Гавва Л.М., Митрофанов О.В., Фирсанов В.В. Выбор поверхности приведения для оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточнённой теории устойчивости // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 3. С. 43–52. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.3.04

Gavva L.M., Mitrofanov O.V., Firsanov V.V. Base neutral surfase selection for optimal design of structurally-anisotropic aircraft panels made from composite materials with refined buckling theory restrictions. PNRPU Mechanics Bulletin, 2023, no. 3, pp. 43-52. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.3.04

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 3, 2023
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.3.04
УДК 629.7.01

ВЫБОР ПОВЕРХНОСТИ ПРИВЕДЕНИЯ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНСТРУКТИВНО-АНИЗОТРОПНЫХ ПАНЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО УТОЧНЁННОЙ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

Л.М. Гавва, О.В. Митрофанов, В.В. Фирсанов

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 05 декабря 2022 г.
Одобрена: 20 мая 2023 г.
Принята к публикации:
15 июня 2023 г.

Ключевые слова:

композитные панели, эксцентричный набор, тонкостенный стержень, поверхность приведения, оптимальный размерно-весовой проект, ограничения по устойчивости.

АННОТАЦИЯ

Разработка метода оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточненной теории потери устойчивости для реализации оптимального размерно-весового проекта – цель исследования. Распределённая постоянная сжимающая нагрузка приложена к кромкам панели в плоскости обшивки в продольном направлении. Предполагается, что краевые условия на контуре соответствуют частному случаю граничных условий для плоской задачи и задачи изгиба. Сформулированы постановка и аналитическое решение задачи оптимального проектирования для определения геометрических параметров эксцентрично подкреплённых плоских прямоугольных композитных панелей минимальной массы. Условие равноустойчивости составляет базис оптимального проекта. Общая изгибная и многоволновая крутильная формы потери устойчивости имеют одинаковую вероятность проявления, запас по устойчивости полагается близким к единице. Оптимальное проектирование сводится к исследованию целевой весовой функции как функции нескольких переменных на условный экстремум в строгой математической постановке с использованием аналитических методов в сочетании с численными методами. Представлены соотношения новой математической модели для анализа потери устойчивости конструктивно-анизотропных композитных панелей. Научной новизной является развитие теории тонкостенных упругих стержней, связанное с проблемой контакта обшивки и стрингера с учётом деформации сдвига ребра при закручивании. Аналитическое решение сводится к нахождению перемещений единой базисной поверхности приведения, которая может быть выбрана произвольно. В качестве расчетной модели предлагается схематизация панели как конструктивно-анизотропной, когда определяются критические силы общей изгибной формы потери устойчивости. Для исследования многоволнового крутильного выпучивания панели используется аппарат обобщенных функций с целью дискретного ввода жесткостей стрингеров. Решение дифференциального уравнения деформированной поверхности восьмого порядка в замкнутом виде построено в тригонометрических рядах. Результаты оптимального проектирования с ограничениями в рамках уточнённой теории устойчивости открывают возможности для снижения и оптимизации весовых характеристик элементов планера самолета.

© ПНИПУ

© **Гавва Любовь Михайловна**– д.т.н., доц., с.н.с., e-mail: nio1asp@mail.ru.
Митрофанов Олег Владимирович – д.т.н., проф., e-mail: oleg1mitrofanov@yandex.ru.
Фирсанов Валерий Васильевич – д.т.н., проф., e-mail: fersman_v@mail.ru.

Liubov M. Gavva – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher, e-mail: nio1asp@mail.ru.
Oleg V. Mitrofanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: oleg1mitrofanov@yandex.ru.
Valeriy V. Firsanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: fersman_v@mail.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

BASE NEUTRAL SURFASE SELECTION FOR OPTIMAL DESIGN OF STRUCTURALLY-ANISOTROPIC AIRCRAFT PANELS MADE FROM COMPOSITE MATERIALS WITH REFINED BUCKLING THEORY RESTRICTIONS

L.M. Gavva, O.V. Mitrofanov, V.V. Firsanov

Moscow Aviation Institute (National Research University) Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 05 December 2022
Approved: 20 May 2023
Accepted for publication:
15 June 2023

Keywords:

composite panels, non-centric set, thin-walled stringer, base neutral surface, optimal size-weight design, buckling restrictions.

ABSTRACT

The aim of this study is the approach to the optimal design of structurally-anisotropic aircraft bearing surface panels with the restrictions according to the refined buckling theory for the optimal size-weight design implementation. The panels are subjected to the distributed constant compressive loading applied to the edges in the skin plane in the longitudinal direction. The panel contour boundary conditions are assumed to be the particular case with conformable boundary restrictions for the plane problem and problem of bending. The optimal design problem statement and analytical solution are formulated to determine the geometry parameters of a flat rectangular multilayer panel made from composite materials with the eccentric longitudinal and lateral stiffening set being of minimal mass. The equal-buckling condition is the optimal design base. The general bending mode of buckling and multi-wave torsion mode of buckling must have the same occurrence probability while the buckling margin tends to one. The optimal design problem is reduced to the mathematic conditional extremum investigation of the goal weight function with multiple variables using the analytical and numerical methods. New mathematic model relations for the buckling problem investigation of structurally-anisotropic composite panels are presented. The primary scientific novelty of this research is the further development of the thin-walled elastic rib theory related to the contact problem for the skin and rib with an improved rib model. The analytical solution is reduced to determine the displacements of a base neutral surface that may be select arbitrarily. The schematization of the panel as structurally-anisotropic one has been proposed as a design model when the critical forces of total bending mode of buckling are determined. For a multi-wave torsion buckling study, one should use the generalized function techniques for the discrete stringer stiffness. The solution of the strained surface differential equation of an eighth order is designed by a trigonometric series in the closed form. The results of the optimal design with the refined buckling restrictions based on refined buckling analysis calculations offer opportunities to reduce and optimize the weight characteristics of aircraft elements.

© PNRPU

Введение

Авиационная промышленность требует снижения затрат на разработку и эксплуатацию летательных аппаратов (ЛА) в краткосрочной и долгосрочной перспективе. Решению этой проблемы способствует снижение веса элементов планера с использованием резервов композитных конструкций самолётов в процессе проектирования. Необходимо теоретически обоснованное моделирование напряжённо-деформированного состояния (НДС), корректный и подтверждённый экспериментально анализ прочности и устойчивости реальных конструкций в реальных условиях действия внешних нагрузок.

В литературном обзоре рассматриваются предлагаемые на основе математических моделей подходы к решению задач рационального и оптимального проектирования с учётом анизотропии свойств и технологии производства панелей. В обзорной библиографии российских и зарубежных авторов представлены материалы от основополагающих фундаментальных работ до последних достижений.

Объектом исследования являются плоские прямоугольные в плане панели из полимерных композитных материалов (ПКМ) с эксцентричным продольно-поперечным набором и гладкие неподкреплённые обшивки, конструкционная анизотропия которых обусловлена несимметрией структуры многослойного пакета по толщине.

