani A. Mechanical and impact characterization of hybrid composite laminates with carbon, basalt and flax fibres. *Compos. Part. B. Eng.,* 2017, no. 127, pp. 92-99. DOI: 10.1016/j.compositesb.2016.06.071

8. Dzhigiris D.D., Makhova M.F. Osnovy proizvodstva bazal'tovykh volokon i izdelii [Basics of production of basalt fibers and products]. Moscow, Teploenergetik, 2002, 407 p.

9. Militký J., Mishra R., Jamshaid H. Basalt fibers. B: Handbook of properties of textile and technical fibres. *Woodhead Publishing,* 2018, pp. 805-840. DOI: 10.1016/B978-0-08-101272-7.00020-1

10. Nautiyal M., Shrinet A., Ramachandran M. Mechanical, thermal and morphological characterization of basalt fibre composite - A review. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, 2020, no. 810, P. 012043. DOI: 10.1088/1757-899X/810/1/012043

11. Roenbeck M.R., Cline J., Wu V., Afshari M., Kellner S., Martin P. et al. Structure–property relationships of aramid fibers via X-ray scattering and atomic force microscopy. *J. Mater. Sci.*, 2019, vol. 54, no. 8, pp. 6668-6683. DOI: 10.1007/s10853-018-03282-x

12. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: I. Literature review. *Compos. Sci. Technol.,* 1999, no. 59(2), pp. 209-220. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00065-7

13. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: II. Unidirectional laminates. *Compos. Sci. Technol.*, 1999, no. 59(2), pp. 221-233. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00083-9

14. Sutherland L.S., Shenoi R.A., Lewis S.M. Size and scale effects in composites: III. Woven-roving laminates *Compos. Sci. Technol.*, 1999, no. 59(2), pp. 235-251. DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00106-7

15. Moreton R. The effect of gauge length on the tensile strength of R.A.E. carbon fibres. *Fibre. Sci. Technol.,* 1969, no. 1(4), pp. 273-284. DOI: 10.1016/0015-0568(69)90012-8

16. Hitchon J.W., Phillips D.P.P. The effect of specimen size on the strength of CFRP // Composites. – 1978. – № 9(2) – pp. 119-124. DOI: 10.1016/0010-4361(78)90590-6

17. Mikheev P.V., Mostovoy T.E., Stepashkin A.A., Gevorkova A.V., Hussom M. Methodological challenges in accounting for test\ conditions when determining the static elastic modulus of advanced aramid structural fibers. *Fibre Chem*., 2024, vol. 55, no. 5, pp. 328-333. DOI: 10.1007/s10692-024-10485-3

18. Shi F.J. A study on structure and properties of basalt fiber. *Appl. Mech. Mater.,* 2012, no. 238, pp. 17-21. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.238.17

19. Bauer F., Kempf M., Weiland F., Middendorf P. Structure-property relationships of basalt fibers for high performance applications. *Compos. Part B Eng.,* 2018, no. 145, pp. 121-128. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.03.028

20. Zeng L., Geng Y., Li T., Zhang H., Zhang R., Yuan Z. et al. Effect of ZrO2-TiO2 co-doping on the structure, alkali resistance and mechanical properties of basalt fibers. *Constr. Build Mater.,* 2024, no. 438, P. 137312. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2024.137312

21. Xing D., Xi X.-Y., Ma P.-Ch. Factors governing the tensile strength of basalt fibre. *Compos. Part Appl. Sci. Manuf.*, 2019, no. 119, pp. 127-133. DOI: 10.1016/j.compositesa.2019.01.027

22. Yang C., Liu Z., Tong X., Guo L., Miao S., Jiang L. et al. Effects of raw material homogenization on the structure of basalt melt and performance of fibers. *Ceram. Int.,* 2022, no. 48(9), pp. 1998-2005. DOI: 10.1016/j.ceramint.2022.01.049

23. Xing D., Xi X.Y., Qi M.G., Zheng Q.B., Ma P.-Ch. Optimization on the formulation of sizing to enhance the mechanical properties of basalt fiber. *J. Text. Inst.*, 2021, no. 112(4), pp. 515-525. DOI: 10.1080/00405000.2020.1771078

24. Cho J., Park J. Hybrid fiber-reinforced composite with carbon, glass, basalt, and para-aramid fibers for light use applications. *Mater. Res. Express.,* 2021, no. 8(12), P. 125304. DOI: 10.1088/2053-1591/ac406f

25. Dhand V., Mittal G., Rhee K.Y., Park S.J., Hui D. A short review on basalt fiber reinforced polymer composites. *Compos. Part B Eng.*, 2015, no. 73, pp. 166-180. DOI: 10.1016/j.compositesb.2014.12.011

26. Dean A., Asur Vijaya Kumar P.K., Reinoso J., Gerendt C., Paggi M., Mahdi E. et al. A multi phase-field fracture model for long fiber reinforced composites based on

the puck theory of failure. *Compos. Struct.,* 2020, no. 251, P. 112446. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112446

27. Shao J., Wang F., Li L., Zhang J. Scaling analysis of the tensile strength of bamboo fibers using weibull statistics. *Adv. Mater. Sci. Eng.*, 2013, vol. 2013, pp. 1-6. DOI: 10.1155/2013/167823

28. Asur Vijaya Kumar P.K., Dean A., Reinoso J., Paggi M. A multi phase-field-cohesive zone model for laminated composites: Application to delamination migration. *Compos. Struct.,* 2021, no. 276, P. 114471. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114471

29. Asur Vijaya Kumar P.K. Size scale effects in fiber-reinforced composites using phase field [Электронный ресурс] / Conference: 9th ECCOMAS Thematic Conference on the Mechanical Response of Composites. – Trapani, Sicily, Italy, 2023, available at: https://www.researchgate.net/publication/374023136_Size_Scale_Effects_in_Fiber-Reinforced_Composites_Using_Phase_Field (accessed 30.09.2025).

30. Huang X.J. Wang Z.P. A note on the uniqueness of Koebe-Andreev-Thurston theorem. *Acta Mathematica Sinica, English Series,* 2012, vol. 28, no. 7. pp. 1469-1474. DOI: 10.1007/s10114-012-9584-6

31. Collins C.R., Stephenson K. A circle packing algorithm. *Comput. Geom.,* 2003, no. 25(3), pp. 233-256. DOI: 10.1016/S0925-7721(02)00099-8

32. Saberi A.A. Recent advances in percolation theory and its applications. *Phys. Rep.*, 2015, no. 578, pp. 1-32. DOI: 10.1016/j.physrep.2015.03.003

33. Perepelkin K.E. Armiruiushchie volokna i voloknistye polimernye kompozity [Reinforcing fibers and fiber polymer composites]. Sankt-Peterburg: Nauchnye osnovy i tekhnologii, 2009, 380 p.

34. Mikhailin Iu.A. Voloknistye polimernye kompozitsionnye materialy v tekhnike [Fibrous polymer composite materials in engineering] Sankt-Peterburg: Nauchnye osnovy i tekhnologii, 2013, 720 p.

35. Marques J.M.E., Mžourek M., Papuga J., Růžička M., Benasciutti D. A probabilistic stress-life model supported by weakest link principle and highly-stressed volume/surface area concepts. *Int. J. Fatigue.*, 2024, no. 178, P. 108006. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2023.108006

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № ФСНМ-2024-0013)
Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Вклад авторов равноценен.

Funding. The study was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FSNM-2024-0013).
Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.
The authors' contributions are equal.