Баженов В.Г., Казаков Д.А., Куканов С.С., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Анализ методов построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов при больших деформациях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 4. С. 12–22. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.02

Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kukanov S.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Analysis of Methods for Constructing True Deformation Diagrams of Elastoplastic Materials under Large Deformations. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2023, no. 4, pp. 12-22. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.02

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 4, 2023
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.02
УДК 539.3

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ИСТИННЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

В.Г. Баженов[1], Д.А. Казаков[1], С.С. Куканов[2], Д.Л. Осетров[1], А.А. Рябов[3]

[1]Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация
[2]Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Российская Федерация
[3]Саровский инженерный центр, Сатис, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 29 июня 2023 г.
Одобрена: 17 августа 2023 г.
Принята к публикации:
31 августа 2023 г.

Ключевые слова:

экспериментально-расчетный подход, итерационная процедура, нелинейная экстраполяция, численное моделирование, эксперимент, истинная диаграмма деформирования, большие деформации, упругопластические материалы, параметр эффективности, образование шейки.

АННОТАЦИЯ

Для исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально использование экспериментально-расчетного подхода, позволяющего без принятия упрощающих гипотез учесть неодноосность и неоднородность напряженно-деформированного состояния. Построение истинных диаграмм деформирования материалов основывается на итерационной процедуре корректировки зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций пропорционально относительному различию значений осевых сил, полученных в расчете и эксперименте при неоднородном напряженно-деформированном состоянии с учетом образования шейки до разрыва. При этом требуется многократное решение прямой задачи, что является весьма трудоемким вычислительным процессом. Рассматриваются два сценария решения краевой задачи. Первый сценарий предполагает решение прямой задачи целиком на всем интервале нагружения, второй – разбивку всего процесса нагружения на интервалы, определяемые дискретными значениями экспериментальной зависимости обобщенной силы от обобщенного перемещения. При построении диаграммы деформирования на каждом малом интервале применяется процедура нелинейной экстраполяции. На границе каждого интервала анализируется отличие расчетной обобщенной силы от экспериментальной и осуществляется итерационная корректировка значения интенсивности напряжений. Представленные численные исследования показывают, что для построения диаграммы деформирования с погрешностью менее 1 % по первому сценарию необходимо 5–10 раз решать прямую задачу, а по второму сценарию – не более двух прямых расчетов. Показана монотонная сходимость и вычислительная эффективность предложенных итерационных алгоритмов на ряде задач: растяжения сплошных цилиндрических стержней и болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью. На основе экспериментально-расчетного подхода определены истинные диаграммы деформирования для сталей 12Х18Н10Т, 10ХСНД и Ст35 вплоть до разрушения.

© ПНИПУ

© **Баженов Валентин Георгиевич** – д. ф.-м. н., проф., гл. науч. сотр., e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-0077-7704.
Казаков Дмитрий Александрович – к. т. н., зав. лаб., e-mail: kazakov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-9316-4105.
Куканов Сергей Сергеевич – к. т. н., ID: 0009-0009-3105-6115.
Осетров Дмитрий Львович – к. ф.-м. н., ст. науч. сотр., e-mail: osetrovdmitry@mail.ru, ID: 0000-0001-9703-8504.
Рябов Александр Алексеевич – д. ф.-м. н., директор, ID: 0000-0001-6133-0108.

Valentin G. Bazhenov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-0077-7704.
Dmitry A. Kazakov – PhD in Technical Sciences, Head of Laboratory, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: kazakov@mech.unn.ru, ID: 0000-0002-9316-4105.
Sergey S. Kukanov – PhD in Technical Sciences, ID: 0009-0009-3105-6115.
Dmitry L. Osetrov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Researcher Institute of Mechanics, e-mail: osetrovdmitry@mail.ru, ID: 0000-0001-9703-8504.
Aleksandr A. Ryabov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, director, ID: 0000-0001-6133-0108.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ANALYSIS OF METHODS FOR CONSTRUCTING TRUE DEFORMATION DIAGRAMS OF ELASTOPLASTIC MATERIALS UNDER LARGE DEFORMATIONS

V.G. Bazhenov[1], D.A. Kazakov[1], S.S. Kukanov[2], D.L. Osetrov[1], A.A. Ryabov[3]

[1]Researcher Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation
[2]FGUP RFYAC-VNIIEF, Sarov, Russian Federation
[3]Sarov Engineering Center, Satis, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 29 July 2023
Approved: 17 August 2023
Accepted for publication:
31 August 2023

Keywords:
experimental-computational approach, iterative procedure, nonlinear extrapolation, numerical simulation, experiment, true stress-strain curve, large strains, elastic-plastic materials, efficiency parameter, neck formation.

ABSTRACT

To study the deformation and strength properties of materials, it is important to use an experimental and computational approach that allows taking into account the ununiaxiality and heterogeneity of the stress-strain state without accepting simplifying hypotheses. True deformation diagrams are constructed using an iterative procedure of updating the strain intensity–stress intensity relation proportionally to the relative difference in the values of axial forces as obtained numerically and experimentally for an inhomogeneous stress-strain state, accounting for necking, up to rupture. The procedure requires multiple solutions of the problem, which is a time-consuming computational task. Two scenarios of analyzing the boundary-value problem are considered. The first scenario involves analyzing the entire direct problem over the whole loading interval; in the second one, the entire loading process is subdivided into several intervals defined by discrete values of an experimentally found generalized displacement–generalized force relation. At each small interval, a deformation diagram is constructed, using a nonlinear extrapolation procedure. At the end of each interval, the difference between the calculated and experimentally determined generalized forces is checked, and the stress intensity value is iteratively updated. The presented numerical studies show that constructing a deformation diagram with accuracy less than 1% according to the first scenario required 5–10 repeated analyses of the direct problem, whereas in the second scenario not more than two direct analyses suffice. Monotonous convergence and computational efficiency of the proposed iterative algorithms are shown for a number of tasks: stretching solid cylindrical rods and bolts M8 with smooth and threaded working parts. Based on the experimental and computational approach, the true deformation diagrams for steels 12H18N10T, 10HSND and St35 up to destruction are determined.