В работах [1; 2] приведён список обзорной литературы, рекомендована библиография по оптимизации подкреплённых композитных панелей. Обзоры посвящены вопросам применения композиционных материалов в авиастроении, расчёту и проектированию конструкций из композиционных материалов в рамках междисциплинарного подхода. Рассматриваются различные аспекты проблем проектирования слоистых композитных пакетов и подкреплённых композитных панелей несущих поверхностей изделий авиационной техники. В обзорах приводится обширный список наименований монографий по мировому опыту расчёта, проектирования и производства, классифицируются существующие теории, излагаются основные методы анализа.

Представлена библиография по оптимальному проектированию аэрокосмических композитных конструкций с минимизацией затрат на разработку [3].

Проанализированы подходы к оптимальному проектированию конструктивно-анизотропных панелей несущих поверхностей ЛА из композиционных материалов с ограничениями в рамках потери устойчивости.

В статьях [4; 5] разработаны методики прикладного рационального проектирования сжатых композитных подкреплённых панелей минимальной массы с обеспечением условий общей и местной потери устойчивости. Авторы [6] рассматривают методы решения оптимизационных задач в программной среде «Диалоговая система многокритериальной оптимизации» при сжатии панелей из многослойных композиционных материалов.

Приведены расчётные соотношения для проектирования подкреплённых стенок нервюр и лонжеронов из композиционных материалов при сдвиговом нагружении и при комбинированном воздействии сжатия и сдвига [7], решены задачи рационального армирования с оптимизацией схем укладки пакетов и задачи оптимизации веса. В [8] выполнено оптимальное проектирование композитного крыла с учётом потери устойчивости подкреплённых панелей.

Проектирование слоистых композитных пластин рассматривается с учётом связанных изгибных и мембранных эффектов [9].

Получено общее решение вариационных задач выпуклого программирования методом свёртывания с целью построения алгоритма численного решения задачи о выпуклых комбинациях для проектирования [10].

Предложены алгоритмы оптимизации, основанные на методе критериев оптимальности и методах нелинейного математического программирования для построения оптимальных проектов многослойных панелей [11; 12]. Выполнены нелинейная оптимизация и проектирование слоистых композитных панелей с ограничениями по устойчивости [13; 14].

Представлена многоуровневая процедура решения задач оптимизации с ограничениями по прочности и устойчивости, реализованная с использованием разработанного программного обеспечения для междисциплинарного проектирования [15–19].

Оптимизируемыми критериями проекта [20] являются критическая нагрузка при сдвиге и температурные напряжения. В пространстве оптимизируемых критериев найдена область допустимых решений. Поставлена и решена задача рационального проектирования ортотропных пластин, работающих в условиях одно- и двухосного сжатия и температурного нагружения, когда докритическое напряжённое состояние полагается однородным [21].

Излагаются результаты оптимальных конечно-элементных расчётов многослойных композитных обшивок [22; 23] и слоистых подкреплённых рёбрами жёсткости панелей из композиционных материалов [24], выполненных с целью максимизации двухосного критического усилия потери устойчивости.

В [25] представлен сравнительный анализ различных подходов к проектированию тонкостенных композитных элементов несущих поверхностей ЛА.

Проблема оптимального и рационального проектирования слоистых композитных пакетов и подкреплённых композитных панелей авиационных конструкций является предметом исследований последних лет отечественных и зарубежных авторов [26–36].

Вопросы проектирования прямоугольных в плане подкреплённых панелей, изготовленных из полимерных композитных материалов и подвергающихся действию статических нагрузок, нашли отражение в научных публикациях значительным диапазоном постановок задач, способов их анализа, итоговых оценок и выводов. Многообразие научных подходов к проблеме указывает на актуальность исследований. Недостаточно изученными при проектировании являются возможности использования принципов конструктивной анизотропии в рамках общей контактной задачи для композитной обшивки и композитного ребра жёсткости; необходимо совершенствование теории учёта кручения подкрепляющих элементов из ПКМ. Проектирование композитных конструкций с учётом технологии изготовления выступает в качестве перспективного направления исследований, когда характеристики и параметры технологических процессов вводятся в расчётные формулы на этапе разработки изделия.

Цель данного исследования состоит в разработке междисциплинарного подхода к оптимальному проектированию конструкционно-анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композиционных материалов для реализации оптимального размерно-весового проекта с ограничениями в соответствии с уточнённой теорией потери устойчивости.

Научную новизну составляет выполненное в работе развитие теории тонкостенных упругих стержней В.З. Власова в рамках общей контактной задачи для обшивки и ребра жёсткости с учётом деформации сдвига при кручении. Новые уточнённые расчётные модели формируют базис процедур проектирования и оптимизации. Новым научным результатом является доказательство инвариантности выбора базисной поверхности приведения для оптимального проектирования конструкционно-анизотропных панелей ЛА из ПКМ с ограничениями по уточнённой теории потери устойчивости.

Математическая модель

1. Сложное напряжённо-деформированное состояние конструкционно-анизотропных панелей из композиционных материалов

Решение статических задач строится в перемещениях с использованием гипотез и допущений технической теории тонких пластин для обшивки послойно и приводится к определению смещений единой базисной поверхности приведения. В качестве математической модели предлагается схематизировать конструкцию как конструкционно-анизотропную панель путём осреднения жесткостей тонкостенных подкрепляющих элементов, находящихся в условиях косого изгиба и стеснённого кручения вследствие одностороннего контакта с обшивкой [2; 37; 38].

Компоненты тензора напряжений с учётом влияния температуры и предварительного натяжения волокон композита для *k*-го слоя обшивки на макро-уровне определяются равенствами

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix}\overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16}\\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26}\\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66}\end{bmatrix}^{(k)} \times$$

$$\times\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} & -\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}z^{(k)} & -\overline{\alpha}_1^{(k)}\Delta T & -\overline{\varepsilon}_{H1}^{(k)}\\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} & -\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}z^{(k)} & -\overline{\alpha}_2^{(k)}\Delta T & -\overline{\varepsilon}_{H2}^{(k)}\\ \left(\dfrac{\partial u_0}{\partial y}+\dfrac{\partial v_0}{\partial y}\right) & -\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}2z^{(k)} & -\overline{\alpha}_6^{(k)}\Delta T & -\overline{\varepsilon}_{H6}^{(k)}\end{Bmatrix} \quad (1)$$

в рамках гипотезы Кирхгофа теории тонких пластин, где $u_0(x,y)$ и $v_0(x,y)$ – перемещения $u(x,y,z)$ и $v(x,y,z)$ в базисной плоскости приведения при $z=0$, $\overline{Q}_{i,j}^{(k)}, i,j=1,2,6$ – жёсткости, $\overline{\alpha}_j^{(k)}, j=1,2,6$ – коэффициенты температурного расширения, $\overline{\varepsilon}_{Hj}^{(k)}, j=1,2,6$ – деформации натяжения волокон *k*-го слоя, приведённые к осям координат панели, ΔT – разность между комнатной температурой и температурой отверждения при исследовании остаточных температурных напряжений, либо температура внешнего температурного поля. Деформация предварительного натяжения слоя зависит от допускаемой деформации слоя, определяется безразмерным коэффициентом $K_{Hj}^{(k)}, j=1,2,6$, изменяющимся от 0 до 1.

