Трусов П.В., Герасимов Р.М. Методы и результаты исследования эффекта Портевена – Ле Шателье: физически-ориентированные континуальные и многоуровневые модели // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 5. С. 132–158. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.5.10

Trusov P.V., Gerasimov R.M. Methods and results of studying the Portevin – Le Chatelier effect: physically-oriented continuous and multilevel models. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2023, no. 5, pp. 132-158. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.5.10

пермский политех

**ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА**
**№ 5, 2023**
**PNRPU MECHANICS BULLETIN**
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научный обзор

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.5.10
УДК 539.3

# МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТА ПОРТЕВЕНА – ЛЕ ШАТЕЛЬЕ: ФИЗИЧЕСКИ-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ КОНТИНУАЛЬНЫЕ И МНОГОУРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ

**П.В. Трусов, Р.М. Герасимов**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 17 июля 2023 г.
Одобрена: 17 августа 2023 г.
Принята к публикации:
31 октября 2023 г.

*Ключевые слова:*

обзор, прерывистая пластичность, конститутивные модели, физически-ориентированные континуальные и многоуровневые модели.

АННОТАЦИЯ

Эффекты прерывистой пластичности, несмотря на почти 200-летнюю историю с момента своего открытия, продолжают являться объектами интенсивного изучения механиками, материаловедами, технологами в области обработки металлов и сплавов пластическим деформированием. С развитием экспериментальных методов и инструментальной базы обнаруживаются все новые механизмы, ответственные за нарушение монотонности отклика (напряжений) при монотонных воздействиях (ростом деформаций). Для описания данных эффектов предложены и продолжают разрабатываться конститутивные модели (определяющие соотношения), основанные на различных (макрофеноменологическом, термодинамическом, структурно-механическом, физическом) подходах.

Несмотря на разнообразие причин возникновения прерывистой пластичности, общепризнанной является необходимость для построения корректных конститутивных моделей анализировать процессы, реализуемые при неупругом деформировании на мезо- и микроуровне, описывать эволюционирующую структуру материалов на различных масштабных уровнях. В связи с этим наиболее перспективными для формулировки определяющих соотношений в настоящее время представляется применение физически-ориентированных моделей.

В предлагаемой статье приводится краткий обзор работ, посвященных построению физически-ориентированных конститутивных моделей, пригодных для исследования эффектов прерывистой пластичности. В первой части обзора приведены модели, базирующиеся в основном на феноменологическом подходе к формулировке совокупности уравнений для исследования эволюции дефектной структуры моно- и поликристаллических сплавов, в большинстве своем использующие континуальное описание. Особое внимание при создании физически-ориентированных моделей уделяется рассмотрению взаимовлияние дефектов различной природы, включая взаимодействие примесных атомов с дислокациями. Во второй части обзора рассмотрены работы, основанные на введении внутренних переменных, многоуровневом физически-ориентированном подходе. К сожалению, моделей второго класса в настоящее время имеется очень ограниченное количество; тем не менее, авторы считают их наиболее перспективными для построения конститутивных моделей, адекватно описывающих эффекты прерывистой пластичности.

© ПНИПУ

© **Трусов Петр Валентинович** – д. ф.-м. н., проф., зав. каф. мат. моделирования систем и процессов, e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.
**Герасимов Роман Михайлович** – мл. науч. сотр. лаб. многоуровневого моделирования конструкционных и функциональных материалов, e-mail: RMGerasimov@pstu.ru, ID: 0000-0001-6008-2288.

**Petr V. Trusov** – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department for Mathematical Modelling of Systems and Processes, e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.
**Roman M. Gerasimov** – Junior Researcher for Laboratory of Multilevel Modeling of Structural and Functional Materials, e-mail: RMGerasimov@pstu.ru, ID: 0000-0001-6008-2288.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

# METHODS AND RESULTS OF STUDYING THE PORTEVIN – LE CHATELIER EFFECT: PHYSICALLY-ORIENTED CONTINUOUS AND MULTILEVEL MODELS

**P.V. Trusov, R.M. Gerasimov**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 17 July 2023
Approved: 17 August 2023
Accepted for publication:
31 October 2023

*Keywords:*

review, discontinuous plasticity, constitutive models, physically oriented continual and multilevel models

ABSTRACT

The effects of intermittent plasticity, despite almost 200 years of history since its discovery, are still intensively studied by mechanics, materials scientists, and technologists processing metals and alloys by plastic deformation. With the development of experimental methods and instrumentation, more and more new mechanisms are being discovered that are responsible for the violation of the monotonicity of the response (stresses) under monotonic effects (growth of strains). To describe these effects, constitutive models (constitutive relations) based on various (macrophenomenological, thermodynamic, structural-mechanical, physical) approaches have been proposed and continue to be developed.

Despite the variety of reasons for the emergence of discontinuous plasticity, it is generally recognized that in order to build correct constitutive models, it is necessary to analyze the processes that occur during inelastic deformation at the meso- and microlevels, and to describe the evolving structure of materials at various scale levels. Thus the use of physically oriented models is the most promising area of studies for the formulation of constitutive relations.

The proposed article provides a brief overview of works constructing physically-oriented constitutive models suitable for studying the effects of discontinuous plasticity. The first part of the review presents models based mainly on the phenomenological approach to the formulation of a set of equations for studying the evolution of the defect structure of single- and polycrystalline alloys, most of which use the continuum description. When creating physically-oriented models, special attention is paid to the consideration of the mutual influence of defects of various natures, including the interaction of impurity atoms with dislocations. The second part of the review considers works based on the introduction of internal variables, a multilevel physically-oriented approach. Unfortunately, second-class models are currently very limited; nevertheless, the authors consider them the most promising for constructing constitutive models that adequately describe the effects of discontinuous plasticity.

© PNRPU

## Введение

Существенное отличие механических свойств сплавов от свойств исходных составляющих (чистых металлов) хорошо известно и эксплуатируется в практике металлургии уже тысячи лет, однако теоретическое изучение этого влияния (особенно на неупругое поведение материалов) началось относительно недавно, после открытия основного механизма пластического деформирования – движения дислокаций. Значительное влияние на движение дислокаций оказывают атомы легирующих элементов («примесей»), в большинстве случаев оказывающих упрочняющее воздействие (повышение критических напряжений для реализации неупругого деформирования за счет дислокационного механизма). Одно из первых физически обоснованных объяснений данного явления было дано А. Коттреллом и его коллегами [Cottrell, Bilby, 1949; Cottrell, Jaswon, 1949; Cottrell, 1953]. Указанное упрочнение связывают с так называемым деформационным старением, обусловленным формированием в определенных диапазонах скоростей деформации и температур областей повышенной концентрации примесных атомов («облаков» или «атмосфер» примесей) в окрестностях дислокаций, повышающих величину энергетического барьера, преодоление которого необходимо для движения дислокаций. При этом в ряде работ [Cottrell, 1953; Yoshinaga, Morozumi, 1971 a, b] отмечается различие механизмов диффузии в твердых растворах замещения и внедрения; для первых значительную роль играют вакансии, тогда как во вторых превалирует решеточная диффузия («перескоки» примесных атомов между соседними «порами» решетки (например, для ОЦК-решетки – октаэдрическими)).

Разновидностью этого механизма является «захват» атомов примесей непосредственно ядрами дислокаций при удлинении дислокаций, остановленных барьерами (при генерации дислокаций источниками Франка – Рида) [Kocks, 1985; Cheng, Nemat-Nasser, 2000]. Диапазоны скоростей движений дислокаций и температур, в которых могут существовать атмосферы примесных атомов, окружающих движущиеся дислокации, зависят от концентрации примесей, коэффициентов диффузии, энергии взаимодействия легирующих атомов и дислокаций [Yoshinaga, Morozumi, 1971 a, b]. Отрыв дислокаций от скоплений примесей приводит к снижению напряжений, необходимых для продолжения неупругого деформирования (разупрочнению). Следует отметить, что в ряде работ [Johnston, Gilman,1960; Hahn, 1962] полагается, что роль отрыва дислокаций от примесных атмосфер преувеличена, а основной причиной немонотонного отклика материала при деформировании являются повторяющиеся резкие увеличения плотности мобильных дислокаций.

В определенных диапазонах скоростей деформаций и температур указанные конкурирующие механизмы (упрочнения – разупрочнения) реализуются параллельно, что приводит к деформированию в режиме прерывистой пластичности при постоянных или монотонно изменяющихся воздействиях (напряжениях или деформациях). Данный вид неустойчивости неупругой деформации, называемый эффектом Портевена – Ле Шателье (ЭПЛШ) [Portevin, Le Chatelier, 1923], до настоящего времени привлекает значительное внимание исследователей, о чем свидетельствует огромное число публикаций по этой тематике (с обзорами работ по данной тематике можно ознакомиться, например, в статьях [Brindley, Worthington, 1970; Zaiser, Hähner, 1997; Tamimi et al., 2015; Трусов, Чечулина, 2017; Rowlands et al., 2023]). Следует отметить, что существуют и иные точки зрения на природу прерывистой пластичности [Sleeswyk, 1958; Wilcox, Smith, 1964; Kocks, 1985; Zhu, 1997, 1998; Klose et al., 2004; Brechtl et al., 2019; Li et al., 2022]; более детально цитируемые здесь работы рассмотрены в [Трусов, Чечулина, 2023].

Для исследования упомянутых эффектов в пионерских работах предлагались упрощенные модели, основанные на рассмотрении упругих взаимодействий атомов примесей с атомами матрицы и с дислокациями [Mott, Nabarro, 1940, 1948; Bilby, 1950; Fleischer, 1961; Labusch, 1970, 1972; Fuentes-Samaniego et al., 1984; и др.]. При этом рассмотрение осуществлялось в основном для краевых дислокаций, что связано с преимущественным анализом твердых растворов замещения с гранецентрированной кубической (ГЦК) решеткой, в которых атомы примесей создают примерно сферические искажения решетки матрицы. В то же время в твердых растворах замещения атомы примесей создают тетраэдрические искажения [Snoek, 1941]; в этом случае атомы примесей взаимодействуют как с краевыми, так и с винтовыми дислокациями, причем с последними силы взаимодействия оказываются существенно большими [Cochardt et al., 1955]. К таким взаимодействиям склонны материалы с объемно-центрированной кубической (ОЦК) решеткой, в том числе – низкоуглеродистые стали [Schoeck, Seeger, 1959; Sarkar et al., 2007], высокоэнтропийные сплавы [Brechtl et al., 2019]; подобные материалы демонстрируют более сложный характер проявления ЭПЛШ по сравнению со сплавами с ГЦК-решеткой. В большинстве известных работ анализировалось взаимодействие примесей с полными (совершенными) дислокациями. В [Suzuki, 1952] теоретически рассмотрено взаимодействие атомов примеси с расщепленными дислокациями; предложенный механизм осаждения атомов примеси на дефектах упаковки нашел в дальнейшем экспериментальное подтверждение [Nakajima, 1959; Cahn, Davies, 1960; Suzuki, 1962]. Детальному рассмотрению взаимодействия атомов примесей с совершенными и расщепленными дислокациями различных типов посвящена статья [Sills, Cai, 2016], при этом при описании взаимодействия с полными дислокациями использована несингулярная континуальная теория (с заменой вектора Бюргерса его распределенным на полосе малой ширины аналогом) [Cai et al., 2006]. Показано, что если в окрестности совершенных винтовых дислокаций примесные атмосферы не образуют атмосфер, то расщепленные винтовые дислокации способны создавать последние. Отмечается также, что примесные атомы могут как увеличивать, так и уменьшать ширину дефекта упаковки.