© PNRPU

Введение

Современный уровень проведения прочностных расчетов деталей и элементов конструкций требует достоверных данных о поведении материала (диаграмма деформирования, предельные деформационные и прочностные характеристики и т.д.). Получение этих данных имеющимися инструментальными средствами при больших упругопластических деформациях материала путем прямых экспериментальных измерений затруднено, поскольку в лабораторных образцах при больших деформациях возникает неодноосное и неоднородное напряженно-деформированное состояние (НДС), проявляется влияние краевых эффектов и т.п. Обычно определение деформационных и прочностных характеристик материала выполняется в экспериментах на растяжение цилиндрических стержней с использованием экспериментально-аналитических подходов [1–16], в которых применяемые аналитические методики основаны на упрощающих гипотезах. Основная проблема заключается в описании ниспадающего участка условной диаграммы деформирования (образование шейки), так называемой стадии неустойчивого (закритического) деформирования. Предположение о равномерном удлинении всей рабочей части образца часто приводит к большим ошибкам. В процессе нагружения предпочтительнее измерять изменение площади поперечного сечения, но возникают трудности, связанные с локализацией деформаций. Даже если идентифицирована текущая площадь поперечного сечения в зоне шейки, то за счет неодноосного и неоднородного НДС трудно получить эквивалентное истинное напряжение. В работе [9] предложено определение участка истинной диаграммы деформирования после образования шейки с помощью ее экстраполяции. В большинстве работ [1; 3–8; 12; 15] построение диаграмм деформирования основано на коррекции напряжений после образования шейки с помощью поправки Бриджмена [2] либо Давиденкова и Спиридоновой [14]. В целом полученные результаты говорят об удовлетворительном согласовании с экспериментальными данными. Однако применение аналитических методов накладывает обременительные ограничения на форму образцов, вид нагружения, налагает силовые и кинематические гипотезы на параметры НДС, что не вполне соответствует реальным условиям эксперимента и модели поведения материала. Эти методы не позволяют в полной мере учесть при больших деформациях неодноосность и неоднородность НДС в экспериментах на растяжение. Таким образом, на сегодняшний день необходимы более эффективные мето-

ды определения деформационных и прочностных характеристик материалов для проведения практических расчетов на прочность элементов конструкций с приемлемой точностью.

В связи с этим для определения и исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально развитие экспериментально-расчетного подхода [17–35], позволяющего, в отличие от экспериментально-аналитических методов, без принятия упрощающих гипотез учесть неодноосность и неоднородность НДС. На основе экспериментально-расчетного подхода [17] авторами были разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов при различных видах нагружения: растяжении цилиндрических стержней и оболочек [18; 19], кручении стержней [20], кинетическом индентировании шара в образец [21] и динамическом сжатии образцов-таблеток [22]. Также в работах [28–35] отмечается построение истинных диаграмм деформирования с помощью экспериментов на ударное внедрение шара в образец [28–30], индентировании шара в образец [30–34] и сжатие образца [35]. Данный подход основывается на итерационном уточнении характеристик материала, исходя из отличия экспериментальных данных и результатов численного моделирования процессов деформирования испытуемых образцов в эксперименте. Однако при таком подходе необходимо многократно решить прямую задачу с итерационно уточняемыми механическими характеристиками.

В статье представлен новый эффективный алгоритм построения истинной диаграммы деформирования с разбивкой всего процесса нагружения на интервалы, определяемые дискретными значениями экспериментальной зависимости осевой силы от перемещения. В ходе вычисления в конце каждого интервала разбиения анализируется отличие расчетной осевой силы от экспериментальной и, при превышении заданной погрешности, выполняется итерационная корректировка величины интенсивности напряжений на границе текущего интервала истинной диаграммы деформирования. Для продолжения прямого расчета на следующем интервале разбиения применятся процедура нелинейной экстраполяции диаграммы деформирования, которая существенно повышает эффективность (до 10 раз) ранее разработанных алгоритмов [17–35] построения диаграмм деформирования упругопластических материалов.

1. Построение диаграмм деформирования упругопластических стержней при растяжении

Построение истинных диаграмм деформирования материалов осуществляется в результате итерационной процедуры корректировки зависимости интенсивности напряжений σ_i от интенсивности деформаций e_i на всем процессе деформирования образца. Для этого в каждой итерации численного решения задачи растяжения образца анализируется отношение значений осевых сил, полученных в эксперименте $F_Э$ и расчете F_p при одинаковом удлинении образца: $\beta = F_Э / F_P$. Затем устанавливается функциональная зависимость между максимальным значением интенсивности деформаций в объеме образца e_i^* и соответствующим удлинением. Итерационная процедура корректировки диаграммы осуществляется по формуле $\overline{\sigma}_i(e_i^*) = \beta\sigma_i(e_i^*)$ до совпадения с заданной точностью зависимостей осевых сил, полученных в эксперименте и расчете. Корректировка производится сразу всей диаграммы деформирования. В связи с этим необходимо многократно решать прямую задачу и выполнять соответствующую обработку ее результатов, что является весьма трудоемким вычислительным процессом. Данный алгоритм позволяет воспользоваться любой доступной программой решения прямой задачи без каких-либо модификаций. Как показали исследования, для сходимости итерационной процедуры достаточно в качестве начального приближения задать любую выпуклую диаграмму деформирования упрочняющегося материала.

Экспериментальный образец изготовлен из стали аустенитного класса 12Х18Н10Т с размерами: начальный радиус рабочей части $R_0 = 5$ мм, первоначальная длина рабочей части $L_0 = 60$ мм. При численном моделировании один торец стержня принимался жестко закрепленным, а другой перемещался с постоянной скоростью. Численный анализ процесса растяжения показал, что при скоростях менее 1 м/с влиянием сил инерции можно пренебречь и нагружение считать квазистатическим. Решение задач проводилось в осесимметричной постановке с использованием программного средства LS-DYNA.

Начальное приближение истинной диаграммы деформирования определялось $\sigma_i \sim e_i$ в предположении несжимаемости материала и равномерного деформирования рабочей части образца по экспериментальной зависимости осевой силы F от удлинения стержня ΔL по формулам:

$$e_i = \ln(1+\frac{\Delta L}{L_0}),\ \sigma_i = \frac{F}{A}(1+\frac{\Delta L}{L_0}), \qquad (1)$$

где F – осевое усилие на торце, A – первоначальная площадь поперечного сечения образца, ΔL – перемещение торца в процессе нагружения.

Итерационная процедура корректировки диаграммы деформирования осуществлялась до совпадения экспериментальных и расчетных осевых сил с точностью 1 %. Полученная в процессе корректировки истинная диаграмма деформирования (кривая *1*) представлена на рис. 1. Исследования показали, что до момента образования шейки достаточно одной итерации, после образования шейки до разрыва – 5. На рисунке введены следующие обозначения: $q = \sigma_i / \sigma_T$, σ_T – предел текуче-

сти материала. Диаграммы деформирования, построенные экспериментально-аналитическими методами [2; 14], практически совпадают и представлены на рис. 1 кривой *2*. На рис. 2 и 3 даны распределения осевых, окружных и радиальных напряжений ($\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$) и деформаций (e_z, e_θ, e_r) в минимальном сечении образца после потери устойчивости пластического деформирования, полученные экспериментально-расчетным методом (черные линии) и [2; 14] (серые линии).