Вариационный метод расчёта тонкостенных пространственных систем в перемещениях В.З. Власова, позволяющий рассмотреть теорию тонкостенных упругих стержней, свободную от гипотезы об отсутствии деформации сдвига, применяется для исследования НДС набора жёсткости. Теория тонкостенных стержней, подкрепляющих обшивку, экспериментально не подтверждается.

Построены новые уравнения, соответствующие деформированному состоянию подкрепляющих элементов из композиционных материалов [2; 37–39]. Компоненты напряжённого состояния композитных стрингеров на макро-уровне *k*-го слоя с учётом влияния температуры и предварительного натяжения волокон вычисляются по формулам

$$\begin{cases}\sigma_{x_1}^{(k)} = \overline{Q}_{11}^{(k)}\left[\dfrac{\partial u_0}{\partial x}-\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}z^{(k)}-\dfrac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}y^{(k)}+\dfrac{\partial(u_4)_1}{\partial x}\omega_1^{(k)}-\overline{\alpha}_1^{(k)}\Delta T-\overline{\varepsilon}_{H1}^{(k)}\right]\\ \tau_{xy_1}^{(k)} = \overline{Q}_{66}^{(k)}\left[-\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\left(\rho_1+\rho_1^0\right)^{(k)}+(u_4)_1\rho_{\omega_1}^{(k)}-\overline{\alpha}_6^{(k)}\Delta T-\overline{\varepsilon}_{H6}^{(k)}\right]\end{cases} \quad (2)$$

Слагаемые $\left[-\dfrac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}y^{(k)}\right]$ и $\dfrac{\partial(u_4)_1}{\partial x}\omega_1^{(k)}$ представляют собой дополнительные по сравнению с теорией тонких пластин осевые деформации, связанные с изгибом подкрепляющих элементов в плоскости панели и депланацией поперечного сечения соответственно. Депланация поперечного сечения $\left[u_4(x)\right]_1$ принимается свободной, $\omega_i^{(k)}(s), i=1,2$ – эпюры секториальных площадей для открытых контуров стрингера и поперечного ребра. При закручивании тонкостенных стержней деформация сдвига связана с поворотом поперечных сечений относительно выбранных полюсов и относительно центров изгиба. $\rho_i^{(k)}(s), \rho_{\omega_i}^{(k)}(s), i=1,2$ – длины перпендикуляров, опускаемых на касательные к контуру в рассматриваемых точках из точек контакта рёбер с обшивкой и из центров изгиба соответственно. Согласно теории «чистого кручения» Сен-Венана, в соотношениях (2) и формулах для поперечного набора введены поправки $\rho_i^{0(k)}, i=1,2$ для деформаций сдвига $\gamma_{xy_1}^{(k)}$ и $\gamma_{yx_2}^{(k)}$

В рамках минимизации функционала полной потенциальной энергии

$$\begin{aligned}\Э = \iint_{F_{xy}} \Phi\Big[&x,y,u_{0x},u_{0y},u_{0yy};v_{0x},v_{0y},v_{0xx};\\ &w,w_{xx},w_{xy},w_{yy},w_{x^2y},w_{xy^2};\\ &(u_4)_1,(u_4)_{1x};(u_4)_2,(u_4)_{2y}\Big]dxdy\end{aligned} \quad (3)$$

строится система дифференциальных уравнений равновесия конструкционно-анизотропной панели из ПКМ и формируются естественные граничные условия.

Рассматривается [2; 39] упрощённый вариант математической модели конструкционно-анизотропных панелей из ПКМ с эксцентричным жесткостным набором, когда в соотношениях (2) и аналогичных формулах для поперечных рёбер пренебрегают членами, содержащими производные $v_{0xx}, u_{0yy}, \left[(u_4)_1\right]_x, \left[(u_4)_2\right]_y$, которые связаны с краевыми эффектами типа «погранслой». Допущение соответствует предположению о малости нормальных напряжений при изгибе в плоскости обшивки и депланации поперечных сечений. Проблема сводится к исследованию медленно меняющегося основного напряжённого состояния, являясь связанной, то есть не разделяется на плоскую задачу и изгиб пластины.

Методом символического интегрирования система дифференциальных уравнений равновесия сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению восьмого порядка в частных производных относительно потенциальной функции Φ(*x*,*y*)

$$\sum_{i=0,1,2,\ldots}^{8} K_{8-i,i}\frac{\partial\Phi(x,y)}{\partial x^{8-i}\partial y^i} = q, \quad (4)$$

через которую посредством линейных дифференциальных операторов связи четвёртого – седьмого порядков выражаются все расчётные величины задачи: компоненты вектора перемещений, внутренние силовые факторы. Постоянные коэффициенты $R_{5\text{-}i,i}$, $i=0,1,\ldots,5$, $S_{5\text{-}i,i}$, $i=0,1,\ldots,5$, $R_{4\text{-}i,i}$, $i=0,1,\ldots,4$ в формулах связи и $K_{8\text{-}i,i}$, $i=0,1,\ldots,8$ разрешающего уравнения (4) определяются упругими характеристиками материала и геометрическими размерами панели.

Технологические процессы производства конструкционно-анизотропных панелей из ПКМ введены в формулы для внутренних силовых факторов температурными усилиями и моментами $N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, N_{yx}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T, H_{yx}^T$, усилиями и моментами от натяжения волокон $N_x^{\mathrm{H}}, N_y^{\mathrm{H}}, N_{xy}^{\mathrm{H}}, N_{yx}^{\mathrm{H}}, M_x^{\mathrm{H}}, M_y^{\mathrm{H}}, H_{xy}^{\mathrm{H}}, H_{yx}^{\mathrm{H}}$.

Разрешающим уравнением задачи для панели ортотропной структуры является неоднородное линейное дифференциальное уравнение восьмого порядка в частных производных относительно искомой потенциальной функции $\Phi(x,y)$, линейный дифференциальный оператор которого содержит производные чётной степени по каждой из координат

$$K_{80}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^8}+K_{62}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^6\partial y^2}+K_{44}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^4\partial y^4}+ \\ +K_{26}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^2\partial y^6}K_{08}\frac{\partial^8\Phi}{\partial y^8}=q. \tag{5}$$

Краевая задача общего вида в прямоугольной области представлена условиями упругой заделки, когда при

$$x=\mathrm{const}\left(\gamma_1u_0+\delta_1N_x\right)=\left(\gamma_2v_0+\delta_2N_{xy}\right)= \\ =\left(\gamma_3w+\delta_3\overline{Q}_x\right)=\left(\gamma_4w_x'+\delta_4M_x\right)=0, \tag{6}$$

$$y=\mathrm{const}\left(\alpha_1u_0+\beta_1N_{yx}\right)=\left(\alpha_2v_0+\beta_2N_y\right)= \\ =\left(\alpha_3w+\beta_3\overline{Q}_y\right)=\left(\alpha_4w_y'+\beta_4M_y\right)=0,$$

коэффициенты $\gamma_i,\delta_i,\alpha_i,\beta_i$, $i=1,2,3,4$, изменяются от 0 до 1.