## 1. Физически-ориентированные континуальные модели

Одной из первых работ, посвященных физическому рассмотрению влияния деформационного старения на деформирование материалов, была статья Мотта и Набарро [Mott, Nabarro, 1948]. Согласно предложенной ими модели, дислокация (рассматриваемая как упругая струна) движется сквозь поле равномерно распределенных атомов примесей («слабых препятствий»), испытывая действие внутренних положительных и отрицательных напряжений от этих включений. Получена оценка внутренних напряжений как функции концентрации примесных атомов. К сожалению, теоретические результаты не нашли экспериментального подтверждения. В статье Лабуша [Labusch, 1972] на основе более ранней работы Мотта и Набарро [Mott, Nabarro, 1940], в которой рассмотрено описание упрочнения за счет частиц включений, предложена модификация, основанная на предположении, что в твердых растворах атомы примесей могут образовывать кластеры, выделения жестких частиц («сильные препятствия» для движения дислокаций). Заметим, что в более поздних работах формирование кластеров в окрестностях ядер дислокаций подтверждено с использованием методов атомарной динамики (например, в [Lane Rohrer, 1995] – для двойных и тройных сплавов Al с Cu и Ag с различной концентрацией последних, в [Zhang, Picu, 2004; Xu, Picu, 2006] – для сплава Al – 5 % Mg).

Серия работ по данной тематике была опубликованы А.Г. Коттреллом и его коллегами [Cottrell, Bilby, 1949; Cottrell, Jaswon, 1949; Cottrell, 1953]. Детальному рассмотрению на микроуровне процесса деформационного старения в низкоуглеродистой (0,003 % C) посвящена статья [Cottrell, Bilby, 1949]. С энергетических позиций обсуждается формирование атмосферы примесных атомов (углерода) в окрестности краевой дислокации; полагается, что скорость диффузии примесных атомов пропорциональна градиенту энергии взаимодействия атома примеси с дислокацией; диффузией, обусловленной градиентом концентрации, пренебрегается. Кроме того, как отмечается в [Harper, 1951], в предлагаемой модели концентрация атомов в растворе полагается неизменной, т.е. не учитывается уменьшение доли «свободных», еще «не захваченных» дислокациями атомов примесей. При этом рассматривалось взаимодействие атомов примеси с одиночной дислокацией.

В связи с указанными недостатками модели Коттрелла – Билби она дает приемлемые по точности результаты только на начальной стадии процесса старения. В ряде более поздних работ были получены аналитические и численные решения, свободные от указанных недостатков [Bullough, Newman, 1959, 1962 a, b, 1970; Meisel, 1967; и др.].

Получена аналитическая оценка напряжения, необходимого для отрыва дислокаций от атмосферы. Принимается, что флуктуации температуры могут приводить к отрыву от атмосфер небольших петель дислокаций, которые в дальнейшем быстро распространяются по материалу, способствуя активации и других дислокаций. Подтверждением приемлемой точности модели Коттрелла – Билби на начальном этапе (примерно до 25 % концентрации насыщения атомов примеси, оседающих на дислокациях) процесса старения служат результаты экспериментальных исследований, приведенные в [Harper, 1951]. Эксперименты основаны на определении внутреннего трения, зависящего от содержания примеси в растворе внедрения в междоузлиях решетки матрицы; исследования проведены на образцах из пресыщенных растворов внедрения углерода и азота в $Fe_{\alpha}$. Предложенная в [Harper, 1951] модификация модели Коттрелла – Билби, в которой учтено уменьшение концентрации «свободных» атомов примеси, позволяет описать процесс осаждения атомов примеси примерно до 90 % от предельной концентрации осаждения на дислокациях атомов примеси.

В [Cottrell, Jaswon, 1949] рассмотрено взаимодействие между неподвижными и медленно скользящими краевыми дислокациями и атомами примесей, образовавшими за счет диффузии атмосферы («облака») вокруг этих дислокаций. При неподвижных дислокациях попавшие в зону их влияния примесные атомы полагаются распределенными симметрично (максвелловское распределение) относительно экстраплоскости. При медленном движении атомы смещаются в тыльную часть области атмосферы, создавая силу, препятствующую движению дислокаций; показано, что при малых скоростях движения дислокаций сила сопротивления пропорциональна величине скорости. Предполагается слабое взаимодействие между атомами примесей и дислокациями, отмечается, что для сильных взаимодействий (например, атмосфер углерода или азота в железе) принятые предположения требуют ревизии. При достижении определенного критического значения скорости движение становится неустойчивым, дислокация начинает двигаться с ускорением. В развитие данной работы в [Nabarro, 2005] приведено более общее решение, в которой рассмотрено взаимодействие атомов примесей как при скольжении, так и при неконсервативном движении (переползании) краевых дислокаций.

В [Cottrell, 1953] приведены пояснения, проливающие свет на некоторые несоответствия теории и экспериментальных данных для случая деформирования образцов из алюминиевых сплавов. Из оценок для коэффициента диффузии следует, что скорость диффузии при комнатной температуре недостаточна для эффективного старения, проявляющегося в прерывистой пластичности. Тем не менее эксперименты демонстрируют, что после небольшой пластической деформации в образцах возникает эффект Портевена – Ле Шателье (ЭПЛШ). Указанное несоответствие автор объясняет повышением концентрации вакансий и других точечных дефектов в твердых растворах внедрения даже после незначительной пластической деформации, в силу чего резко возрастает коэффициент диффузии. Аналогичное действие на указанные сплавы оказывает резкое охлаждение от высоких температур. Получена приближенная формула для определения зависимости коэффициента диффузии от деформации для алюминиевого сплава. Анализу взаимодействия атомов примесей с дислокациями в монографии [Коттрелл, 1958] посвящен специальный параграф. Отдельно рассмотрены случаи неподвижных и движущихся дислокаций. При неподвижных дислокациях атомы примесей диффундируют к ним и располагаются вдоль линий дислокаций в положениях с максимальными силами связи. Для подвижных дислокаций возможны два варианта: 1) при напряжениях, превышающих определенный предел, дислокации могут отрываться от сформировавшихся вокруг них атмосфер; 2) при малых напряжениях и в силу этого малых скоростях движения дислокации могут увлекать за собой атмосферы примесных атомов. Получены оценки критических скоростей движения и напряжений, до достижения которых атмосферы могут перемещаться вместе со «своими» дислокациями. Отдельный пункт параграфа содержит результаты исследования механизмов образования зуба текучести и соотношения для их описания; получены оценка напряжения верхнего предела текучести, влияния на него температуры.

В работе [Ham, 1959] наряду с притоком атомов к дислокации, обусловленным взаимодействием полей напряжений, учитывается диффузия за счет градиента концентрации примесных атомов. Отмечается, что на начальной стадии решение с использованием модели Коттрелла – Билби дает удовлетворительные результаты, однако на больших временах обнаруживается значимое расхождение с данными экспериментов. Для рассмотрения процессов на длительных временах автор вводит понятие так называемого «эффективного радиуса захвата», под которым понимается радиус цилиндра, который при рассмотрении конкретной задачи имеет такую же вероятность захвата диффундирующих атомов, как и дислокация с присущим ей полем напряжения. Получены аналитические решения для определения эволюции во времени и пространстве концентрации примесных атомов в окрестности одиночных краевых и винтовых дислокаций. Получено аналитическое решение для доли осажденных атомов примеси на массиве параллельных дислокаций, который описывается одиночной дислокацией и цилиндрической областью с «эффективным радиусом захвата». Отмечается, что ха-

рактер решения меняется незначительно в случае неупорядоченного массива дислокаций.

Детальному рассмотрению взаимодействия точечных дефектов с дислокациями посвящена статья [Bullough, Newman, 1970], которую целесообразно рассмотреть подробнее. Приведен краткий обзор ранних работ, посвященных указанной теме. Отмечается многообразие взаимодействий точечных дефектов с дислокациями: определяемых полями напряжений дислокаций при внедрении дефектов с отличными от решеточных атомов размерами, химических и электрических воздействий, вибраций дефектов. Отмечается, что наиболее важным является взаимодействие точечных дефектов с дислокациями за счет собственных полей напряжений. Приведены соотношения для определения энергии взаимодействия точечного дефекта с прямолинейными дислокациями и с дислокационной петлей при использовании для определения энергии геометрически линейной изотропной теории упругости; отдельно рассмотрены ситуации одинаковых и различных упругих модулей матрицы и включения (точечного дефекта). Приведены также решения для энергии взаимодействия друг с другом различных дефектов (точечных, краевых и винтовых дислокаций), полученные в рамках геометрически нелинейной изотропной гиперупругости по Грину (с потенциалом Мурнагана); отмечается, что учет геометрической нелинейности дает вклад второго порядка малости по сравнению с энергией взаимодействия, определенной по линейной теории. Кратко рассмотрены другие виды взаимодействий, отмеченные выше.

Поток точечных дефектов $\mathbf{q}_c$ к дислокациям полагается определяемым двумя составляющими: от взаимодействия точечных дефектов с дислокациями (энергия взаимодействия обозначена как U) и от градиента концентрации точечных дефектов c:

$$\mathbf{q}_c = -D\hat{\nabla}c - \left(Dc/\kappa\theta\right)\hat{\nabla}U, \qquad (1)$$

где D – коэффициент (решеточной) диффузии, $\hat{\nabla}$ – оператор Гамильтона (определенный в актуальной конфигурации), к – константа Больцмана, θ – абсолютная температура. Тогда изменение концентрации точечных дефектов будет описываться параболическим дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\frac{1}{D}\frac{\partial c}{\partial t} = \hat{\nabla}^2 c + \frac{\hat{\nabla}\cdot\left(c\hat{\nabla}U\right)}{\kappa\theta}, \qquad (2)$$

В случае наличия высокой плотности дислокаций ρ предлагается считать, что все дислокации являются прямолинейными, параллельными друг другу и расположенными в центре кругового цилиндра с радиусом

$$r_\rho = \left(\pi\rho\right)^{-\frac{1}{2}}, \qquad (3)$$

Для определения концентрации дефектов далее предлагается решать краевую задачу для цилиндрической области с граничным условием $\mathbf{q}_c = \mathbf{0}$ при $r=r_\rho$.

Приведены и анализируются результаты, полученные с использованием модели Коттрелла – Билби [Cottrell, Bilby,1949], которая сводится к решению дифференциального уравнения в частных производных первого порядка с одним граничным условием (на поверхности цилиндра, ограничивающего область ядра дислокации). Описанные выше результаты находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными на начальном этапе старения; для удовлетворительного описания более поздних стадий процесса следует учитывать составляющую потока точечных дефектов, управляемую градиентом концентрации последних.