Следует отметить, что экспериментально-аналитические подходы [2; 14] основаны на предположении, что значения окружной и радиальной деформации вдоль радиуса наименьшего поперечного сечения шейки совпадают и равны постоянной величине. Приведенные численные исследования показывают (рис. 2), что различия осевых напряжений вдоль радиуса наименьшего поперечного сечения стержня составляют около 11 %, а отличие окружных и радиальных напряжений – более 50 %. Радиальные и окружные деформации в шейке непостоянны и не равны между собой (рис. 3), как полагалось при аналитических подходах [2; 14]. Окружные напряжения на свободной поверхности образца становятся отрицательными после образования шейки (рис. 2). Таким образом, применение экспериментально-аналитических методов приводит к заметным ошибкам в построении диаграмм деформирования при больших деформациях на стадии предразрушения.

Применение рассмотренного экспериментально-расчетного метода является достаточно трудоемким вычислительным процессом, в разы превышающим время однократного решения прямой задачи растяжения стержня. Для оценки влияния точности построения диаграммы деформирования на трудоемкость вычислительного процесса рассмотрена задача растяжения сплошного цилиндрического стержня из стали 10ХСНД с размерами: начальный радиус рабочей части $R_0 = 6$ мм, первоначальная длина рабочей частей $L_0 = 60$ мм. Построение диаграммы деформирования осуществлялось с точностью по осевым силам 1 и 0,1 %. На рис. 4 и 5 приведен процесс построения диаграммы и соответствующие ему изменения осевой силы для случая с точностью 0,1 %.

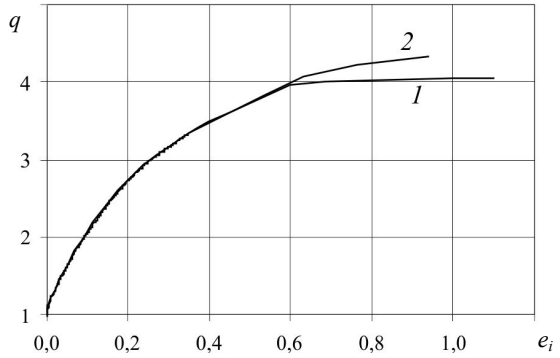


Рис. 1. Построенные истинные диаграммы деформирования экспериментально-расчетным методом (кривая *1*) и экспериментально-аналитическим методом (кривая *2*)

Fig. 1. True deformation diagrams constructed using the experimental numerical method (Curve *1*) and the experimental analytical method (Curve *2*)

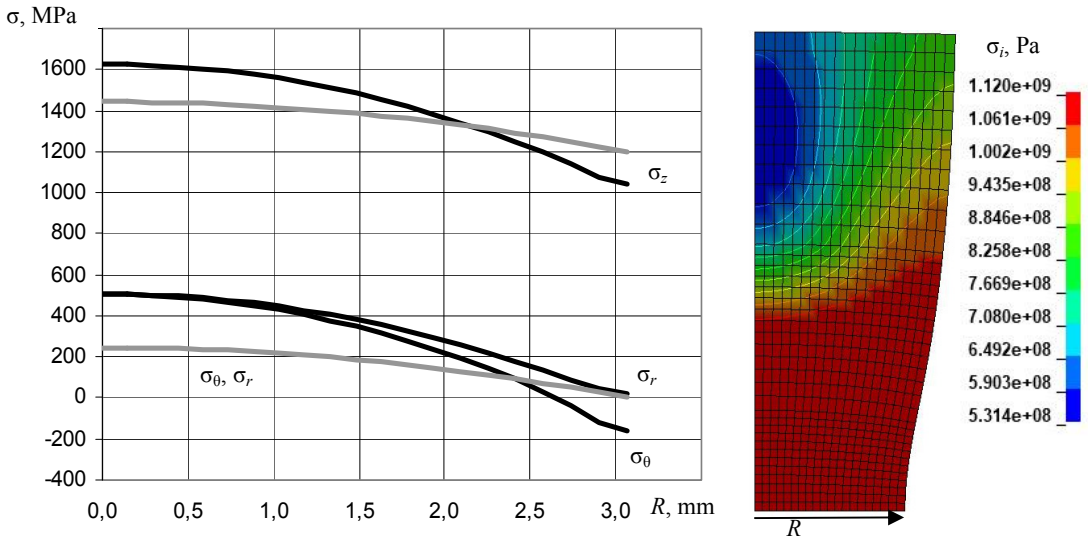


Рис. 2. Зависимости осевых, окружных и радиальных напряжений ($\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$), полученные экспериментально-расчетным методом (черные линии) и по методикам [2; 14] (серые линии), в минимальном сечении образца после потери устойчивости пластического деформирования

Fig. 2. Relations for axial, circumferential and radial stresses ($\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$) obtained using the experimental–numerical method (black curves) and methodologies [2; 14] (grey curves) over the minimal cross-section of the specimen after the loss of stability of plastic deformation

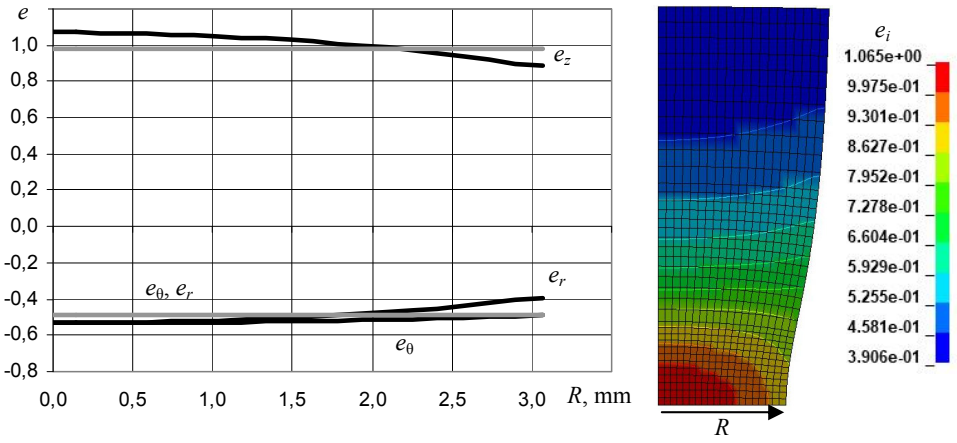


Рис. 3. Зависимости осевых, окружных и радиальных деформаций (e_z, e_θ, e_r), полученные экспериментально-расчетным методом (черные линии) и по методикам [2; 14] (серые линии), в минимальном сечении образца после потери устойчивости пластического деформирования