С использованием равенств (6) строятся все возможные комбинации закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба: свободный край, шарнирно-опёртый край, скользящая заделка, защемление.

2. Выбор поверхности приведения для оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточненной теории устойчивости

Базисная поверхность приведения, в которой располагаются координатные оси и начало отсчёта координаты z, может быть выбрана произвольно.

Результаты численной валидации представлены в табл. 1–4. В качестве примера рассматривается обшивка из углепластика с пакетом несимметричной структуры, состоящим из семи слоёв (рис. 1)

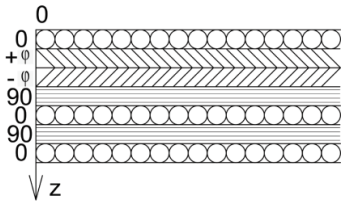


Рис. 1. Обшивка с несимметричным пакетом

Fig. 1. Skin with an asymmetrical package

Таблица 1

Геометрические характеристики панели. Поверхность приведения – верхняя поверхность обшивки

Table 1

Geometric characteristics of the panel. The casting surface is the upper surface of the skin

Слой (k)	z_k		$F^{(k)}$	$S^{(k)}$	$I^{(k)}$
1	Верхняя граница	0,0	0,52	0,14	0,05
	Нижняя граница	0,52			
2	Верхняя граница	0,52	0,52	0,41	0,33
	Нижняя граница	1,04			
3	Верхняя граница	1,04	0,52	0,68	0,89
	Нижняя граница	1,56			
4	Верхняя граница	1,56	0,52	0,95	1,73
	Нижняя граница	2,08			
5	Верхняя граница	2,08	0,52	1,22	2,86
	Нижняя граница	2,6			
6	Верхняя граница	2,6	0,52	1,49	4,27
	Нижняя граница	3,12			
7	Верхняя граница	3,12	0,52	1,76	5,95
	Нижняя граница	3,64			

Таблица 2

Коэффициенты формул связи и разрешающего уравнения. Поверхность приведения – верхняя поверхность обшивки

Table 2

Coefficients of the coupling formulas and the resolving equation. The casting surface is the upper surface of the skin

Функция	Коэф. формул связи			
$u_0(x, y)$	R_{50}	199688931,72		
	R_{32}	724575152,32		
	R_{14}	9619528,4	Коэф. разрешающ. ур-ния	
$v_0(x, y)$	S_{41}	97145015,09	K_{80}	4417171164135,93
	S_{23}	905787202,26	K_{62}	17563698703360,31
	S_{05}	143672266,7	K_{44}	13122576111626,67
$w(x, y)$	R_{40}	114751726,95	K_{26}	4667503661941,57
	R_{22}	409974351,17	K_{08}	630625850367,45
	R_{04}	66874235,49		

Таблица 3

Геометрические характеристики панели. Поверхность приведения – граница 6-го и 7-го слоёв

Table 3

Geometric characteristics of the panel. The casting surface is the boundary of the 6th and 7th layers

Слой (k)	Z_k		$F^{(k)}$	$S^{(k)}$	$I^{(k)}$
1	Верхняя граница	-3,12	0,52	-1,49	4,27
	Нижняя граница	-2,6			
2	Верхняя граница	-2,6	0,52	-1,22	2,86
	Нижняя граница	-2,08			
3	Верхняя граница	-2,08	0,52	-0,95	1,73
	Нижняя граница	-1,56			
4	Верхняя граница	-1,56	0,52	-0,68	0,89
	Нижняя граница	-1,04			
5	Верхняя граница	-1,04	0,52	-0,41	0,33
	Нижняя граница	-0,52			
6	Верхняя граница	-0,52	0,52	-0,14	0,05
	Нижняя граница	0,0			
7	Верхняя граница	0,0	0,52	0,14	0,05
	Нижняя граница	0,52			

Таблица 4

Коэффициенты формул связи и разрешающего уравнения. Поверхность приведения – граница 6-го и 7-го слоёв

Table 4

Coefficients of the coupling formulas and the resolving equation. The casting surface is the boundary of the 6th and 7th layers

Функция	Коэф. формул связи			
$u_0(x, y)$	R_{50}	-158336456,3		
	R_{32}	-554544823,3		
	R_{14}	-199028086,3	Коэф. разрешающ. ур-ния	
$v_0(x, y)$	S_{41}	-260880373,0	K_{80}	4417171164135,93
	S_{23}	-373332773,4	K_{62}	17563698703360,31
	S_{05}	-64975348,0	K_{44}	13122576111626,67
$w(x, y)$	R_{40}	114751726,95	K_{26}	4667503661941,57
	R_{22}	409974351,17	K_{08}	630625850367,45
	R_{04}	66874235,49		

Начало отсчёта координаты z совпадает с верхней поверхностью обшивки (табл. 1, 2), затем – последовательно перемещается по нормали к поверхности и фиксируется на границе слоёв (см. табл. 3, 4).

Матрицы жёсткости панели на растяжение – сжатие неизменны, смешанные матрицы жёсткости, изгибные матрицы жёсткости меняются. Коэффициенты формул связи прогибов с разрешающей потенциальной функцией, а также коэффициенты разрешающего уравнения восьмого порядка инвариантны по отношению к выбору поверхности приведения.

Устойчивость конструкционно-анизотропных композитных панелей

Для разработки процедур рационального и оптимального проектирования конструктивных элементов несущих поверхностей ЛА исследованы сложные этапы анализа проблем расчёта конструкционно-анизотропных композитных панелей, подвергающихся механическому и технологическому температурному воздействиям, вызывающим потерю устойчивости [37; 38; 40; 41].

Постоянные погонные сжимающие усилия приложены в плоскости обшивки к торцевым кромкам панели. Возможны достаточно общие граничные условия на контуре.

Согласно традиционной процедуре проектирования наиболее актуальным для практических расчётов является определение критических сил общей изгибной формы потери устойчивости, при которой число полуволн существенно меньше числа стрингеров, а также определение критических сил многоволнового крутильного выпучивания, связанного с изгибом обшивки между узлами пересечений с поворачивающимися рёбрами. Математическая модель, построенная в рамках принципа конструктивной анизотропии с усреднением жесткостей подкрепляющих элементов по обшивке, правомочна при исследовании изгибной формы потери устойчивости панели. Характеристики жёсткости стержней вводятся дискретно с использованием аппарата обобщённых функций для изучения крутильной формы потери устойчивости.

Задача устойчивости по аналогии с задачей о докритическом напряжённо-деформированном состоянии связана, не разделяется на плоскую и изгиб панели.