Отдельно рассматривается вопрос о формировании включений примесей (предположительно – в окрестностях ступенек на дислокациях); отмечается существенный вклад в этот процесс миграции атомов примесей вдоль ядер дислокаций, происходящей с большими скоростями. Растущие включения примесей могут изменять объем и порождать поле собственных напряжений, что может приводить к изменению коэффициента диффузии вблизи границы «матрица – включение»; предлагается модификация модели для учета данного эффекта, а также – влияния миграции к включениям вакансий. Рассматривается процесс миграции вакансий к дислокациям и дислокационным петлям, приводящий к изменению кривизны, внутренней энергии и размеров последних. Для иллюстрации особенностей поведения многокомпонентных систем в последнем разделе статьи приведены и подробно обсуждаются результаты экспериментальных исследований поведения при различной термообработке образцов кремния, содержащего атомы кислорода и алюминия.

В [Yoshinaga, Morozumi, 1971a, b] основным механизмов, обусловливающим ЭПЛШ в образцах из твердых растворов, принимается влияние примесных атомов на движение мобильных дислокаций. Выделяются три диапазона температур (по возрастанию температуры – *a, b* и *c*), в которых упрочнение отличаются: в диапазонах *a* (низкотемпературная) и *c* (высокотемпературная область) имеет место нормальная зависимость напряжения течения от температуры (уменьшение напряжения течения с ростом температуры), тогда как в промежуточном диапазоне *b* поведение носит аномальный характер: напряжение течения повышается с ростом температуры. При низких температурах диффузия мала, атомы примесей расположены в растворе хаотически, их препятствие движению дислокаций незначительно. С повышением температуры диффузия становится более заметной, атомы примеси концентрируются вблизи дислокаций. В промежуточном диапазоне температур (*b*) атомы примесей могут перемещаться вместе с дислокациями при низких скоростях движения последних; при превышении критических скоростей происходит отрыв атмосфер примесных атомов, падение критического напряжения скольжения, что и приводит к проявлению ЭПЛШ. Дальнейшее повышение температуры

повышает коэффициент диффузии, что, вероятно, приводит, во-первых, к снижению сопротивления движению дислокаций со стороны атмосфер, во-вторых, к рассеиванию («размыванию») атмосфер вокруг дислокаций. При этом пластическая деформация ведет к увеличению концентрации вакансий и повышению плотности дислокаций, что ведет к повышению диффузионной способности атомов примесей (по двум механизмам). Приведен вывод соотношения для определения критической скорости движения дислокаций, при достижении которой происходит отрыв атмосфер от дислокаций.

Исследовано взаимодействие образца, испытывающего прерывистый режим в области *b*, с нагружающим устройством, рассматриваемым как упругий стержень постоянного сечения с постоянной скоростью движения одного конца. Согласно полученному решению, после достижения напряжения отрыва (или критической скорости отрыва) дислокации усилия в образце и стержне нагружающего устройства резко падают, причем за счет колебаний стержня нагрузка может упасть еще ниже, чем нагрузка отрыва дислокаций. При снижении действующих на дислокации напряжений последние могут остановиться на определенное время, в течение которого к ним будут диффундировать примесные атомы. При возрастании напряжения остановленные дислокации начинают движение, при этом если концентрация атомов примеси меньше определенного для каждой скорости движения дислокаций стационарного значения, то дислокации могут «собирать» примесные атомы. Указано, что после достижения стационарного значения концентрации атмосферы при дальнейшем повышении напряжения дислокации могут резко ускориться, что приведет к падению напряжения.

В [McCormick, 1972] приведено полученное автором соотношение для определения критической деформации начала прерывистого режима деформирования $\varepsilon_c$. Полагается, что последний реализуется при равенстве времени остановки дислокаций на препятствиях и времени, необходимого для диффузии достаточного для остановки дислокаций количества атомов примеси. Учитывается влияние на диффузионные свойства (а следовательно, и время закрепления дислокаций атомами примеси) концентрации вакансий, зависящей от накопленной пластической деформации. Отмечается, что $\varepsilon_c$ зависит также от исходной концентрации атомов примеси и от размера зерен. Результаты, полученные с использование предлагаемой модели, находятся в удовлетворительном качественном соответствии с экспериментальными данными. Дальнейшее развитие модели рассмотрено в [McCormick, 1988], где показано, что изменение скорости деформации и возникновение неустойчивого течения реализуется в течение некоторого интервала времени, обусловленного процессом изменения концентрации примесных атомов в окрестностях дислокаций. С использованием линейной теории возмущений анализируются условия устойчивости в малом, для исследования устойчивости в большом применяются численные эксперименты. Стоит отметить, что работа [McCormick, 1988] является одной из наиболее популярных моделей, которая принимается в качестве базовой модели при численном исследовании ЭПЛШ с использованием метода конечных элементов; различные модификации этой модели отражены в статьях [Zhang et al., 2001; Graff et al., 2004; Benallal et al., 2006; Böhlke et al., 2009].

В [Van den Beukel, 1975] отмечается, что модель, предложенная в работах Коттрелла, предсказывает критические деформации возникновения прерывистого режима пластического деформирования $\varepsilon_c$, существенно отличающиеся от экспериментально определенных. Возможной причиной этого автор считает предположение об однородном распределении примесей по объему кристаллитов. Предлагается учесть изменение концентрации примесных атомов в окрестностях дислокаций, временно остановленных на препятствиях; увеличение концентрации принято считать зависящим от произведения коэффициента диффузии D на время остановки дислокаций $t_w$, $c=c(Dt_w)$. С использованием уравнения Орована в предположениях, что плотность дислокаций $\rho$ выражается степенной функцией деформации $\varepsilon$ ($\rho\sim\varepsilon^{\alpha}$), а скорости движения дислокаций определяются расстоянием между препятствиями $l$ и временем ожидания $t_w$, $V= l / t_w$, последние связываются со скоростью деформации. Принимается, что коэффициент диффузии зависит от концентрации вакансий $c_v$ и температуры $\theta$: $D \sim c_v \exp(-Q_m/\kappa\theta)$, где $Q_m$ – энергии миграции вакансий; концентрация вакансий полагается зависящей от деформации: $c_v\sim\varepsilon^{\beta}$. В результате получена следующая зависимость: $Dt_w \sim \dfrac{\varepsilon^{\alpha+\beta}}{\dot{\varepsilon}}\exp\left(-\dfrac{Q_m}{\kappa\theta}\right)$, с учетом которой определяется концентрация примесных атомов как функция $c=c(\varepsilon,\dot{\varepsilon},\theta)$. Для определения скорости деформации используется соотношение аррениусовского типа: $\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_0\exp\left(-\dfrac{H}{\kappa\theta}\right)$, где $H = H(\sigma, c)$ – энтальпия активации движения дислокаций, зависящая от действующих напряжений $\sigma$ и концентрации примесей. С использованием двух последних соотношений определяется напряжение течения $\sigma=\sigma(\varepsilon,\dot{\varepsilon},\theta)$; сформулировано условие перехода от монотонного к прерывистому режиму деформирования. Показано, что с ростом скорости деформации величина критической деформации $\varepsilon_c$ начала реализации прерывистого течения увеличивается.

В [Takeuchi, Argon, 1979] предложен алгоритм, основанный на методе сеток, для решения задачи консервативного и неконсервативного движения дислокаций, взаимодействующих с атомами примесей (для описания взаимодействия использовано решение [Cottrell, Jaswon, 1949]). Приведены рассчитанные зависимости тормозящей силы со стороны атмосфер атомов примесей и распределения концентрации последних от скорости

движения дислокаций, отмечается их качественное соответствие известным данным других исследователей.

В [Louat, 1981] анализируется условие устойчивости пластического деформирования, трактуемое как неотрицательность производной от напряжения течения $\sigma$ по скорости (одноосной) деформации $\xi$: $d\sigma/d\xi \geq 0$. Скорость деформации предлагается определить следующим соотношением: $\xi = \xi_0 \exp\left(-\frac{H(\sigma, c)}{\kappa\theta}\right)$, где $H(\sigma, c)$ – энергия активации. С использованием последнего соотношения получено условие устойчивости пластического течения, связывающее скорость деформации, температуру и концентрацию атомов примеси в окрестности дислокаций $c$. Для определения концентрации примесей на дислокациях предлагается модификация модели Коттрелла и Билби [Cottrell, Bilby, 1949], которая учитывает предельную концентрацию атомов примеси, способных «разместиться» в окрестности ядер дислокации, и уменьшение концентрации примесных атомов в матрице при их «связывании» в облака в окрестностях дислокаций. В результате показано, что область неустойчивости в координатах $\ln\xi$ – $1/\theta$ ограничена двумя прямыми линиями.

В статьях [Ananthakrishna, Valsakumar, 1982; Zaiser et al., 1999; Rajesh, Ananthakrishna, 2000; Bharathi et al., 2003] рассматривается дислокационная модель, включающая нелинейные эволюционные уравнения для плотностей мобильных, иммобильных дислокаций и дислокаций с присоединенными к ним атмосферами Коттрелла. Модель ориентирована на описание одноосного нагружения, учитывается жесткость нагружающего устройства. Для анализа результатов использованы понятия и методы нелинейной динамики и теории катастроф. Модель качественно удовлетворительно описывает изменение режима осцилляций напряжений при изменении скорости деформации. Показано, что жесткость нагружающей машины существенно влияет на характер прерывистой пластичности. В [Kumar et al., 2015] данная модель использована при решении одномерной динамической задачи, предназначенной для описания акустической эмиссии при пластическом деформировании. В [Lee et al., 2023] показано удовлетворительное соответствие результатов применения данной модели экспериментальным данным для случая одноосного растяжения образцов из нержавеющей стали аустенитного класса.

В работе [Klusemann et al., 2015] проведены результаты экспериментальных исследований и моделирования развития полос ЭПЛШ в алюминиевых сплавах AlMg3, в частности в AA5754. Экспериментальное исследование включает как механические (сил, перемещений, деформаций), так и инфракрасные (температуры) методы измерений. Термические измерения осуществляются с помощью высокоскоростной инфракрасной камеры для записи траекторий и эволюции полос ЭПЛШ. Кроме того, были определены критическая деформация возникновения полос ЭПЛШ, а также характеристики полос, такие как их скорость и тип. Для моделирования экспериментальных результатов используется модификация модели Кубина – Эстрина – Маккормика. В этой модификации эффективное напряжение пластического течения, обусловленное динамическим старением, не является постоянным, а предполагается, что оно линейно зависит от накопленной эффективной неупругой деформации; модификация включена в конечно-элементную модель. С использованием механических испытаний определяются параметры модели для образцов из алюминиевого сплава AA5754; показано удовлетворительное соответствие результатов расчетов экспериментальным данным. Особое внимание уделяется рассмотрению образования и распространения полос ЭПЛШ. Сравнение экспериментальных и модельных результатов показывает, что сильные скачки напряжения коррелируют с началом продольного распространения полностью сформированной полосы ЭПЛШ. Небольшие осцилляции между большими скачками напряжения во время распространения полос типа B соответствуют последовательному образованию, распространению и исчезновению этих полос. При более низких скоростях деформации и с ростом деформации наблюдаются полосы типа C. Скорость движения полосы ЭПЛШ уменьшается с уменьшением скорости деформации и увеличением деформации. С другой стороны, обнаружено, что величина деформации полосы увеличивается с ростом деформации образца в целом и незначительно – с увеличением скорости деформации.