Fig. 3. Relations for axial, circumferential and radial strains (e_z, e_θ, e_r) obtained using the experimental–numerical method (black curves) and methodologies [2; 14] (gray curves) in the minimal cross-section of the specimen after loss of stability of plastic deformation

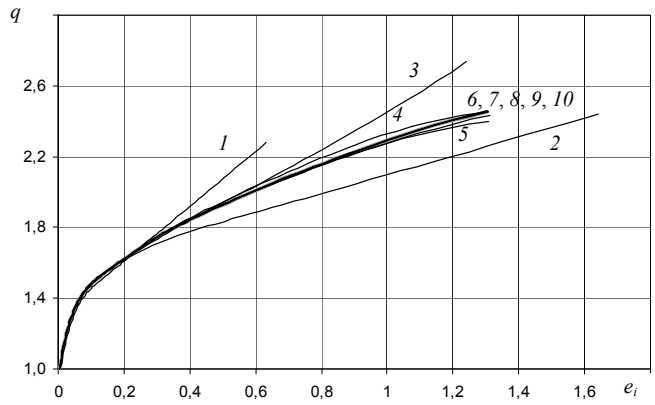


Рис. 4. Итерационный процесс построения диаграммы деформирования:
1 – начальное приближение; *2–10* – итерации *1–9* соответственно

Fig. 4. Iterative construction of the deformation diagram (grey line):
1 – initial approximation; *2–10* – iterations *1–9* respectively

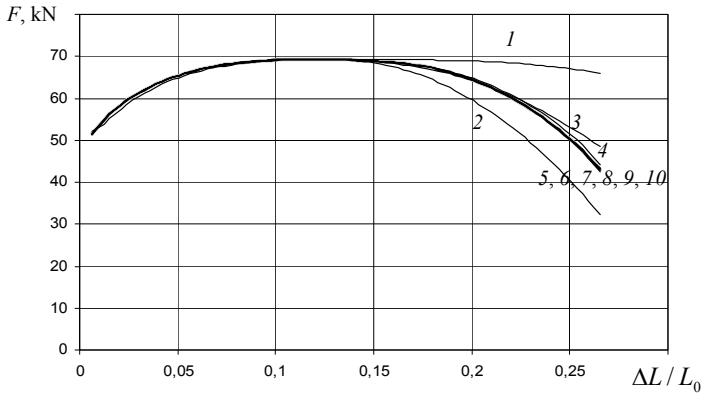


Рис. 5. Изменения осевых сил, полученные при итерационной процедуре:
1 – начальное приближение; *2–10* – итерации *1–9* соответственно

Fig. 5. Variation of the axial forces obtained with the iteration procedure:
1 – initial approximation; *2–10* – iterations *1–9* respectively

При достижении точности 1 % по осевым силам выполнено пять численных решений задачи (прямых расчетов), а при достижении точности 0,1 % – десять. Причем для построения участка диаграммы до начала образования шейки с точностью 1 % достаточно только одной итерации при начальном приближении, определенном по формулам (1). Таким образом, вычислительные затраты на построения диаграммы деформирования увеличивается в два раза при уменьшении погрешности в десять раз. Корректировка всей диаграммы деформирования и многократный прямой численный расчет задачи приводит к большим затратам вычислительного времени.

2. Алгоритм построения диаграмм деформирования с применением нелинейной экстраполяции

Для повышения эффективности алгоритма целесообразно осуществить процедуру нелинейной экстраполяции. Вычислительный процесс, моделирующий нагружение, разбивается на этапы ($n = 1...N$). Количество этапов N равно количеству точек в табличном представлении экспериментальной зависимости осевой силы от осевого удлинения, и столько же точек будет содержать построенная истинная диаграмма деформирования. В ходе вычислений в конце каждого этапа анализируется величина отклонения расчетной осевой силы от экспериментальной. При превышении ею заданного значения производится итерационная корректировка текущей точки истинной диаграммы деформирования по формулам $\bar{\sigma}_i(e_i^*) = \beta\sigma_i(e_i^*)$, $\beta = F_Э / F_P$. При достижении необходимой точности в таблицу истинной диаграммы деформирования заносится новая точка $\sigma_i(\hat{e}_i)$. После этого осуществляется процедура экстраполяции с использованием m последних точек построенного участка диаграммы деформирования. Следует отметить, что начальный участок диаграммы деформирования, включающий первые три этапа нагружения, определяется на основе итерационной процедуры [17] без экстраполяции. Для реализации процедуры нелинейной экстраполяции диаграммы деформирования необходимо иметь более трех опорных точек ($m \geq 3$). При этом для этапов нагружения $n < m$ принимается $m = n$. Процедура экстраполяции сначала выполняется для параметра подобия процессов неравномерного деформирования $K(e_i) = \dfrac{1}{\sigma_i(e_i)} \dfrac{d\sigma_i(e_i)}{de_i}$ в виде степенной функции методом наименьших квадратов. Затем экстраполируется диаграмма деформирования определенной экспоненциальной зависимостью $\sigma_i(e_i) = \sigma_i(\hat{e}_i) \cdot \exp\left(\int_{\hat{e}_i}^{e_i} K de_i \right)$. На рис. 6 представлены результаты применения процедуры экстраполяции диаграммы деформирования и параметра K. Отметим, что диаграммы деформирования описываются монотонно возрастающими функциями с убывающей производной, что позволяет с высокой точностью определить начальное приближение диаграммы для последующих этапов нагружения.

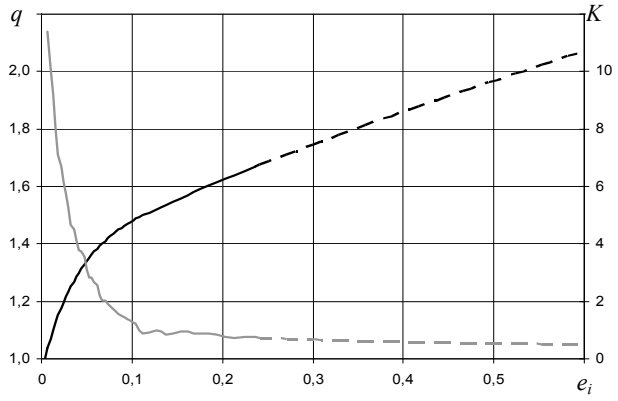


Рис. 6. Процедура экстраполяции (пунктирные линии) зависимости K (серая линия) и диаграммы деформирования (черная линия)

Fig. 6. Extrapolation (dashed lines) of the relation for K (grey curve) and the deformation diagram (black curve)

Предложенный алгоритм реализован в виде отдельного консольного приложения с использованием языка программирования C++ в операционной системе Windows 10. В работу приложения на каждом этапе нагружения входит обработка полученных численных результатов, нелинейная экстраполяция диаграммы деформирования и при необходимости ее корректировка на основе итерационной процедуры, а также формирование и передача исходных данных для расчета каждого этапа нагружения. Для численного расчета каждого этапа нагружения использовался модуль решателя программного средства LS-DYNA. Разработанная автоматизация алгоритма значительно снижает вычислительные затраты на построение истинных диаграмм деформирования.