Решение задачи устойчивости осуществляется с помощью общего дифференциального уравнения устойчивости восьмого порядка, объединяющего дифференциальное уравнение равновесия и приведённую нагрузку от действия нормальных N_x, N_y и тангенциальных N_{xy}, N_{yx} усилий

$$\frac{K_{80}}{a^8}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^8}+\frac{K_{62}}{a^6b^2}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^6\partial y^2}+\frac{K_{44}}{a^4b^4}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^4\partial y^4}+\frac{K_{26}}{a^2b^6}\frac{\partial^8\Phi}{\partial x^2\partial y^6}+\frac{K_{08}}{b^8}\frac{\partial^8\Phi}{\partial y^8}=$$
$$=\left[\begin{array}{ll}\dfrac{N_xR_{40}}{a^6}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x^6} & +\dfrac{\left(N_{xy}+N_{yx}\right)R_{40}}{a^5b}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x^5\partial y}+\\ +\dfrac{\left(N_xR_{22}+N_yR_{40}\right)}{a^4b^2}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x^4\partial y^2} & +\dfrac{\left(N_{xy}+N_{yx}\right)R_{22}}{a^3b^3}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x^3\partial y^3}+\\ +\dfrac{\left(N_xR_{04}+N_yR_{22}\right)}{a^2b^4}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x^2\partial y^4} & +\dfrac{\left(N_{xy}+N_{yx}\right)R_{04}}{ab^5}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial x\partial y^5}+\\ +\dfrac{N_yR_{04}}{b^6}\dfrac{\partial^6\Phi}{\partial y^6} & \end{array}\right] \quad (7)$$

Задача устойчивости конструкционно-анизотропной композитной панели является нелинейной согласно уравнению (7) и формулам связи компонентов НДС с разрешающей функцией. Для определения критических сил применяется метод линеаризации в рамках приближённого решения.

Выражение

$$P=\frac{\pi^2}{b^2}\frac{K_{80}\left(\frac{m}{c}\right)^8+K_{62}\left(\frac{m}{c}\right)^6n^2+K_{44}\left(\frac{m}{c}\right)^4n^4+K_{26}\left(\frac{m}{c}\right)^2n^6+K_{08}n^8}{\left[R_{40}\left(\frac{m}{c}\right)^4+R_{22}\left(\frac{m}{c}\right)^2n^2+R_{04}n^4\right]\left(\frac{m}{c}\right)^2} \quad (8)$$

при m = 1, 2, 3,... и n = 1, 2, 3,… ограничивает диапазон значений усилий P, когда имеет место изгибное выпучивание базисной поверхности приведения формы

$$\Phi(x, y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} f_{mn}\sin(m\pi x)\sin(n\pi y)$$

дополнительное к исходному докритическому деформированию.

Для определения критического значения нагрузки $P_{кр}$ выражение (8) необходимо минимизировать по параметрам волнообразования.

Строится решение задачи многоволновой крутильной по поперечной оси y форме потери устойчивости плоской прямоугольной в плане композитной панели с эксцентричным подкреплением взаимно-ортогональным набором. Продольные стержни полагаются расположенными дискретно, жесткости поперечных элементов усредняются по обшивке.

Формула для усилий P с точностью до коэффициентов K_{ij} и R_{ij} совпадает с формулой (8). Коэффициенты $\hat{K}_{ij}$ и $\hat{R}_{ij}$ определяются обобщёнными жесткостными характеристиками панели, когда осреднение жесткостей элементов продольного набора по обшивке заменяется дискретным вводом

$$\frac{1}{c_1}\to\begin{cases}\dfrac{2}{b}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\sin^2(n\pi y_i)\\ \dfrac{2}{b}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\cos^2(n\pi y_i)\end{cases}\to\hat{K}_{ij},\hat{R}_{ij},$$

где y_i – координата y дискретно расположенного стрингера, c_1 – расстояние между стрингерами.

Результаты численной реализации

Представлены результаты численной реализации разработанных алгоритмов на основе уточнённой теории при определении критических сил потери устойчивости конструкционно-анизотропных панелей.

Разработан пакет MATLAB-программ и выполнена процедура компьютерной оптимизации конструкционно-анизотропных композитных панелей, подверженных воздействию механических, внешних температурных и технологических температурных нагрузок. В качестве примера на рис. 2 приведены результаты расчёта критических усилий плоских прямоугольных в плане углепластиковых панелей, эксцентрично подкреплённых продольно-поперечным набором рёбер жёсткости и находящихся под действием постоянной погонной сжимающей нагрузки, которая приложена к торцевым кромкам в продольном направлении. Проанализирована зависимость критических сил изгибной и крутильной форм потери устойчивости от отношения сторон панели. Найдены условия равноустойчивости.

Разработанные математические модели и аналитические методы решения краевых задач с разрешающим дифференциальным уравнением устойчивости восьмого порядка, которое построено с уточнением расчётной схемы ребра жёсткости при кручении, верифицированы эмпирически [42].

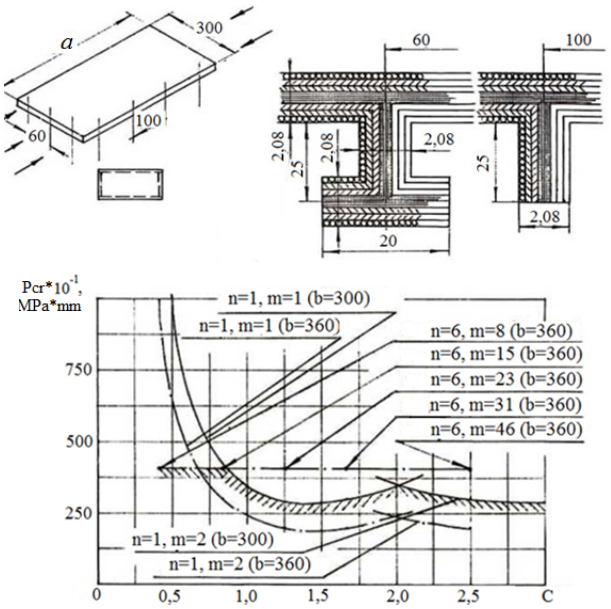


Рис. 2. Панель из углепластика с продольно-поперечным набором. Зависимость критических сил от отношения сторон панели

Fig. 2. A carbon fiber panel with a longitudinal-transverse set. Dependence of critical forces on the relationship of the sides of the panel

Постановка задачи оптимального проектирования конструкционно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с ограничениями по уточненной теории устойчивости

Решения задач устойчивости конструкционно-анизотропных панелей, построенные в рамках уточнённой теории, вводятся в качестве строгих ограничений при исследовании целевой функции веса на условный экстремум в строгой математической постановке

$$\begin{array}{l|l} n_{кр}=\dfrac{\sigma_{кр}}{\sigma}\ge 1 & H_1(X)\Rightarrow P_{кр}^{ИЗГ}(X)-P=0\\ P_{кр}^{ИЗГ}=P_{кр}^{КРУТ} & H_2(X)\Rightarrow P_{кр}^{КРУТ}(X)-P=0. \end{array}$$

Так как коэффициенты формул связи прогибов с разрешающей потенциальной функцией и коэффициенты разрешающего уравнения восьмого порядка инвариантны по отношению к выбору поверхности приведения, критические силы общей изгибной формы потери устойчивости (8) и многоволновой крутильной формы потери устойчивости от выбора поверхности приведения не зависят.