Модель, основанная на рассмотрении взаимодействия дислокаций с атомами примесей, предложена в [Balik, Lukáč, 1989 a, b]. Предполагается, что напряжение течения равно сумме сопротивления деформации от взаимодействия дислокаций с дислокациями леса и напряжения от взаимодействия дислокаций с атомами примесей, зависящее от концентрации последних. Со ссылкой на оценки, полученные в работах [Yoshinaga, Morozumi, 1971 a, b], отмечается, что объемной (решеточной) диффузии явно недостаточно, чтобы обеспечить наблюдаемые в экспериментах на одноосное нагружение скачки напряжений. Принимается, что дислокации при движении могут «захватывать» атомы примесей и двигаться вместе с ними. «Захваченные» примесные атомы способны интенсивно диффундировать вдоль линий ядер дислокаций вплоть до определенного предела насыщения. Получены зависимости средних скоростей движения дислокаций и напряжения сопротивления течению от концентрации примесей и температуры, на основе которых показано существование интервала температур, в котором имеет место отрицательная чувствительность сопротивления деформации от скорости деформации.

Сравнительный анализ соотношений для зависимости напряжения течения от концентрации примеси, предложенных Фриделем [Фридель, 1967] и Моттом

и Набарро [Mott, Nabarro, 1948], представлен в статье [Arsenault et al., 1989]. Согласно модели Фриделя, напряжение течения меняется пропорционально корню квадратному от концентрации ($\sigma_s \sim c^{1/2}$), тогда как из аналитического решения Мотта – Набарро следует $\sigma_s \sim c^{2/3}$. На основе аналитического и численного решений и сопоставления с экспериментальными данными авторы показывают, что решение Фриделя является более адекватным.

В [Kubin, Estrin, 1990] зависимость напряжения течения от скорости деформации описывается суммой двух составляющих: от внутреннего трения и от атмосфер примесных атомов. Формирование последних осуществляется диффузией к временно остановленным на лесовых (иммобильных) дислокациях мобильным дислокациям; время «остановок» определяется по плотности дислокаций леса и скорости деформации. Приведены дифференциальные уравнения для описания изменения плотностей мобильных и иммобильных дислокаций за счет их генерации и аннигиляции. Основное внимание в статье уделено определению критических деформаций начала и завершения прерывистого режима деформирования, критерием смены режима принимается равенство нулю скоростной чувствительности. Сопоставление результатов расчета по предлагаемой модели с имеющимися экспериментальными данными показывает удовлетворительное качественное соответствие. Для некоторых сплавов отмечается возможность реализации прерывистого режима деформирования в нескольких диапазонах температур и скоростей деформации. Дальнейшее развитие модели, ориентированное на качественное описание влияния на ЭПЛШ включений, возникающих в пресыщенных твердых растворах, предложено в [Brechet, Estrin, 1995]. В модификации, приведенной в работе [Ren et al., 2017], предложено в уравнении для изменения плотности мобильных дислокаций учитывать влияние атмосфер примесных атомов на аннигиляцию дислокаций, обусловленное снижением способности дислокаций к неконсервативному движению.

Результаты изучения влияния примесных атомов на величину пороговых напряжений (ниже которых дислокации неподвижны) в полупроводниках представлены в работе [Петухов, 1990]; принимается, что возникновение порога подвижности обусловлено собиранием движущимися дислокациями атомов примесей. При малых скоростях движения вокруг дислокаций образуются равновесные атмосферы с концентрацией $c = c_p = c_0 \exp U/\kappa\theta$, где $c_0$ – концентрация атомов примеси в объеме кристаллитов. С одной стороны, увеличение скорости дислокации приводит к невозможности атомам примеси распределиться вдоль линии дислокации, в силу чего концентрация примесей на дислокации является убывающей функцией скорости движения дислокации $V$. С другой стороны, скорость движения дислокации убывает с ростом концентрации захваченных атомов примеси. Таким образом, приходим к положительной обратной связи: $c=\varphi(V(c))$. Рассматривая последнее соотношение как уравнение для определения стационарных решений при различных уровнях напряжений, показано, что существуют три стационарных решения, соответствующие различным скоростям движения дислокаций: при малых концентрациях $c_1$ (высокие скорости движения $V(c_1)$), при больших концентрациях (малые скорости $V(c_2)$) и промежуточные скорости $V(c_3)$, последний режим является неустойчивым. При этом изменение скорости движения при фиксированном значении напряжения происходит скачком. Отмечается необходимость применения для описания процесса движения дислокаций дискретных моделей, поскольку континуальные решения неприменимы для описания сильных взаимодействий дислокаций с атомами примесей, расположенными в ядре дислокации. Предложен вариант модели, основанный на энергетическом рассмотрении взаимодействия атомов примесей с дислокацией при переходе из одной долины рельефа Пайерлса в соседнюю. Получено согласованное решения для скорости движения дислокаций, учитывающее влияние концентрации примесей в ядре дислокации на скорости движения перегибов.

Описание физических механизмов и качественных механических эффектов, обусловленных статическим и динамическим старением, содержится в [Kubin, Estrin, 1991]. Анализ опирается в основном на механические эксперименты, реализованные с использованием образцов из различных сплавов (в особенности – алюминиевых), проведенные в широком диапазоне скоростей деформаций и температур. Основное внимание сосредоточено на влиянии старения на изменение вязкости сплавов, которое, в свою очередь, связывается с варьированием скоростной чувствительности. Обсуждаются различные механические эффекты (в том числе – аномальная скоростная чувствительность, ЭПЛШ) и влияние на них компонентного состава сплавов. Анализу различных типов неустойчивости пластического течения, связанной с влиянием деформационного и скоростного упрочнения и температуры, выводу аналитических условий неустойчивости посвящена статья [Estrin, Kubin, 1991]. Скоростное упрочнение связывается с эффектом ПЛШ; отдельно рассматриваются вопросы влияния на устойчивость взаимодействия дислокаций различных систем скольжения (включая переползание дислокаций в параллельные СС).

Обзор теорий для описания упрочнения твердых растворов содержится в [Butt, Feltham, 1993]. Рассмотрены аналитические модели Мотта [Mott, Nabarro, 1948], Лабуша [Labusch, 1972], Набарро [Nabarro, 1977] и другие. Значительное внимание уделяется учету в существующих моделях влияния температуры. Отмечается, что для большинства сплавов увеличение температуры ведет к монотонному снижению напряжения течения примерно до гомологической температуры $T_r \approx 0{,}33$, после чего напряжение течения практически не меняется, что, вероятно, связано с процессом возврата. Обсуж-

даются причины аномального снижения напряжения течения для ряда ГЦК-сплавов при уменьшении температуры до значений ниже примерно 70 К (например, для сплавов Cu–Zn – при температурах ниже 50 К).

Большая часть статьи посвящена описанию и анализу предложенной вторым из авторов и развитой обоими авторами модели. Согласно этой модели сдвиги возникают при отрыве сегментов краевых дислокаций от коротких рядов примесных атомов, распределенных вдоль сегментов. Предложены соотношения для определения энергии активации перехода дислокации из одного равновесного положения в соседнее, активационного объема, критических напряжений сдвига, скоростей сдвига как функций концентрации примесных атомов, температуры и упругих свойств решетки матрицы (модуля сдвига). Отмечается аналогия предложенного механизма и механизма движения дислокаций в решетках с высоким барьером Пайерлса (ОЦК) за счет образования парных перегибов.

В [Hähner, Zaiser, 1997] предложена стохастическая модель для описания эффекта ПЛШ на мезоуровне. Отмечается, что ЭПЛШ связан с коллективным взаимодействием дислокаций, которое порождает дальнодействующие поля напряжений. Получено стохастическое уравнение типа Фоккера – Планка – Колмогорова, описывающее эволюцию функции распределения вероятности отклонения локальных деформаций от средних значений. В работе также отмечены характерные различия проявления ЭПЛШ в моно- и поликристаллах.

В большинстве работ, анализирующих эффекты деформационного старения, рассматривается взаимодействие атомов примесей с полными дислокациями. В [Varschavsky, Donoso,1997a, b] на основе энергетического подхода предложено описание осаждение атомов примесей на расщепленных краевых и винтовых дислокациях. При этом скорость осаждения примесных атомов на винтовых расщепленных дислокаций выше, чем на краевых; отмечается значительный вклад в этот процесс туннельной диффузии вдоль частичных дислокаций. Показано также возрастание скорости диффузии с увеличением плотности дислокаций.

На способность дислокаций «улавливать» примесные атомы, распределяемые вдоль ядра дислокации, и вовлекать последние в движение со ссылкой на экспериментальные данные указывается в статье [Petukhov, 2003]. Атомы примесей подразделяются на мобильные и малоподвижные; отмечается, что указанное разделение определяется не только параметрами атомов примесей, но и характеристиками взаимодействия (в частности, типом дислокации). Для мобильных атомов приведен радиус «захвата» (trapping radius) $r$, зависящий от упругих характеристик матрицы (модуля сдвига $G$ и коэффициента Пуассона $\nu$), значения различия объемов атомов примеси и матрицы $\Delta V$, коэффициента диффузии атомов примеси $D$, температуры $\theta$ и скорости движения дислокации $V$:

$$r = 2\left(\frac{2AD}{\kappa\theta V}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad A = \frac{1}{3\pi}\frac{1+\nu}{1-\nu}Gb\Delta V. \qquad (4)$$

Для малоподвижных атомов примесей радиус захвата принимается имеющим минимальное значение, которое полагается равным модулю вектора Бюргерса $b$. Изменение концентрации атомов примеси $c$, «захваченных» дислокацией, в предположении отсутствия «потери» дислокациями уже «захваченных» атомов, определяется соотношением:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{rc_0}{a^2}V, \qquad (5)$$

где $c_0$ – концентрация атомов примеси в объеме кристалла на ячейку решетки ($a$ – размер ячейки). При удалении дислокаций друг от друга на расстояние в несколько периодов решетки концентрация атомов в ядре дислокации оказывается намного выше, чем в теле кристаллита, и эти атомы оказывают тормозящее действие, подобное сухому трению. Принято, что напряжение дополнительного сопротивления за счет атомов примесей пропорционально $c$.

Дислокации, приобретающие атмосферы, постепенно останавливаются, их место занимают новые дислокации, для зарождения которых требуются повышенные напряжения. Приведены соотношения для определения скоростей образования дислокаций, скорости деформации (обобщение уравнения Орована), эффективного напряжения, действующего на дислокации с учетом «захвата» атомов примеси. Анализируется влияние на напряжения течения температуры процесса деформирования. Следует отметить, что все соотношения модели сформулированы в одномерной (скалярной) постановке. Собственно ЭПЛШ в статье не рассматривается, что автор объясняет отсутствием в модели учета возможности атомов примеси покидать атмосферы дислокаций.