3. Эффективность модифицированного алгоритма

Оценка эффективности предложенного алгоритма осуществлялась с помощью введенного относительного параметра, характеризующего степень затраченного вычислительного времени при построении диаграммы деформирования

$$\delta_t = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} r_n \,, \qquad (2)$$

где r_n – количество прямых численных расчетов на n-м этапе. Для оценки эффективности использовалась рассмотренная выше задача растяжения сплошного цилиндрического стержня из стали 10ХСНД. Необходимо отметить, что применение ранее разработанной методики (рис. 4 и 5) согласно формуле (2) дает относительный параметр эффективности $\delta_t = 10$.

Проводились численные исследования влияния количества экстраполяционных точек m на трудоемкость

построения диаграммы деформирования при достижении точности по осевой силе 0,1 %. Экспериментальная зависимость осевых сил аппроксимировалась $N = 90$, $N = 130$ и $N = 180$ точками. На рис. 7 представлено изменение параметра эффективности δ_t, характеризующего степень затраченного вычислительного времени при построении диаграммы деформирования, в зависимости от используемого количества экстраполяционных точек $\frac{m}{N}$.

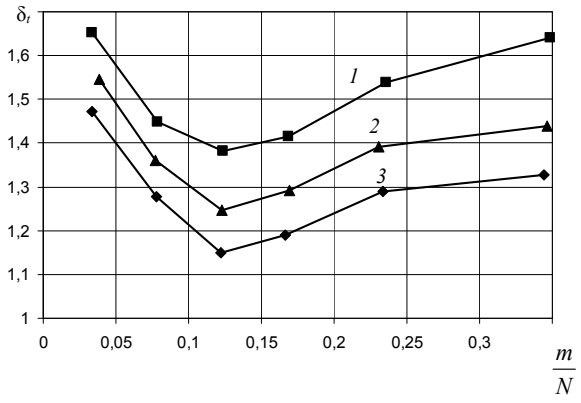


Рис. 7. Изменение параметра эффективности δ_t, характеризующего степень затраченного вычислительного времени при построении диаграммы деформирования, в зависимости от количества точек экстраполяции $\frac{m}{N}$ при $N = 90$ (кривая *1*), $N = 130$ (кривая *2*) и $N = 180$ (кривая *3*)

Fig. 7. Variation of efficiency parameter δ_t characterizing the degree of time spent on constructing a deformation diagram as a function of number of extrapolation points $\frac{m}{N}$ for $N = 90$ (curve *1*), $N = 130$ (curve *2*) and $N = 180$ (curve *3*)

Максимальная эффективность предложенного алгоритма достигается в случае, когда количество точек экстраполяции m составляет около 12 % от общего количества точек N, аппроксимирующих диаграмму. С увеличением количества этапов (точек, аппроксимирующих диаграмму) итерационная процедура построения диаграммы деформирования практически сводится к однократному прямому численному расчету без применения итерационной процедуры ($\delta_t \to 1$), что повышает эффективность предложенного алгоритма.

На рис. 8 представлены результаты изменения количества прямых расчетов задачи r_n на n-м этапе в зависимости от параметра $\frac{n}{N}$ ($n = 1...N$) для $N = 20$ и $N = 110$. Столбцы на рис. 8 характеризуют соответствующий этап нагружения.

При большом количестве этапов нагружения (более $N = 100$ точек, аппроксимирующих диаграмму) ввиду высокой точности экстраполяции отпадает необходимость в итерационной процедуре. При необходимости (при $r_n = 2$, см. рис. 8) достаточно осуществлять лишь однократную корректировку истинной диаграммы деформирования на данном этапе нагружения без повторного решения задачи. Следует отметить, что данный алгоритм существенно повышает эффективность (до 10 раз) ранее разработанной методики построения диаграмм деформирования упругопластических материалов.

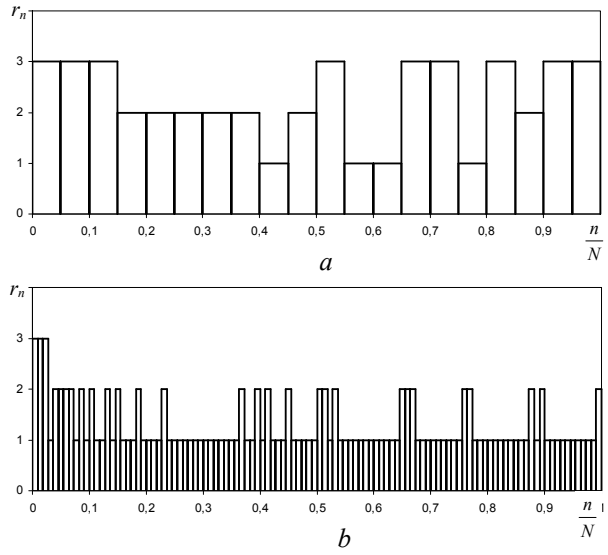


Рис. 8. Распределение количества прямых численных расчетов r_n на n-м этапе для $N = 20$ (*a*) и $N = 110$ (*b*)

Fig. 8. Distribution of the number of direct numerical calculations r_n at the n-th stage for $N = 20$ (*a*) and $N = 110$ (*b*)

Разработанный алгоритм позволяет строить диаграммы деформирования не только стандартных образцов, а также непосредственно элементов конструкций при неоднородном НДС до момента разрушения при различных видах нагружения. В качестве примера рассмотрим две задачи растяжения болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью из стали Ст35. Болты с гладкой рабочей частью имели начальный радиус $R_0 = 2$ мм и начальную длину $L_0 = 15,9$ мм, а с резьбовой рабочей частью – начальный внешний радиус резьбы $R_0 = 4$ мм и начальное расстояние между головкой и гайкой $L_0 = 16$ мм. На рис. 9 представлен вид исследуемых болтов М8 и соответствующие им дискретные расчетные модели. При моделировании деформирования образцов с гладкой рабочей частью наличием резьбы пренебрегали. В образцах с резьбовой рабочей частью решалась контактная задача взаимодействия болта с массивной гайкой, внешняя часть которой полагалась жестко закрепленной.