Целевая функция веса панели строится как функция одной переменной – толщины монослоя или как функция многих переменных – геометрических параметров конструкции

$$G = G(X), \quad X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}.$$

Функция Лагранжа является нелинейным функционалом, так как критические силы изгибной и крутильной форм потери устойчивости нелинейны по отношению к геометрическим характеристикам панели

$$F(X,\lambda) = G(X) + \lambda_1\left[P_{\text{кр}}^{\text{ИЗГ}}(X) - P\right] + \lambda_2\left[P_{\text{кр}}^{\text{КРУТ}}(X) - P\right].$$

Безусловная минимизация функционала Лагранжа

$$F_x' = 0, \quad F_\lambda' = 0.$$

осуществляется методом градиентного спуска в рамках методологии нелинейного программирования.

Заключение

Методы анализа статической прочности, устойчивости и проектирования конструкционно-анизотропных панелей несущих поверхностей ЛА из ПКМ разработаны на основе уточнённой теории.

Базисная поверхность приведения, в которой располагаются координатные оси и начало отсчёта координаты z, может быть выбрана произвольно. Критические силы общей изгибной и многоволновой крутильной форм потери устойчивости инвариантны по отношению к выбору поверхности приведения.

Для оптимального проектирования при исследовании целевой функции на условный экстремум в качестве строгих ограничений вводятся результаты построенных уточнённых решений задач устойчивости.

Библиографический список

1. Образцов И.Ф., Сироткин О.С., Литвинов В.Б. Интегральные конструкции из композиционных материалов и перспективы их применения // Конструкции из композиционных материалов. – 2000. – № 2. – С. 78–84.

2. Gavva L.M., Firsanov V.V. Mathematical Models and Methods for Calculating the Stress-Strain State of Aircraft Panels from Composite Materials Taking into Account the Production Technology // Mechanics of Solids. Springer Publ. – 2020. – № 3. – P. 603–612.

3. Edwards D.A., Williams F.W., Kennedy D. Cost optimization of stiffened panels using VICONOPT// AIAA Journa.1998. Vol. 36.№ 2. pp. 267-272.

4. Mitrofanov O.V. Estimation of some approaches to composite wing weight decreasing and optimal reinforcement of stiffened panels with buckling restrictions // Air fleet equipment. – 1998. – Vol. 72(1). – P. 36–40.

5. Митрофанов О.В., Стреляев Д.В. Оптимальное армирование композитных подкрепленных панелей крыла орбитального самолета «ШАТТЛ» // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. – 1999. – Т. 13. – С. 31–34.

6. Rodionov G.L, Sidorenko A.S., Stankevich A.I. Multi-criterion optimization of cylindrical shell from layered composite material // Forth Int. Symposium “Dynamics and technological problems of structure mechanics and continuum mechanics” Yaropolets. – 2000. – P. 4.

7. Mitrofanov O.V. Applied design of rib and spar walls made from composite materials // Air fleet equipment. – 2000. – Vol. 74(3-4). – P. 27–32.

8. Kato Yoko, Kameyama, Hu Ning, Fukunaga Hisao Optimal design of composite wing in view of stiffened panel buckling // Nihon kikai ronbunshu. – 2004. – A. Vol. 70(691). – P. 479–486.

9. Kolpakov A.A. Design of plates with defined stiffness and minimum ply number and materials // Eng. and Physics J. – 2006. – Vol. 79(5). – P. 165–174.

10. Kolpakov A.A., Kolpakov A.G. Solution of the laminated plate design problem: new problems and algorithms // Comput.and Struct. – 2005. – Vol. 83(12-13). – P. 964–975.

11. Чедрик В.В. Оптимизация несущей конструкции из композиционных материалов // Труды ЦАГИ. – 2004. – Т. 2664. – С. 188–198.

12. Chedrick V.V. Practical methods of optimal design of layered composite structures // Compos. Mater. Structure Mechanics. – 2005. – Vol. 11(2). – P. 184–198.

13. Fares M.E., Youssif Y.G., Elshoraky A.E. Non-linear design and control optimization of composite laminated plates with buckling and postbuckling objectives // Int. J. Non-Linear Mech. – 2006. – Vol. 41(6-7). – P. 807–824. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2006.05.003

14. Lindgaard E., Lund E., Rasmussen K. Nonlinear buckling optimization of composite structures considering «worst» shape imperfections // Int. J. Solids and Struct. – 2010. – Vol. 47. – P. 3186–3202. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2010.07.020

15. Андриенко В.М., Белоус В.А. Оптимальное проектирование композитных панелей каркаса крыла с учетом ограничений по прочности и изгибу // Изд-во ЦАГИ, 2001. – Т. 264. – P. 151–158.

16. Karpov Ya.S. Structure composite material optimization of aircraft panels with strength, buckling and deflection restrictions // Strength Probl. – 2004. – Vol. 6. – P. 33–47.

17. Кусяков А.Ш. Алгоритм проектирования подкрепленных композитных пластин // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2013. – № 4 (23). – P. 34–38.

18. Кусяков А.Ш. Проектирование тонких пластин, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. – 2013. – Vol. 45. – P. 30–38.

19. Чедрик В.В. Решение задачи многодисциплинарной оптимизации силовых конструкций на основе многоуровневого подхода // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4-4. – P. 1847–1849.

20. Teters G. Multicriterial optimization of rectangular composite plates subject to longitudinal thermal stresses and sheare buckling // Compos. Mater. Mechanics. – 2007. – Vol. 43(1). – P. 85–91.

21. Куршин Л.М., Матвеев К.А., Моховнёв Д.В., Пустовой Н.В. Устойчивость тонких анизотропных пластин при температурно-силовом нагружении // Механика технических систем. труды научных школ НГТУ. М-во образования и науки Российской Федерации, Новосибирский гос. технический ун-т, Ассоц. выпускников НГТУ-НЭТИ; редкол.: Н.В. Пустовой (отв. ред.) и др. – Новосибирск, 2008. – С. 35–56.

22. Adali S., Lene F., Duvaut G., Chiaruttini V. Optimization of laminated composite subject to uncertain buckling loads // Compos. Struct. – 2003. – Vol. 62(3-4). – P. 261–269.

23. Optimization of laminated composite plates for maximizing buckling load using improved differential evolution and

smoothed finite element method / V. Ho-Huu, T.D. Do-Thi, H. Dang-Trung, T. Vo-Duy, T. Nguyen-Thoi // Composite Structures. – 2016. – Vol. 146. – P. 132–147.