В [Петухов, 2003] рассмотрено применение модификации (с учетом возможного уменьшения концентрации атомов примеси в атмосферах дислокаций за счет диффузии атомов) описанной выше модели для анализа поведения дислокаций в условиях статического и переменного нагружения. Отмечается неприменимость континуального описания взаимодействия атомов примесей и дислокаций при малых расстояниях между ними; в этом случае необходимо рассматривать электронные взаимодействия. Приведены решения для скорости движения дислокации в зависимости от напряжения и концентрации примеси в атмосфере для статического и изменяющегося с постоянной скоростью напряжения. Показано, что процесс старения при определенных условиях может приводить к невозможности движения дислокаций при статических напряжениях и необходимости для его реализации постоянно возрастающего напряжения, при этом скорость движения дислокаций в этом особом режиме не зависит от температуры.

В [Hähner, Rizzi, 2003] авторы рассматривают влияние напряжения и температуры на развитие деформационных полос ЭПЛШ. Предложена теоретическая модель, в которой учитываются характеристики кинематики полос ЭПЛШ. Предлагаются аналитические выражения для оценки влияния чувствительности скорости деформирования для исследования ЭПЛШ. Проверка теоретической модели осуществляется численными экспериментами с использованием метода конечных элементов в трехмерной постановке; показано влияние различных параметров на образование деформационных полос ЭПЛШ. Результаты моделирования показали удовлетворительное соответствие экспериментальным данным для образцов из сплавов Cu–Al.

В [Hu et al., 2004] для описания эволюции дефектной структуры бинарного твердого раствора, включающей дислокации и примесные атомы, предлагается использовать модель фазового поля. Введены поля двух параметров порядка, характеризующих молярную долю атомов примеси и поле перемещений, порождаемых дислокациями. Сформулированы эволюционные уравнения для параметров порядка (нелинейное уравнение диффузии Кана – Хиллиарда и уравнение Гинзбурга – Ландау), базирующиеся на введении свободной энергии системы. Полная свободная энергия включает в себя химическую энергию, упругую энергию и так называемую энергию кристаллита; последняя состоит из структурной энергии и градиента структурной энергии (для полных дислокаций структурная энергия определяется как энергия ядра дислокации). Приведен пример применения предлагаемой модели в двумерном случае для описания движения одиночной дислокации в окружении облака примеси. Приведены результаты расчетов концентрации примесных атомов в окрестности дислокации. Показано, что изменения вязкого сопротивления движению дислокации изменяется периодически. Средняя скорость движения дислокации имеет три характерных значения, зависящие от состава сплава, отношения мобильности примесных атомов и дислокации и от приложенного напряжения. Величина напряжения сопротивления зависит не только от концентрации примесных атомов, но и от положения дислокации относительно облака примеси.

В отличие от большинства моделей для описания ЭПЛШ, в которых рассматриваются облака примесей в окрестностях активных дислокаций, в [Picu, 2004] полагается, что эффект может быть объяснен с позиций формирования атмосфер примесных атомов вокруг дислокаций леса. При пересечении лесовых дислокаций мобильными дислокациями образуются барьеры Ломера – Коттрелла, прочность которых зависит от концентрации примеси в атмосфере. При «прорыве» барьеров мобильными дислокациями реализуется прерывистая деформация. Отмечается, что модель позволяет описать особенности реализации ЭПЛШ, например, увеличение критической деформации начала прерывистой пластичности с ростом скорости деформации и снижением температуры.

В [Fressengeas et al., 2005] рассмотрена одномерная модель для описания ЭПЛШ, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения плотностей мобильных и иммобильных дислокаций, времени старения (времени остановок дислокаций на барьерах) и определяющее соотношение в скоростной релаксационной форме. Отличительной особенностью модели является введение двух временных параметров – «медленного» (для описания движения дислокаций) и «быстрого» (для рассмотрения процессов динамического старения и скачков напряжений). Приведены результаты (фазовые диаграммы) качественного анализа зависимостей напряжений и плотности мобильных дислокаций от скорости деформации.

В [Ananthakrishna, 2005] предлагается рассмотрение ЭПЛШ с позиций нелинейной динамической системы с диссипацией и самоорганизацией. Предложена одномерная модель, включающая эволюционные уравнения реакционно-диффузионного типа для плотностей мобильных, иммобильных дислокаций и дислокаций с диффундировавшими к ним примесными атомами, а также определяющее уравнение – упругий закон в скоростной релаксационной форме. Скорость неупругих деформаций определяется интегралом по длине стержня от скорости сдвига, устанавливаемой аналогом уравнения Орована. Показано, что существует область изменения параметров (скорости деформации и температуры), в которой решение указанной системы неустойчиво (бифуркация Хопфа); данной области соответствует прерывистая текучесть. Решение системы уравнений осуществлено численно, для чего образец представлялся совокупностью равных по длине подобластей (от 100 до 3333 отрезков). Приведены результаты обработки временных зависимостей напряжения течения, полученных экспериментально и с использованием модели; показано качественное соответствие результатов (одинаковый вид странных аттракторов, смена при уменьшении скорости деформации хаотического режима на режим самоорганизованной критичности). Приведены также результаты изменения распределения показателей Ляпунова при изменении скорости деформирования. Отмечается, что предложенная модель позволяет описать все три типа (A, B и C) ЭПЛШ. Результаты аналогичных исследований для одноосного растяжения образцов из сплава Cu–10%Al приведены в [Sarmah, Ananthakrishna, 2013]. В [Sarmah, Ananthakrishna, 2015] рассматривается применение данной модели для анализа характеристик полос скольжения (размеров, скорости движения, влияния на скачки напряжений) при возрастающих скоростях деформации в диапазоне реализации ЭПЛШ. Показано, что при одноосном нагружении перемещения полос приводят к малым значениям скачков напряжений, а их зарождение – к значительным изменениям напряжений. Отмечается удовлетворительное качественное соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

В отличие от большинства работ, в которых формирование облаков примесных атомов объясняется решеточной или туннельной диффузией, в [Curtin et al., 2006] эффект прерывистой пластичности объясняется переходом атомов легирующих элементов в окрестности ядер дислокаций из зоны сжатия в область растяжения. Заметим, что данное предположение подтверждено результатами экспериментов, полученных методами атомно-зондовой томографии и просвечивающей электронной микроскопии [Aboulfadl et al., 2015]. Движущей силой таких переходов через плоскость скольжения дислокаций является разница энтальпии атомов примеси в указанных зонах. При этом энергия связи примесных атомов с дислокациями существенно повышается, что обусловливает увеличение критических напряжений сдвига. Получено аналитическое соотношение для определения изменения напряжения течения в зависимости от температуры и скорости деформации. Полученные с помощью данной модели результаты подтверждаются экспериментальными данными и результатами расчетов с применением атомарной динамики и метода Монте-Карло.

В [Ma et al., 2006] рассматривается процесс осаждения атомов примесей на дислокациях и их влияние на сопротивление движению дислокаций; анализируются прямолинейные краевые дислокации в двухкомпонентном твердом растворе замещения с ГЦК-решеткой. Для анализа использован метод фазового поля и градиентная термодинамика. В отличие от большинства моделей, в рассмотрение включены не только дальнодействующие взаимодействия полями упругих напряжений, но и короткодействующие химические взаимодействия атомов примеси с дислокациями и между собой. Задача рассматривается в плоской постановке, для решения использован сеточный метод. Приведены результаты расчета концентрации атомов примеси в окрестности ядра дислокации и силы сопротивления движению дислокаций в зависимости от концентрации примесных атомов, температуры и скорости движения дислокаций. Особое внимание уделено так называемому «переходу осаждения» (в оригинале: wetting transition (англ.) – «переход смачивания»), под которым понимается резкое изменение концентрации примесных атомов, «налипших» на ядро дислокации. Показано, что температура этого перехода при нагреве и охлаждении отличается (т.е. имеет место гистерезис на кривых зависимости концентрации атомов примеси в окрестности ядра дислокации от температуры, подобный гистерезис имеет место и для силы сопротивления); аналогичное явление обнаружено для зависимостей от скорости движения дислокации.

Наряду с общепринятыми взглядами на причины, обусловливающие прерывистую пластичность за счет диффузии примесных атомов и формирования в процессе деформирования их атмосфер в окрестностях дислокаций, в литературе отмечаются и другие механизмы, влияющие на параметр скоростной чувствительности (а следовательно – неустойчивость деформирования). В [Picu et al., 2006; Xu, Picu, 2007] приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований роли изначально существующих в сплавах скоплений атомов легирующих элементов и так называемых остаточных кластеров (остающихся облаков примесей после отрыва от них дислокаций). На примере сплавов Al–Mg показано, что при малых деформациях, не превышающих критическую деформацию возникновения прерывистой пластичности, наличие изначально существующих и/или остаточных кластеров может приводить к существенному (до 50 %) увеличению (по абсолютной величине) отрицательного значения скоростной чувствительности. Отмечается, что наличие остаточных кластеров сужает область (в пространстве скорость деформации – температура) отрицательных значений показателя скоростной чувствительности.

В [Zhang, Curtin, 2008] рассмотрена атомарная модель для описания вязкого сопротивления движению дислокаций со стороны примесных атомов (ПА); особое внимание при этом уделено роли ядра дислокации. Выделены три характерных случая движения дислокаций. При малых скоростях движения сопротивление от ПА контролируется в основном решеточной (объемной) диффузией, поскольку туннельная диффузия (в окрестности ядра расщепленной дислокации (в любом направлении)) реализуется со значительно более высокой скоростью; иначе говоря, в этом случае атомы примесей перемещаются вместе с дислокацией, не оказывая этому движению практически никакого сопротивления. Отмечается, что в этом случае напряжения вязкого сопротивления можно определить с использованием модели Пайерлса – Набарро с введением параметра «размытости» ядра дислокации, подобранного на основе лучшего соответствия теоретических результатов экспериментальным данным. В диапазоне средних скоростей движения дислокации напряжение сопротивления контролируется и решеточной, и туннельной диффузией, что обусловливает сложный характер зависимости с наличием двух максимумов. Наконец, в области высоких скоростей напряжение сопротивления зависит только от диффузии вдоль и поперек ядра дислокации; в этом случае даже за счет туннельной диффузии атомы примесей движутся медленнее, чем дислокация, в силу чего оказывают тормозящее влияние на движение дислокации. Для определения скорости деформации используется уравнение Орована. Результаты показывают примерно тот же линейный характер зависимости величины напряжений сопротивления от концентрации атомов примеси, как и в континуальных моделях.

В качестве базовой принята модель Коттрелла – Джасвона [Cottrell, Jaswon, 1949], определяющая значение вязкого напряжения сопротивления через концентрацию атомов примеси и потенциал взаимодействия примесного атома с дислокацией; приведен вывод соотношения для указанного напряжения, рассмотрена его модификация, позволяющая исключить сингулярность

решения в окрестности ядра дислокации. Для определения изменения концентрации примесных атомов в окрестности дислокации (следует отметить, что последняя считается расщепленной) используется атомарное рассмотрение диффузии атомов; сформулирована система дифференциальных уравнений для локальной концентрации атомов примеси; отдельное слагаемое вводится для описания механизма «сбора» атомов примеси движущейся дислокацией. Входящая в уравнение энергия активации диффузии определяется через локальную энтальпию примесных атомов; приведены соотношения для энергии активации в областях выше и ниже плоскости скольжения дислокации, а также диффузии поперек плоскости залегания дислокации. Для решения построенной системы дифференциальных уравнений использована явная схема Рунге – Кутты 4-го порядка; отмечается, что вследствие существенно различающихся скоростей решеточной и туннельной диффузии при решении приходится использовать значительно (на порядок) отличающиеся шаги интегрирования по времени. Приведены результаты расчетов зависимости величины напряжения вязкого сопротивления от скорости движения дислокаций при различных концентрациях атомов примеси и температурах; показано, что с ростом температуры пиковые значения напряжений снижаются и сдвигаются в область более высоких скоростей движения дислокаций; в то же время критические скорости, соответствующие пиковым значениям напряжений сопротивления, практически не зависят от концентрации примесей.