Решение рассматриваемых квазистатических задач проводилось в динамической постановке с использованием программного средства LS-DYNA. Скорости осе-

вых перемещений головок болтов задавались $\dot{u} = 0{,}1$ м/с. Для болта с резьбовой рабочей частью проводился сравнительный расчетный анализ результатов моделирования в трехмерной и осесимметричной постановках. Отличие в осевых силах при одинаковых перемещениях составляло менее 1 %. Количество элементов расчетной модели болтов с резьбовой рабочей частью в трехмерной постановке составляло 75 700, а в осесимметричной – 4500. Для болтов с гладкой рабочей частью количество конечных элементов – 1760. Вычислительная трудоемкость одного прямого расчета с использованием процессора Intel(R) Core(TM) i7-10710U в трехмерной постановке болтов с резьбовой рабочей частью составила 14 ч, а для осесимметричной – 3 мин. В дальнейшем построение истинных диаграмм деформирования при растяжении болтов проводилось в осесимметричной постановке.

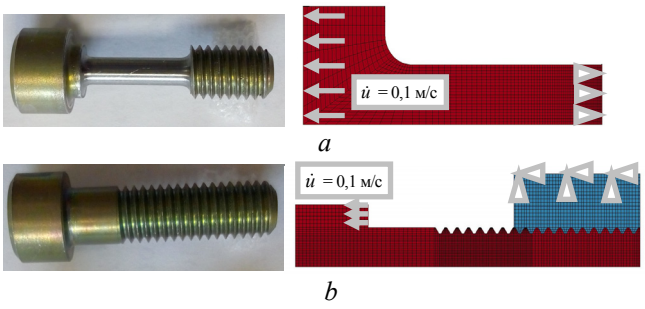


Рис. 9. Внешний вид болтов М8 и соответствующие им дискретные расчетные модели: *a* – болт с гладкой рабочей частью; *b* – болт с резьбовой рабочей частью

Fig. 9. The view of the bolts M8 and their corresponding discrete calculation models: *a* – bolt with smooth working part; *b* – bolt with threaded working part

Полученные экспериментальные зависимости осевых сил от удлинения (u) для рассмотренных болтов представлены на рис. 10. График осевой силы для болта с гладкой рабочей частью построен при $N = 74$ опорных точек, а для болта с резьбовой рабочей частью – $N = 32$. Начальное приближение истинной диаграммы деформирования определялось по экспериментальным зависимостям осевой силы по формулам (1). Построение истинных диаграмм деформирования для стали Ст35 проводилось с погрешностью по осевым силам менее 0,1 % по ранее разработанному и модифицированному алгоритмам. Согласно ранее проведенным исследованиям количество точек экстраполяции m принималось приблизительно 12 % от общего количества базовых экспериментальных точек N. На рис. 11 представлены построенные истинные диаграммы деформирования стали Ст35 для болтов М8 с гладкой и резьбовой рабочей частью.

Из полученных результатов видно, что истинные диаграммы деформирования болтов из стали Ст35 мало различаются. Однако разрушение болтов с резьбовой рабочей частью происходит при значительно меньших значениях истинных деформаций. Для болтов с резьбовой рабочей частью разрушение происходит при значительно меньших значениях удлинений ввиду наличия концентраторов напряжений в резьбе.

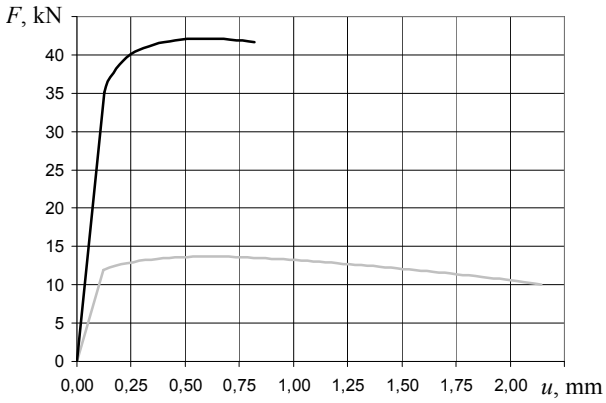


Рис. 10. Экспериментальные зависимости осевой силы от удлинения для болтов М8 с гладкой (серая линия) и резьбовой (черная линия) рабочей частью из стали Ст35

Fig. 10. Experimental dependences of the axial force on elongation for bolts M8 with smooth (gray line) and threaded (black line) working parts made of steel St35

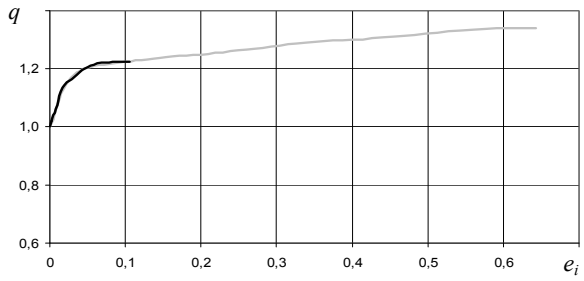


Рис. 11. Построенные истинные диаграммы деформирования для болтов М8 с гладкой (серая линия) и резьбовой (черная линия) рабочей частью из стали Ст35

Fig. 11. Constructed true deformation diagrams for bolts M8 with smooth (gray line) and threaded (black line) working parts made of steel St35

Эффективность предложенного алгоритма по отношению к ранее разработанному алгоритму можно оценить с использованием параметра δ_t, представленного в таблице.

Результаты расчета относительного параметра эффективности δ_t

Results of calculation of the relative efficiency parameter δ_t

Болт М8	Ранее разработанный алгоритм	Модифицированный алгоритм
с гладкой рабочей частью	11	1,365
с резьбовой рабочей частью	13	2

Полученные результаты свидетельствуют, что даже при растяжении болтов с резьбовой рабочей частью эффективность построения истинных диаграмм дефор-

мирования существенно выше (в разы) по отношению к ранее разработанным алгоритмам.

В публикациях [25; 26] для построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов применяется кусочно-линейная аппроксимация. При этом осуществляется многократное решение прямой задачи на каждом этапе нагружения. Авторы не характеризуют точность построения диаграммы деформирования, но указывают, что количество итераций (прямых расчетов) на этапе нагружения составляет около пяти. Очевидно, что по вычислительным затратам этот алгоритм является значительно менее эффективным относительно алгоритма с нелинейной экстраполяцией.