24. Walker M. The effect of stiffeners on the optimal ply orientation and buckling load of rectangular laminated plates // Comput. and Struc. – 2002. – Vol. 80(27-30). – P. 2229–2239.

25. Комаров В.А., Черняев А.В. Сравнительный анализ различных подходов к проектированию структур тонкостенных элементов из композиционных материалов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2009. – № 1. – С. 171–179.

26. Бохоева Л.А., Балданов А.Б., Чермошенцева А.С. Разработка оптимальной конструкции многослойной консоли крыла беспилотного летательного аппарата с экспериментальным подтверждение // Вестник МАИ. – 2020. – № 1. – Р. 65–75.

27. Грищенко С.В. Феноменологическая методика подбора рациональных параметров укладки слоев при проектировании панелей авиационных конструкций из слоистых полимерных композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. – 2019. – № 4. – Р. 45–49.

28. Митрофанов О.В. Актуальные проблемы расчета и проектирования анизотропных панелей с последующей деформацией и сохранением прочности // Естественные и технические науки. – 2021. – Т. 162(11). – С. 221–223.

29. Митрофанов О.В., Кайков К.В. Прикладные задачи проектирования усиленных композитных панелей с ограничениями на изгиб и несущую способность. – М.: «Спутник+», 2017. – 64 с.

30. Михайловский К.В., Барановски С.В. Методика проектирования крыла из полимерных композиционных материалов на основе параметрического моделирования. Часть 2. Проектирование силовой конструкции // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2016. – № 12 (681). – С. 106–116.

31. Попов Ю.И., Стрелец Д.Ю., Солошенко В.Н. Параметрический анализ композитных панелей кессона крыла пассажирского магистрального самолета // Авиационная промышленность. – 2017. – № 4. – Р. 4–10.

32. A novel reliability-based two-level optimization method for composite laminated structures / X. Chen, X. Wang, Z. Qiu, X. Li, Q. Shi // Composite Structures. – 2018. – Vol. 192. – P. 336–346.

33. Kazemi M., Verchery G.A. Methodology for Optimal Design of Composite Laminates Using Polar Formalism // Journal of Mechanics. – 2016. – Vol. 32(3). – P. 255–266.

34. Aircraft Wing Weight Optimization by Composite Material Structure Design Configuration / R. Kirubakaran, D. Lokesharun, S. Raijkumar, R. Anand // IOSP Journal of Mechanical and Civil Engineering. – 2017. – Vol. 14(6 Ver. 2). – P. 71–80.

35. An artificial neural network-based optimization of stiffened composite plate using a new adjusted differential evolution algorithm / P.T. Lam, H.S. Nguyen, H.V. Ho, Q.Nguyen, T.T. Nguyen // Lecture Notes in Mechanical Engineering Part F3. – 2018. – P. 229–242.

36. Mitrofanov O., Lebedev I., Urbaha M. Design of thin composite skins of anisotropic structure of bearing panels of aircraft structures in post-buckling state under combined loading // Engineering for Rural Development. 20. Сер. "20th International Scientific Conference Engineering for Rural Development, ERD 2021 – Proceedings". – 2021. – P. 1145–1153.

37. Gavva L.M., Endogur A.I. Statics and buckling problems of aircraft structurally-anisotropic composite panels with the influence of production technology // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 312(1). – P. 012009.

38. Stress-Strain State and Buckling Problem of Structurally-Anisotropic Aircraft Panels Made of Composite Materials in view of Production Technology / B.V. Boitsov, L.M. Gavva, A.I. Endogur, V.V. Firsanov // Russian Aeronautics. – 2018. – Vol. 61(4). – P. 524–532.

39. Firsanov V.V., Gavva L.M. Analysis of edge effects and main stress-strained state of structurally-anisotropic Flying Aircraft panels with composite materials using refined theory // Composite Material Structures. – 2021. – No. 1. – P. 3–9.

40. Firsanov V.V., Gavva L.M. The investigation of the bending form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. – 2017. – Vol. 4. – P. 66–76.

41. Gavva L.M., Firsanov V.V., Korochkov A.N. Buckling Problem Statement and Approaches to Buckling Problem Investigation of Structurally-Anisotropic Aircraft Panels Made from Composite Materials // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 714(1). – P. 012007.

42. Гавва Л.М. Экспериментальные исследования устойчивости конструктивно-анизотропных панелей с применением композиционных материалов для верификации уточненных математических моделей // Конструкции из композиционных материалов. – 2021. – № 1. – Р. 10–15.

References

1. Obraztsov I.F., Sirotkin O.S., Litvinov V.B. Integral structures from composite materials and their outlook application. *Structures from composite materials*, 2000, № 2, pp. 78-84, 84.

2. Gavva L.M., Firsanov V.V. Mathematical Models and Methods for Calculating the Stress-Strain State of Aircraft Panels from Composite Materials Taking into Account the Production Technology. *Mechanics of Solids*. Springer Publ., 2020, № 3, pp. 603-612.

3. Edwards D.A., Williams F.W., Kennedy D. Cost optimization of stiffened panels using VICONOPT. *AIAA Journal*, 1998, Vol. 36, № 2, pp. 267-272.

4. Mitrofanov O.V. Estimation of some approaches to composite wing weight decreasing and optimal reinforcement of stiffened panels with buckling restrictions. *Air fleet equipment,* 1998, Vol. 72(1), pp. 36 – 40.

5. Mitrofanov O.V., Strelyaev D.V. Optimal design of composite stiffened panels of aerospace aircraft. *Shuttle MGTU CA Science Proc*., 1999, Vol. 13, pp. 31-34.

6. Rodionov G.L, Sidorenko A.S., Stankevich A.I. Multicriterion optimization of cylindrical shell from layered composite material. *Forth Int. Symposium "Dynamics and technological problems of structure mechanics and continuum mechanics" Yaropolets,* 2000, p. 4.

7. Mitrofanov O.V. Applied design of rib and spar walls made from composite materials. *Air fleet equipment,* 2000, Vol. 74(3-4), pp. 27-32.

8. Kato Yoko, Kameyama, Hu Ning, Fukunaga Hisao Optimal design of composite wing in view of stiffened panel buckling. *Nihon kikai ronbunshu,* 2004, A. Vol. 70(691), pp. 479-486.

9. Kolpakov A.A. Design of plates with defined stiffness and minimum ply number and materials. *Eng. and Physics J*., 2006, Vol. 79(5), pp. 165-174.

10. Kolpakov A.A., Kolpakov A. G. Solution of the laminated plate design problem: new problems and algorithms. *Comput.and Struct*., 2005, Vol. 83(12-13), pp. 964-975.

11. Chedrick V.V. Optimization of bearing structures made from composite materials. *TSAGI Proc.,* 2004, Vol. 2664, pp. 188-198.

12. Chedrick V.V. Practical methods of optimal design of layered composite structures. *Compos. Mater. Structure Mechanics,* 2005, Vol. 11(2), pp. 184-198.