В [Soare, Curtin, 2008a, b] предложено одномерное определяющее соотношение, связывающее напряжение со скоростью деформации, основанное на рассмотрении термически активируемого преодоления барьеров, учитывающее влияние двух независимых механизмов деформационного старения в твердых растворах – за счет диффузии как к временно остановленным мобильным дислокациям, так и к дислокациям леса. Формирование облаков примеси в окрестности дислокаций леса повышает «прочность» соответствующих барьеров для движения мобильных дислокаций. Для определения скорости преодоления барьеров дислокациями сформулированы кинетические уравнения, основанные на вероятностном подходе. На основе имеющихся экспериментальных и теоретических данных (в том числе – полученных методами атомарной динамики) утверждается, что только диффузия примесей к мобильным дислокациям не может приводить к отрицательной скоростной чувствительности, тогда как действие обоих рассматриваемых механизмов может приводить к указанному эффекту. Отмечается, что предложенная модель позволяет учитывать память об истории нагружения.

С использованием методов молекулярной динамики (МД) (точнее – атомарной динамики) в [Tsuzuki et al., 2009] рассматривается задача об определении скоростей движения дислокаций в различных диапазонах (до-, около- и сверхзвуковом) в анизотропных ГЦК-кристаллах меди. Использован потенциал погруженного атома. Рассматривается область наноразмеров ($L_x$ = 13.3 Å, $L_y$ = 325.6 Å, $L_z$ = 858.9 Å) с одиночной расщепленной дислокацией в центре, содержащая 301 950 атомов; на границах исследуемой области заданы периодические граничные условия. Нагружение задается кинематически двумя способами: 1) заданием движения атомов граничного слоя, 2) наложением однородной скорости деформации ко всем атомам области. После внесения в центр области полной дислокации при начальной температуре 0,5 К системе дают время для перехода в равновесное состояние, в результате чего она становится расщепленной (ширина дефекта упаковки (ДУ) – 35 Å, энергия дефекта упаковки (ЭДУ) – 44,4 МДж/м$^2$, что близко с экспериментально измеренному значению $40 \pm 5$ мегаджоулей на м$^2$). Приведены результаты расчетов, которые демонстрируют для рассмотренных условий движение дислокаций во всех трех режимах.

Следует отметить, что рассмотрена весьма рафинированная ситуация движения одиночной дислокации при температурах, близких к абсолютному нулю (а следовательно – отсутствии вязкого сопротивления) короткого дислокационного сегмента, не встречающего сопротивления со стороны каких бы то ни было других дефектов (дислокаций леса, точечных дефектов). При этом отсутствуют какие-либо сведения об определении параметров потенциала межатомного взаимодействия в рассматриваемых условиях, которые, как представляются, должны весьма существенно отличаться от аналогичных параметров при исследовании низкоскоростных и квазистатических случаев нагружения.

Анализу особенностей старения дислокаций в материалах с ОЦК-решеткой, имеющих существенно более глубокий рельеф Пайерлса по сравнению с большинством материалов с ГЦК-решеткой, посвящена статья [Петухов, 2009]. Показано, что примеси с различной мобильностью обнаруживают качественно отличающееся влияние на поведение дислокаций. При медленном движении или иммобилизации дислокаций насыщение ядер дислокаций атомами примесей обоих типов происходит по обычному механизму статического старения (за счет диффузии атомов примесей). Особенностью динамического эффекта является увеличение концентрации высокоподвижных атомов примеси, захваченных дислокациями, при быстром движении дислокаций и при повышении температуры. При этом концентрация малоподвижных атомов в окрестности ядра дислокации падает, тогда как концентрация высокоподвижных резко нарастает. При повышении температуры концентрация высокоподвижных атомов примеси на дислокациях может стать весьма значительной, что может привести к полной остановке дислокаций. Для таких материалов имеет место так называемый «инверсный хрупко-пластический переход» – потеря пластичности (охрупчивание) материала при повышении температуры, а не наоборот. Дальнейшее развитие

модели, связанное с учетом эффекта «памяти» дислокаций о накопленных примесных атомах, представлено в [Петухов, 2011; Petukhov, 2014].

В дислокационно-ориентированной модели, рассмотренной в [Varadhan et al., 2009], учитывается вклад в деформирование как статистически накопленных (СНД), так и геометрически необходимых (ГНД) дислокаций, для чего градиент скорости перемещений представляется суммой соответствующих составляющих. Для установления вклада составляющей от ГНД используется континуальная теория дислокаций [Acharya, 2001, 2003; Acharya, Roy, 2006]. Составляющая, связанная с движение СНД, определяется с помощью модели [Fressengeas et al., 2005], учитывающей динамическое старение. Численная реализация модели осуществляется методом конечных элементов; для системы уравнений в частных производных континуальной теории дислокаций применяется метод Галеркина в сочетании с методом наименьших квадратов. Модель применена для анализа одноосного растяжения монокристаллического плоского образца из сплава Al–Mg, ориентированного на одиночное скольжение. Показано значительное влияние на характер проявления неустойчивого деформирования учета в модели вклада от ГНД. В [Gupta et al., 2017] представлены результаты применения данной модели для исследования влияния на прерывистую пластичность резкого изменения скорости деформирования образцов из алюминиевого сплава AA2024. Результаты расчетов сопоставлены с данными собственных экспериментов, показано их удовлетворительное соответствие.

В [Liempt, Sietsma, 2011] предложена модель для построения критерия, определяющего момент проявления ЭПЛШ в одноосном нагружении в зависимости от накопленной деформации, температуры и скорости. Зависимость напряжения от скорости деформации может быть представлена в виде двух компонентов: вязкого сопротивления и деформационного упрочнения, связанного со скоплениями иммобильных дислокаций. При низкой скорости деформации и повышенной температуре примесные атомы «стекают» к скоплениям, закрепляя их, а повышение скорости деформации активизирует часть иммобильных дислокаций и препятствует притоку примесных атомов. Это делает деформационное упрочнение зависящим от скорости деформации и температуры, что приводит к отрицательной скоростной чувствительности и прерывистости деформации. Указанные механизмы позволяют объяснить, почему прерывистая пластичность наблюдается только после достижения определенной критической накопленной деформации.

В [Ovri, Lilleodden, 2015] на основе результатов экспериментов (наноиндентация, просвечивающая электронная микроскопия), полученных на образцах из дисперсно-упрочненного сплава Al–Li, сделан вывод о невозможности реализации прерывистой пластичности за счет обычного диффузионного механизма вследствие малой энергии связи атомов Li с дислокациями. Полученные данные позволили авторам предложить иной механизм ЭПЛШ, базирующийся на рассмотрении движения дислокаций через частицы упорядоченного раствора (δ′–фазы), которое сопровождается контролируемой диффузией перестройкой антифазных границ. Предложена модель, которая позволяет объяснить возникновение пластической неустойчивости как в бинарных, так и в других многокомпонентных сплавах на основе Al–Li.

В [Kreyca, Kozeschnik, 2018] предлагается модель для описания одноосного деформирования образцов из сплавов Al – (0–5 %) Mg в широких диапазонах температур (78–650 K) и скоростей деформации ($10^{-4}$–10 $c^{-1}$). При формулировке конститутивного уравнения использованы модель механического порогового напряжения (mechanical threshold stress, MTS) [Follansbee, Kocks, 1988] и дислокационно-ориентированная модель упрочнения Кокса – Мекинга [Kocks, Mecking, 2003]. Модель MTS модифицирована добавлением в напряжение течения аддитивного члена, отвечающего за влияние примесных атомов в твердом растворе и определяемого с использованием статистического подхода [Labusch, 1970]. Для учета динамического деформационного старения вводится эффективная концентрация примесных атомов, вычисляемая по соотношению, предложенному в [Curtin et al., 2006]. Для идентификации модели использованы имеющиеся в литературе данные; показано удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных данных для рассматриваемых сплавов в указанных диапазонах варьирования температуры и скорости деформации. В [Xu et al., 2022] приведены результаты применения модели MTS в сочетании с соотношениями для определения вклада в критические напряжения, обусловленного примесными атомами, приведенными в [Soare, Curtin, 2008a], к исследованию поведения образцов из алюминиевого сплава AA5182-O, подвергаемых растяжению при температурах (298÷418 K) и скоростях деформации ($10^{-4}$÷$10^{-1}$ $c^{-1}$). Показано, что модель позволяет удовлетворительно описывать изменение скоростной чувствительности материала как в области реализации ЭПЛШ, так и вне этой области.

В серии статей [Zhao, Marian, 2018; Zhao et al., 2019, 2020] рассмотрены особенности пластического деформирования сплавов вольфрама (ОЦК-решетка), связанные с превалирующей ролью движения винтовых дислокаций за счет генерации и распространения вдоль линий дислокаций парных перегибов. Особое внимание уделяется описанию взаимодействия дислокаций с атомами примесей (замещения – рения [Zhao, Marian, 2018] и внедрения – кислорода [Zhao et al., 2019, 2020]), для чего применен разработанный ранее с участием одного из авторов кинетический метод Монте-Карло [Hossain, Marian, 2014; Stukowski et al., 2015], использующий для описания эволюции атомарной структуры или теорию функционала (электронной) плотности, или потенциал внедренного атома.

Физически-ориентированная модель, базирующаяся в значительной мере на КЕМС, и краткое описание методики экспериментальных исследований представлены в [Lin et al., 2019]. Рассмотрены результаты расчетов и экспериментов для одноосного растяжения образцов из никелевого суперсплава GH4169 при температурах (473÷973) К и скоростях деформации $10^{-4}$–$10^{-3}$ $с^{-1}$, для которых реализуется деформирование в режиме прерывистой пластической деформации. Результаты расчетов обнаруживают удовлетворительное соответствие экспериментальным данным.