Заключение

Предложенный алгоритм построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов с применением нелинейной экстраполяции существенно повышает эффективность (до 10 раз) ранее разработанных методик [17–35]. Модифицированный алгоритм расширяет возможности исследования деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов для различных видов нагружения: растяжения цилиндрических стержней и оболочек, кручения стержней, кинетического индентирования шара в образец, динамического сжатия образцов-таблеток и ряда других задач. Эффективность алгоритма позволяет решать задачи не только в двухмерных, но и в трехмерных постановках при больших деформациях и неоднородном НДС, так как трудоемкость вычислений не более чем вдвое превышает время прямого расчета. Ввиду монотонной сходимости итерационного процесса построения диаграмм деформирования погрешность экспериментально-расчетной методики обусловлена, главным образом, областью применимости используемой математической модели упругопластического материала.

Библиографический список

1. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел / пер. с англ. под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954. – Т. 1. – 647 с.
2. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрушения. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 444 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
4. A notches cross weld tensile testing method for determining true stress-strain curves for weldments / Z.L. Zhang, J. Odegard, M.P. Hauge, C. Thaulow // Engineering Fracture Mech. – 2002. – Vol. 69. – P. 353–366.
5. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section / Z.L. Zhang, J. Odegard, M.P. Hauge, C. Thaulow // Int. J. Solids and Struct. – 1999. – Vol. 36. – P. 3497–3516.
6. Zhang Z.L., Odegard J., Sovik O.P. Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications // Comput. Mater. Sci. – 2001. – Vol. 20, № 1. – P. 77–85.
7. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars / Z.L. Zhang, J. Odegard, O.P. Sovik, C. Thaulow // Int. J. Solids and Struct. – 2001. – Vol. 38, № 26-27. – P. 4489–4505.
8. Choung, J.M., Cho S.R. Study on true stress correction from tensile tests // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2008. – Vol. 22. – P. 1039–1051.
9. Enami K. The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels // Engineering Fracture Mechanics. – 2005. – Vol. 72. – P. 1089–1105.
10. Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading / S. Roy, S. Grigory, M. Smith, M.F. Kanninen, M. Anderson // Journal of Pressure Vessel Technology. – 1997. – Vol. 119. – P. 457–466.
11. Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning / K. Miyazaki, A. Nebu, S. Kanno, M. Ishiwata, K. Hasegawa // JHPI. – 2002. – Vol. 40. – P. 62–72.
12. Cabezas E.E., Celentano D.J. Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens // Finite Elements in Analysis and Design. – 2004. – Vol. 40. – P. 555–575.
13. Mirone G. A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen // International Journal of Solids and Structures. – 2004. – Vol. 41. – P. 3545–3564.
14. Давиденков Н.А., Спиридонова Н.И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца // Заводская лаборатория. – 1945. – № 6. – С. 583–593.
15. Казаков Д.А., Жегалов Д.В. Использование технологий цифровой фотосъемки для изучения полей деформаций // Проблемы прочности и пластичности. – 2007. – № 69. – С. 99–105.
16. Владимиров С.А., Дегтярев В.П., Агальцов В.И. Математическое моделирование механических свойств металлов и сплавов при больших деформациях // Изв. РАН. МТТ. – 2007. – № 1. – С. 145–159.
17. Пат. РФ на изобретение №2324162. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров, Л.Н. Крамарев, С.Л. Осетров, Е.В. Павленкова // Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл.№13.
18. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов // Деформация и разрушение материалов. – 2007. – № 3. – С. 43–48.
19. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии / В.Г. Баженов, В.К. Ломунов, С.Л. Осетров, Е.В. Павленкова // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – Т. 54, № 1. – С. 116–124.
20. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Павленкова Е.В. Моделирование процессов деформирования и локализации, пластических деформаций при кручении-растяжении

тел вращения // Прикладная математика и механика. – 2008. – Т. 72, № 2. – С. 342–350.

21. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость // Доклады академии наук. – 2006. – Т. 407, № 2. – С. 183–185.

22. Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов / В.Г. Баженов, М.С. Баранова, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов // Доклады Академии наук. – 2018. – Т. 481, № 5. – С. 490–493.

23. Ling Y. Uniaxial True Stress–Strain after Necking // AMP Journal of Technology. – 1996. – Vol. 5. – P. 37–48

24. Joun M., Eom J.G., Lee M.C. A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method // Mechanics of Materials. – 2009. – Vol. 40. – P. 586–593.

25. Kamaya M., Kawakubo M. A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis // Mechanics of Materials. – 2011. – Vol. 43. – P. 243–253.

26. Владимиров С.А., Трефилов С.И. Исследование процесса глубокого деформирования образцов с кольцевой выточкой при их растяжении // Космонавтика и ракетостроение. – 2015. № 3(82). – С. 81–85.

27. Development of a new method for strain field optimized material characterization [Электронный документ] / M. Benz, J. Irslinger, P. Du Bois, M. Feucht, M. Bischoff // 12th European LS-DYNA Conference 2019. – Koblenz, Germany. – URL: www.dynalook.com/conferences/12th-european-ls-dyna-conference-2019/material-characterization/ (дата обращения: 29.06.2022).

28. Assessment of the constitutive properties from small ball punch test: experiment and modeling / E.N. Campitelli, P. Spaetig, R. Bonade, W. Hoffelner, M. Victoria // Journal of Nuclear Materials. – 2004. – Vol. 335. – P. 366–378.

29. Husain A., Sehgal D.K., Pandey R.K. An inverse finite element procedure for the determination of constitutive tensile behavior of materials using miniature specimen // Computational Materials Science. – 2004. – Vol. 31. – P. 84–92.

30. Assessment of the constitutive law by inverse methodology: small punch test and hardness / J. Isselin, A. Iost, J. Golek, D. Najjar, M. Bigerelle // Journal of Nuclear Materials. – 2006. – Vol. 352. – P. 97–106.

31. New procedure to determine steel mechanical parameters from the spherical indentation technique / A. Nayebi, R. EI Abdi, O. Bartier, G. Mauvoisin // Mechanics of Materials. – 2002. – Vol. 34. – P. 243–254.

32. Cao Y.P., Lu J. A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve // Acta Materialia. – 2004. – Vol. 52. – P. 4023–4032.

33. Lee H., Lee J.H., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2005. – Vol. 53. – P. 2037–2069.

34. A new approach to measure the elastic–plastic properties of bulk materials using spherical indentation / M. Zhao, N. Ogasawara, N. Chiba, X. Chen // Acta Materialia. – 2006. – Vol. 54. – P. 23–32.

35. Cho H., Altan T. Determination of flow stress and interface friction at elevated temperatures by inverse analysis technique // Journal of Materials Processing Technology. – 2005. – Vol. 170. – P. 64–70.

References

1. Nadai A. Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel [Plasticity and destruction of solids]. – Per. s angl. pod red. G.S. Shapiro. M.: Izd-vo inostr. Lit., 1954, T.1., 647 p.