13. Fares M.E., Youssif Y.G., Elshoraky A.E. Non – linear design and control optimization of composite laminated plates with buckling and postbuckling objectives. *Int. J. Non-Linear Mech.,* 2006, Vol. 41(6-**7),** pp. 807-824.

14. Lindgaard E., Lund E., Rasmussen K. Nonlinear buckling optimization of composite structures considering «worst» shape imperfections. *Int. J. Solids and Struct*., 2010, Vol. 47, pp. 3186-3202.

15. Andrienko V.M., Belous V.A. Optimal design of wing box composite panels with strength and buckling restrictions. *TSAGI Proc.,* 2001, Vol. 2642, pp. 151-158.

16. Karpov Ya.S. Structure composite material optimization of aircraft panels with strength, buckling and deflection restrictions. *Strength Probl*., 2004, Vol. 6, pp. 33-47.

17. Kusyakov A.Sh. Design algorithm of stiffened composite plates, *Perm Univ. Proc*. *Mathematics. Informatics,* 2013, Vol. 4, pp. 34-38.

18. Kusyakov A.Sh. Design of thin plates with strength and buckling restrictions. *Probl. of mechanics and management. Nonlinear dynamic systems,* 2013, Vol. 45, pp. 30-38.

19. Chedrick V.V. Solution of multidisciplinary optimization problem of bearing structures with multilevel approach. *Vestnik of Nizhegorod. Univ*., 2011, pp, 1847-1849.

20. Teters G. Multicriterial optimization of rectangular composite plates subject to longitudinal thermal stresses and sheare buckling. *Compos. Mater. Mechanics*, 2007, Vol. 43(1), pp. 85-91.

21. Kurshin L.M., Matveev K.A., Mohovtsev D.V., Pustovoy N.V. Buckling of thin anisotropic plates subject to thermal-mechanical loading. *Mechanics of Technic. Systems*, 2008, pp. 35-56.

22. Adali S., Lene F., Duvaut G., Chiaruttini V. Optimization of laminated composite subject to uncertain buckling loads. *Compos. Struct.*, 2003, V 62(3-4), pp. 261-269.

23. Ho-Huu V., Do-Thi T.D, Dang-Trung H., Vo-Duy T., Nguyen-Thoi T. Optimization of laminated composite plates for maximizing buckling load using improved differential evolution and smoothed finite element method. *Composite Structures*, 2016, Vol. 146, pp. 132-147.

24. Walker M. The effect of stiffeners on the optimal ply orientation and buckling load of rectangular laminated plates. *Comput. and Struct.*, 2002, V 80(27-30), pp. 2229-2239.

25. Komarov V.A., Tchernyaev A.V. Comparative analysis of different approaches to structure design of thin-walled elements made from composite materials *Management, computer technology and informatics* Moscow, 2009.

26. Bokhoeva L.A., Baldanov A.B., **C**hermoshentseva A.S. Optimal structure design of multilayer wing console of unmanned aerial vehicle with test verification. *Vestnik MAI*, 2020, № 1, pp. 65-75.

27. Grishchenko S.V. The phenomenological method of selection of rational parameters of layer laying for the design of aircraft structure panels made of laminated composite materials. *Composite Material Structures*, 2019, № 4, pp. 45-49.

28. Mitrofanov O.V. Actual problems of anisotropic panel account and design with post-buckling and post-strength maintenance. *Natural and Technical Science*, 2021, Vol. 162(11), pp. 221-223.

29. Mitrofanov O.V., Kaykov K.V. Applied problems of stiffened composite panel design with buckling and bearing strength restrictions. *Moscow, «Sputnic +»*, 2017, 64 pp.

30. Mikhaylovskiy K.V., Baranovski S.V. Design method for the wing made from polymer composite materials based on parametric modeling. *Izvuzmash*, 2016, Vol. 681(12), pp. 106-116.

31. Popov Yu.I., Strelets D.Yu., Soloshenko V.N. Parametric analysis of wing box composite panels of passenger long-distance. *Aviation Industry*, 2017, № 4, pp. 4-10.

32. Chen X., Wang X., Qiu Z., Li X., Shi Q. A novel reliability-based two-level optimization method for composite laminated structures. *Composite Structures*, 2018, Vol. 192, pp. 336-346.

33. Kazemi M., Verchery G.A. Methodology for Optimal Design of Composite Laminates Using Polar Formalism. *Journal of Mechanics,* 2016, Vol. 32(3), pp. 255-266.

34. Kirubakaran R., Lokesharun D., Raijkumar S., Anand R. Aircraft Wing Weight Optimization by Composite Material Structure Design Configuration. *IOSP Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 2017, Vol. 14(6 Ver. 2), pp. 71-80.

35. Lam P.T., Nguyen H.S., Ho H.V., Nguyen Q., Nguyen T.T. An artificial neural network-based optimization of stiffened composite plate using a new adjusted differential evolution algorithm. *Lecture Notes in Mechanical Engineering Part F3,* 2018, pp. 229-242.

36. Mitrofanov O., Lebedev I., Urbaha M. Design of thin composite skins of anisotropic structure of bearing panels of aircraft structures in post-buckling state under combined loading. *Engineering for Rural Development. 20. Cep. "20th International Scientific Conference Engineering for Rural Development, ERD 2021 – Proceedings",* 2021, pp. 1145-1153.

37. Gavva L.M., Endogur A.I. 2018 Statics and buckling problems of aircraft structurally-anisotropic composite panels with the influence of production technology *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering,* 2018, Vol. 312(1), 012009.

38. Boitsov B.V., Gavva L.M., Endogur A.I., Firsanov V.V. Stress-Strain State and Buckling Problem of Structurally-Anisotropic Aircraft Panels Made of Composite Materials in view of Production Technology. *Russian Aeronautics,* 2018, V. 61(4), pp. 524-532.

39. Firsanov V.V., Gavva L.M. Analysis of edge effects and main stress-strained state of structurally-anisotropic Flying Aircraft panels with composite materials using refined theory. *Composite Material Structures*, 2021, № 1, pp. 3-9.

40. Firsanov V.V., Gavva L.M. The investigation of the bending form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings,* 2017, Vol. 4, pp. 66-76.

41. Gavva L.M., Firsanov V.V., Korochkov A.N. Buckling Problem Statement and Approaches to Buckling Problem Investigation of Structurally-Anisotropic Aircraft Panels Made from Composite Materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering,* 2020, Vol. 714(1), 012007.

42. Gavva L.M Buckling test investigation of structurally-anisotropic panels comprising composite materials for refined mathematical model verification. Composite Material Structures, 2021, № 1, pp. 10-15.

Финансирование. Статья подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020-2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 20 апреля 2022 г. № 075-15-2022-309).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. The article was prepared as part of the implementation of the Program for the Creation and development of the world-class scientific center "Supersound" for 2020-2025 with the financial support of the Ministry of Education and Science of Russia (Agreement No. 075-15-2022-309 dated April 20, 2022).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.