В [Svoboda et al., 2019] рассмотрены взаимодействия с дислокациями межузельных атомов основного и примесного материалов в металлах и сплавах с ОЦК-решеткой. Приведен обзор работ, посвященных исследованию указанных взаимодействий с применением различных подходов и методов, от континуальной механики (классической и обобщенной, в том числе – градиентной теории упругости) до атомарной динамики. В континуальном подходе большинство авторов вводит поле собственных деформаций межузельных атомов и соответствующих напряжений, которые взаимодействуют с полями напряжений дислокаций; принимается гипотеза о суперпозиции этих полей. Для описания взаимодействия с дислокацией совокупности межузельных атомов, занимающих различные типы положений в междоузлиях решетки, вводятся представительные объемы (ПО) в форме круговых цилиндров бесконечной длины с осью, параллельной линии дислокации. Принимается, что поле собственных деформаций ПО определяется суперпозицией полей собственных деформаций атомов примесей, входящих в ПО. В рамках линейной изотропной теории упругости получены соотношения для определения напряженно-деформированного состояния (НДС), порождаемого влиянием примесных атомов, для областей внутри и снаружи ПО. Напряжения при этом зависят от концентраций примесных атомов, расположенных в различных междоузлиях; поля напряжений от ПО затухают как $r$–2 ($r$ – расстояние точки от центральной линии ПО), что позволяет рассматривать взаимодействие ПО с дислокацией и друг с другом для ограниченного числа областей скоплений атомов примеси (в численных примерах, приведенных в статье, – 168). Поскольку поля напряжений от дислокаций, определяемые с помощью классической теории упругости, являются сингулярными, для их определения использовано решение, основанное на градиентной теории упругости [Lazar, Maugin, 2005]. На основе полученных результатов для НДС рассмотрена формулировка химического потенциала, с использованием которого на базе классической неравновесной термодинамики построены соотношения для описания диффузии примесных атомов между ПО. Приведены примеры расчетов с применением предложенной модели для описания НДС и полей концентрации примесных атомов углерода и водорода для краевой и винтовой дислокаций. Обсуждаются вопросы влияния осаждения атомов примесей на дислокациях на пластические и прочностные (в частности, на водородное охрупчивание) свойства.

В [Bryukhanov, 2020] методами атомарной динамики в широком диапазоне изменения температуры (100–1100 К) исследуется влияние концентрации атомов Ni (5, 10, 20 и 30 %) в твердом растворе замещения Cu–Ni на пороговое напряжение активации движения краевой дислокации, а также зависимость скорости движения дислокации от приложенного касательного напряжения. Для описания межатомного взаимодействия использован потенциал погруженного атома. После внесения полной дислокации и релаксации последняя расщепляется на две частичные дислокации Шокли и дефект упаковки (ДУ) (в чистой меди ширина ДУ – 3,5 нм). Отмечается, что ЭДУ сплава γ возрастает с ростом концентрации никеля. При этом в чистой меди ширина ДУ δ с ростом температуры θ возрастает, в сплаве с возрастанием доли Ni увеличение температуры ведет к уменьшению темпа роста ($\Delta\delta/\Delta\theta$) ширины ДУ. Значительное внимание уделено исследованию скоростей движения дислокаций, приведены результаты расчетов зависимости скорости от касательного напряжения при различных температурах и концентрациях Ni. Отмечается интересный эффект: при относительно низких значениях напряжений увеличение концентрации примеси уменьшает скорость движения дислокации, а при высоких напряжениях – наоборот. Согласно полученным результатам, изменения скоростей при значениях касательных напряжений от 10 до 300 МПа лежат в диапазоне от 100 до 1700 м/с. Отмечается, что коэффициент фононного трения $B$ ($\tau b = B(\theta, V)\, V$, $V$ – скорость движения дислокации, τ – действующее касательное напряжение, $b$ – величина вектора Бюргерса) мало зависит от концентрации примеси, примерно линейно возрастает с ростом температуры до температуры 900 К, затем – несколько с меньшим темпом роста; для рассматриваемого материала предлагается следующая аппроксимирующая зависимость: $B = (0{,}0046\,\theta + 0{,}281) \cdot 10^{-5}$ Па с.

В рассматриваемой статье анализируется идеализированная ситуация движения одиночной дислокации в отсутствии других барьеров, кроме атомов примеси, размещенных в узлах решетки основного материала (твердый раствор замещения). В реальных условиях наличия чрезвычайно большого количества барьеров различной природа (дислокаций леса, вторичных включений, разориентация различных частей кристаллита, границ зерен и субзерен и т.д.) скорости движения дислокаций будут существенно отличаться от полученных.

В [Chen et al., 2021] исследуется влияние однородно распределенных включений наночастиц $Al_3$(Sc, Zr) на поведение ЭПЛШ в сплаве AlMgScZr. Приведены результаты экспериментальных исследований и моделирования. Одним из преимуществ выбранного сплава является то, что концентрация растворенного магния остается неизменной во время осаждения наночастиц $Al_3$(Sc, Zr), что исключает влияние изменения концен-

трации растворенного вещества на ЭПЛШ. Для определения количества включений и оценки ключевых параметров моделирования использовались методы трансмиссионной электронной микроскопии и малоуглового нейтронного рассеяния. Сравнением результатов для сплавов AlMg (без включений) и AlMgScZr (с включениями) исследовано влияние включений на проявление ЭПЛШ. Установлено, что включения снижают критическую деформацию возникновения ЭПЛШ. Кроме того, с использованием оценки плотности дислокаций в обоих сплавах с помощью синхротронной рентгеновской дифракции было выяснено влияние включений на ЭПЛШ, показано различие ролей растворенных атомов и включений во взаимодействии дислокаций. Предложена модель, которая учитывает размер и концентрацию наночастиц, а также их влияние на структуру и свойства. Одним из ключевых выводов, сделанным на основе теоретического и экспериментального исследования ЭПЛШ, является заключение о возможности использования образования наночастиц в AlMgScZr для управления поведением сплава при деформации.

В таблице представлены анализируемые в настоящем обзоре статьи, разделенные по механизмам, принимаемыми авторами за основные причины прерывистой пластичности.

Механизмы, полагаемые основными при разработке конститутивных моделей для описания эффекта Портевена – Ле Шателье

| Механизмы, принимаемые за основные при построении моделей | Авторы, ссылки на источники |
|---|---|
| Решеточная диффузия к остановленным дислокациям | [Mott, Nabarro, 1948]<br>[Cottrell, Bilby, 1949]<br>[Cottrell, Jaswon, 1949]<br>[Коттрелл, 1958]<br>[Ham, 1959]<br>[Suzuki, 1962]<br>[Bullough, Newman, 1970]<br>[Yoshinaga, Morozumi, 1971a, b]<br>[Labusch, 1972]<br>[Takeuchi, Argon, 1979]<br>[Nabarro, 2005] |
| Туннельная диффузии при пересечении мобильными дислокациями дислокаций леса | [Cottrell, Jaswon, 1949]<br>[Varschavsky, Donoso,1997a, b]<br>[Balik, Lukáč, 1989 a, b]<br>[Nabarro, 2005]<br>[Curtin et al., 2006]<br>[Zhang, Curtin, 2008]<br>[Aboulfadl et al., 2015] |
| Взаимодействие примесных атомов с расщепленными дислокациями | [Cottrell, Jaswon, 1949]<br>[Nakajima, 1959]<br>[Cahn, Davies, 1960]<br>[Suzuki, 1962]<br>[Varschavsky, Donoso,1997a, b]<br>[Cai et al., 2006]<br>[Zhang, Curtin, 2008]<br>[Tsuzuki et al., 2009]<br>[Sills, Cai, 2016]<br>[Bryukhanov, 2020] |

Окончание таблицы

| Механизмы, принимаемые за основные при построении моделей | Авторы, ссылки на источники |
|---|---|
| Влияние скорости деформирования и диапазона температур | [Cottrell, Bilby, 1949]<br>[Cottrell, Jaswon, 1949]<br>[Cottrell, 1953]<br>[Yoshinaga, Morozumi, 1971a, b]<br>[Labusch, 1972]<br>[Nabarro, 1977]<br>[Louat, 1981]<br>[Kocks, 1985<br>[Kubin, Estrin, 1990]<br>[Estrin, Kubin, 1991]<br>[Cheng, Nemat-Nasser, 2000]<br>[Petukhov, 2003]<br>[Петухов, 2003]<br>[Ananthakrishna, 2005]<br>[Ma et al., 2006]<br>[Петухов, 2009]<br>[Liempt, Sietsma, 2011]<br>[Aboulfadl et al., 2015]<br>[Klusemann et al., 2015]<br>[Kreyca, Kozeschnik, 2018]<br>[Lin et al., 2019 Bryukhanov, 2020] |
| «Сбор» примесей движущимися дислокациями | [Cottrell, Bilby, 1949]<br>[Yoshinaga, Morozumi, 1971 a, b]<br>[McCormick, 1972]<br>[Takeuchi, Argon, 1979]<br>[Ananthakrishna, Valsakumar, 1982]<br>[Kocks, 1985]<br>[Zaiser et al., 1999]<br>[Cheng, Nemat-Nasser, 2000]<br>[Rajesh, Ananthakrishna, 2000]<br>[Bharathi et al., 2003]<br>[Ren et al., 2017] |
| Прорыв скоплений дислокаций и/или перерезание частиц включений | [Mott, Nabarro, 1940b]<br>[Cottrell, Bilby,1949]<br>[Harper, 1951]<br>[Коттрелл, 1958]<br>[Johnston, Gilman,1960]<br>[Hahn, 1962]<br>[Bullough, Newman, 1970]<br>[Yoshinaga, Morozumi, 1971a]<br>[Brechet, Estrin, 1995]<br>[Ren et al., 2017]<br>[Bryukhanov, 2020]<br>[Chen et al., 2021] |
| Влияние жесткости нагружающего устройств | [Yoshinaga, Morozumi, 1971a, b]<br>[Ananthakrishna, Valsakumar, 1982]<br>[Zaiser et al., 1999]<br>[Rajesh, Ananthakrishna, 2000]<br>[Bharathi et al., 2003]<br>[Kumar et al., 2015] |

## 2. Многоуровневые модели, основанные на ФТП

В [Kok et al., 2003b] для исследования ЭПЛШ предлагается использовать 2-уровневую упруговязкопластическую модель (краткое изложение модели приведено в [Kok et al., 2003a]), которая в [Трусов, Швейкин, 2019] отнесена к конечно-элементным моделям, базирующимся на физических теориях (КЭ ФТ). Согласно этой модели для исследования деформирования реальных объектов (например, макрообразца) применяется метод

конечных элементов, каждой точке интегрирования в которых соответствует представительный макрообъем поликристалла. Поведение последнего описывается с помощью статистической модели, основанной на гипотезе Фойгта (Тейлора). Для описания ЭПЛШ сформулировано специфическое уравнения для критических напряжений, включающее аддитивные члены, отвечающие за изменение сопротивления деформации за счет атермических (сильных) барьеров, деформационного упрочнения (учитывающего также разупрочнение динамическим возвратом), скоростного упрочнения (без учета динамического старения) и отдельного члена, отражающего эффекты деформационного старения. Последний имеет следующий вид: $f_0\left(1-\exp[-(\dot\gamma*/\dot\gamma_0)^{2/3}]\right)$, где $f_0$ отвечает за напряжение насыщения упрочнения за счет деформационного старения, $\dot\gamma_0$ – скорость сдвига по системам скольжения (СС) при равенстве действующего касательного напряжения критическому напряжению сдвига (принята одинаковой для всех СС кристаллита и равной интенсивности скорости деформаций в кристаллите в каждый момент деформирования), $\dot\gamma*$ – параметр, отвечающий за диффузию атомов примеси при фиксированной температуре. Приведены результаты применения указанной упруговязкопластической физической модели для анализа деформирования плоских образцов из сплава Al–Mg; использованы 8-узловые элементы с 8 точками интегрирования с 1 и 8 кристаллитами на точку интегрирования. Показано, что модель удовлетворительно описывает возникновение и эволюцию известных типов полос локализации (A, B и C) при различных скоростях деформации.