2. Bridzhmen P. Issledovaniia bol'shikh plasticheskikh deformatsii i razrusheniia [Studies of large plastic deformations and destruction]. – M.: Izd-vo inostr. lit., 1955, 444 p.

3. Malinin N.N. Prikladnaia teoriia plastichnosti i polzuchesti: uchebnik dlia studentov vuzov [Applied theory of plasticity and creep: textbook for university students]. – M.: Mashinostroenie, 1975, 400 p.

4. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. A notches cross weld tensile testing method for determining true stress-strain curves for weldments. *Engineering Fracture Mech.*, 2002, 69, p.353-366.

5. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section. *Int. J. Solids and Struct.*, 1999, 36, p.3497-3516.

6. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P. Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications. *Comput. Mater. Sci.*, 2001, 20, №1, p.77-85.

7. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P., Thaulow C. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. *Int. J. Solids and Struct.*, 2001, 38, №26-27, p.4489-4505.

8. Choung, J.M., Cho, S.R. Study on true stress correction from tensile tests. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2008, 22, pp. 1039–1051

9. Enami K., The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels. *Engineering Fracture Mechanics*, 72, 2005, pp.1089-1105.

10. Roy S., Grigory S., Smith M., Kanninen M.F., Anderson M., Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading. *Journal of Pressure Vessel Technology*,119, 1997, pp. 457-466.

11. Miyazaki K., Nebu A., Kanno S., Ishiwata M., Hasegawa K., Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning, *JHPI*, 40, 2002, pp. 62-72.

12. Cabezas E.E., Celentano D.J., Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40, 2004, pp. 555-575.

13. Mirone G., A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen. *International Journal of Solids and Structures*, 41, 2004, pp. 3545-3564.

14. Davidenkov N.A., Spiridonova N.I. Analiz napriazhennogo sostoianiia v sheike rastianutogo obraztsa [Analysis of the stress state in the neck of a stretched sample]. *Zavodskaia laboratoriia*, 1945, №6, pp.583-593.

15. Kazakov D.A., Zhegalov D.V. Ispol'zovanie tekhnologii tsifrovoi fotos"emki dlia izucheniia polei deformatsii [Using digital photography technologies to study deformation fields]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. №69. 2007. pp.99-105.

16. Vladimirov S.A., Degtiarev V.P., Agal'tsov V.I. Matematicheskoe modelirovanie mekhanicheskikh svoistv metallov i splavov pri bol'shikh deformatsiiakh [Mathematical

modeling of mechanical properties of metals and alloys under large deformations]. *Izv. RAN. MTT*. 2007. № 1. pp. 145-159.

17. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Sposob opredeleniia deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv materialov pri bol'shikh deformatsiiakh i neodnorodnom napriazhenno-deformirovannom sostoianii [Method for determining the deformation and strength properties of materials under large deformations and inhomogeneous stress-strain state]. Patent na izobretenie №2324162. Zaiavka №2006115805. Opublikovano 10.05.2008, biull.№13.

18. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Metod identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv metallov i splavov [Method of identification of deformation and strength properties of metals and alloys]. *Deformatsiia i razrushenie materialov*. 2007. №3. pp. 43-48.

19. Bazhenov V.G., Lomunov V.K., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Experimental and computational method of studying large elastoplastic deformations of cylindrical shells in tension to rupture and constructing strain diagrams for an inhomogeneous stress-strain state. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2013. T. 54. № 1. pp. 100-107.

20. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Pavlenkova E.V. Modeling of the deformation processes and the localization of plastic deformations in the torsion-tension of solids of revolution. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. - 2008. - T. 72, № 2. pp. 226-232.

21. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Experimental and computing method for constructing true deformation diagrams at large strains on the basis of tests for hardness. *Doklady Physics*, 2006. T. 51, №3. pp. 118–121.

22. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Method for determining friction forces in experiments on shock compression and construction of dynamic stress–strain diagrams of metals and alloys. *Doklady Physics*. 2018. T. 63. №8. pp. 331-333.

23. Ling, Y. Uniaxial True Stress–Strain after Necking. *AMP Journal of Technology*, 1996, 5, pp. 37–48

24. Joun M., Eom J.G., Lee M.C., A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method. *Mechanics of Materials*, 40, 2009, pp.586-593.

25. Kamaya M., Kawakubo M., A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis. *Mechanics of Materials*, 43, 2011, pp. 243-253.

26. Vladimirov S.A., Trefilov S.I. Issledovanie protsessa glubokogo deformirovaniia obraztsov s kol'tsevoi vytochkoi pri ikh rastiazhenii [Studies of the process of deep deformation of samples with annular recess during their stretching]. *Kosmonavtika i raketostroenie*. 2015. №3(82). pp. 81-85.

27. Benz M., Irslinger J., Du Bois P., Feucht M., Bischoff M. Development of a new method for strain field optimized material characterization. *12th European LS-DYNA Conference 2019*, Koblenz, Germany, available at: www.dynalook.com/conferences/12th-european-ls-dyna-conference-2019/material-characterization/

28. Campitelli, E.N., Spaetig, P., Bonade, R., Hoffelner, W., Victoria, M., Assessment of the constitutive properties from small ball punch test: experiment and modeling. *Journal of Nuclear Materials*, 2004, 335, pp. 366–378.

29. Husain, A., Sehgal, D.K., Pandey, R.K., An inverse finite element procedure for the determination of constitutive tensile behavior of materials using miniature specimen. *Computational Materials Science*, 2004, 31, pp. 84–92.

30. Isselin, J., Iost, A., Golek, J., Najjar, D., Bigerelle, M., Assessment of the constitutive law by inverse methodology: small punch test and hardness. *Journal of Nuclear Materials*, 2006, 352, pp. 97–106.

31. Nayebi, A., EI Abdi, R., Bartier, O., Mauvoisin, G., New procedure to determine steel mechanical parameters from the spherical indentation technique. *Mechanics of Materials*, 2002, 34, pp. 243–254.

32. Cao, Y.P., Lu, J., A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve. *Acta Materialia*, 2004, 52, pp. 4023–4032.

33. Lee, H., Lee, J.H., Pharr, G.M., A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, 53, pp. 2037–2069.

34. Zhao, M., Ogasawara, N., Chiba, N., Chen, X., A new approach to measure the elastic–plastic properties of bulk materials using spherical indentation. *Acta Materialia*, 2006, 54, pp. 23–32.

35. Cho, H., Altan, T., Determination of flow stress and interface friction at elevated temperatures by inverse analysis technique. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, 170, pp. 64–70.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания Минобрнауки России (проект № FSWR-2023-0036).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Funding. The work was carried out with financial support from the State assignment of the Ministry of Education and Science of Russia (project No. FSWR-2023-0036).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.