Методика и результаты экспериментальных и теоретических исследований эффекта ПЛШ, реализуемого в образцах из двух марок титановых сплавов, представлены в [Marchenko et al., 2016]. Образцы изготавливались из холоднокатаной полосы, вырезанные в направлении прокатки и перпендикулярно ему, подвергнуты отжигу при температуре 500 °C в течение 12 ч. Механические испытания на растяжение произведены при комнатной температуре при скоростях деформации в интервале $[2\cdot10^{-6}, 2\cdot10^{-2}]$ $c^{-1}$. Эффект ПЛШ наблюдается во всем исследуемом диапазоне скоростей деформации, описаны особенности его проявления при различных скоростях, отмечаются различия в поведении образцов, вырезанных в разных направлениях. Прерывистую пластичность, в отличие от подавляющего числа работ по ЭПЛШ, где последний связывается с формированием атмосфер Коттрелла, авторы объясняют эффектом Снука [Snoek, 1941; Schoeck, Seeger, 1959]. Наряду с механизмом взаимодействия дислокаций систем $\langle c+a\rangle$ с атомами примесей отмечен другой источник прерывистой пластичности, обусловленный перестройками ядер винтовых дислокаций системы $\langle a\rangle$ с их рекомбинацией в различные системы скольжения и с изменением типа – от сидячих к скользящим. Подробно обсуждаются полученные с использованием электронной просвечивающей микроскопии результаты исследования эволюции краевых и винтовых дислокаций в различных системах скольжения (СС), их взаимодействия с атомами примесей.

Для теоретического исследования использована прямая упруговязкопластическая модель [Трусов, Швейкин, 2019]. Детально рассмотрены законы упрочнения различных СС. Для описания изменения критических напряжений, обусловленных старением, введены в соответствии с цитируемой выше моделью Л.П. Кубина, Ю. Эстрина, П.Г. Маккормика (КЕМС) дополнительные внутренние переменные (ВП) – «времена старения», отличающиеся для различных семейств СС. Приведены эволюционные уравнения для введенных ВП. Отдельный раздел статьи посвящен описанию процедуры идентификации многочисленных параметров модели. Подробно обсуждаются результаты расчетов, особое внимание уделяется неоднородности деформации различных зерен и активности различных семейств систем скольжения. На рисунке представлена схема многоуровневой модели, на которой отражены основные передаваемые между структурно-масштабными уровнями параметры: $\boldsymbol{\Sigma}$ – тензор напряжений, $\hat{\nabla}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}$ – транспонированный градиент скорости перемещений, определенный в актуальной конфигурации, $\boldsymbol{\tau}$ – действующие касательные напряжения, $\dot\gamma$ – скорость сдвига. Отмечается реализация прерывистой пластичности и формирование локальных полос сдвига (на уровне отдельных зерен) даже при положительной скоростной чувствительности для образцов на макроуровне. В [Ren et al., 2016] рассмотрено применение прямой упруговязкопластической модели в сочетании с моделью КЕМС для исследования деформирования и разрушения плоских образцов (сплошных и с надрезами) из алюминиевого сплава AA2198 при комнатной температуре при скоростях деформации в интервале $[10^{-5}, 10^{-2}]$ $c^{-1}$. Отмечается, что в рассматриваемых условиях имеет место прерывистая пластичность; при этом из сопоставления теоретических и экспериментальных данных следует, что учет деформационного старения позволяет более точно описать характер разрушения. В [Ren et al., 2021] приведены результаты применения аналогичной модели в сочетании с данными экспериментальных исследований деформирования односторонне надрезанных плоских образцов из стали A42 (0,15 % C – 0,73 % Mn).

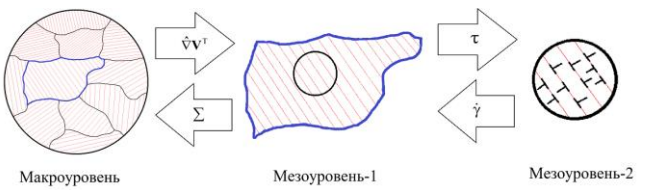



Рис. Схематичное представление многоуровневых моделей [Трусов, Швейкин, 2019]

Fig. Schematic representation of multilevel models [Trusov, Shveikin, 2019]

В [Gupta et al., 2019] прямая упруговязкопластическая модель с встроенной подмоделью дислокационной динамики [Fressengeas et al., 2005], учитывающей де-

формационное старение, применена для анализа влияния разориентации кристаллитов слоистой структуры образцов прокатанного сплава Al–Li и Al–Cu–Li–Mg. Исследуется локализация пластической деформации при одноосном растяжении плоского образца с боковым надрезом. В численных экспериментах использовались сочетания из двух ориентаций, определяемых перебором из пяти текстур, характерных для листовой прокатки. Показано, что локализация неупругой деформации существенно зависит от взаимоориентации соседствующих слоев.

Как отмечено в обзоре [Трусов, Чечулина, 2023], одним из возможных механизмов возникновения локализации деформации является «перерезание» дислокациями жестких частиц, что приводит к падению критических напряжений сдвига в соответствующих СС. В [Agaram et al., 2021] рассмотрена прямая упруговязкопластическая модель, ориентированная на описание взаимодействия дислокаций с частицами включений. В эволюционном уравнении для определения изменения плотности дислокаций учитывается влияние границ зерен и включений, обусловливающее возникновение скоплений дислокаций, измельчение частиц и изменение расстояния между ними. Приведены результаты расчетов с использованием предложенной модели по одноосному монотонному и циклическому нагружению представительного макрообъема сплава Inconel 718, показано их удовлетворительное соответствие экспериментальным данным.

Обширный обзор (345 источников) подходов и методов исследования коллективного поведения дефектов (в первую очередь – дислокаций) на различных структурно-масштабных уровнях представлен в [Ananthakrishna, 2007]. Приведены данные о формировании дислокационных субструктур при монотонном и циклическом нагружении, отмечается возникновение квазистационарных структур. Отдельно рассматривается формирование и эволюция полос скольжения Чернова – Людерса и ПЛШ. Кратко описаны основные механизмы неупругого деформирования (за счет движения дислокаций), эффекты упрочнения, обусловленные взаимодействием дислокаций друг с другом, механизмы генерации и аннигиляции дислокаций. Рассматриваются подходы к математическому описанию эволюции плотностей дислокаций, подробно разбирается процедура формулировки кинетических уравнений реакционно-диффузионного типа. Опираясь на построение указанных кинетических уравнений, предлагаются определяющие соотношения градиентного типа. Отдельная глава посвящена анализу результатов исследования геометрических характеристик поверхности образцов различных материалов, подвергнутых пластической деформации. Рассмотрение известных в литературе результатов свидетельствуют о фрактальном самоаффинном характере распределения выходов полос скольжения на поверхность образцов. Приведены имеющиеся в публикациях результаты исследования коллективного, согласованного в пространстве и времени поведения дислокаций, полученные методами акустической эмиссии (эксперименты проведены на образцах льда). Представлены результаты анализа эволюции дислокационных (ячеистых) субструктур при пластической деформации различных металлов и сплавов, установленные с помощью электронной просвечивающей микрографии; приведены также аналогичные данные, полученные на основе дифракции рентгеновских лучей с высокой разрешающей способностью. Для обработки большинства полученных различными методами эмпирических данных использован фрактальный анализ.

Отдельная глава посвящена рассмотрению подходов к вероятностному описанию пластического деформирования и эволюции дислокационных субструктур. Приведен вывод одномерного уравнения типа Фоккера – Планка – Колмогорова для скорости движения дислокаций, рассмотрен вопрос о флуктуации напряжений. Отмечается существенная нерегулярность и неоднородность сдвигов по пространству; так, скорость сдвигов в полосах скольжения в ГЦК-металлах может превышать на 6 порядков среднюю по образцу скорость деформации. Движению дислокаций присущ прерывистый характер, управляемый перемежающимися процессами остановки и преодоления барьеров, значительными флуктуациями внутренних эффективных напряжений, температуры. Детально рассмотрена двумерная статистическая модель, позволяющая описывать формирование дислокационных субструктур.

Значительная часть обзора посвящена работам, в которых рассматриваются методы нелинейной динамики и результаты их применения для анализа эволюции дислокационных субструктур. Приведены основные понятия, определения и методы качественного анализа операторных уравнений вида

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}\left(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}\right), \tag{6}$$

где $\mathbf{X}$ – искомые переменные, $\boldsymbol{\mu}$ – параметры управления (включая характеристики внешних воздействий), $\mathbf{F}$ – вектор-значный оператор. Рассмотрен также более широкий класс моделей, описываемый уравнениями реакционно-диффузионного типа; наиболее широко используемыми являются нелинейные динамические системы, описываемые уравнениями вида: $\mathbf{X}=\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) + \mathbf{D}\cdot\nabla^2\mathbf{X}$, где $\mathbf{D}$ – тензор (2-го ранга) коэффициентов (аналогов коэффициентов диффузии), $\nabla^2$ – оператор Лапласа. Приведены примеры обработки временных рядов и отображений (главным образом – с использованием фрактального анализа), иллюстрирующих различные типы динамических реакций, возникающих при стохастических воздействиях и вследствие нелинейности операторов (бифуркации различных типов, включая самоорганизованную критичность); большое внимание уделено рассмотрению ЭПЛШ.

Отдельный раздел посвящен анализу экспериментальных результатов исследования ЭПЛШ, полученных на моно- и поликристаллических образцах из несколь-

ких сплавов Al–Mg и Cu–Al при испытаниях в широком диапазоне скоростей деформаций при фиксированных температурах. Для монокристаллических образцов из сплава Cu–10 %Al, испытанных при температуре 620 К и скоростях деформации $3{,}3 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$, $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ и $8{,}3 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ («низкой», «средней» и «высокой»), показано, что при малых и средних скоростях деформации кривая «напряжение – деформация» для одноосного нагружения представляет собой чередующиеся острые пики, тогда как при высоких скоростях деформации скачки напряжений имеют тенденцию к сглаживанию. Результаты, полученные для поликристаллических образцов из сплава Al–2,5 %Mg, подвергнутых одноосному растяжению со скоростями $5{,}56 \cdot 10^{-6}$ – $1{,}4 \cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$, демонстрируют мультифрактальный характер поведения и наличие промежуточной области, отделяющей зону динамического хаоса от области со степенным законом изменения скачков напряжений. Переходы между режимами объясняются различной скоростной чувствительностью реализации пластического деформирования в этих режимах, а также различиями между характерными временами нагружения и пластической релаксации. Рассмотрены наиболее известные модели (Хольт, Дифферт – Эссманн, Вальграеф – Айфантис и Краточвил с соавторами) для описания процесса образования устойчивых полос скольжения. В указанных моделях значительное внимание уделяется рассмотрению взаимодействия мобильных и иммобильных дислокаций, дислокационных диполей, формирования скоплений дислокаций, роли винтовых дислокаций; описание эволюции дислокаций осуществляется с использованием систем уравнений реакционно-диффузионного типа.

Последняя глава обзора посвящена анализу динамических моделей, ориентированных на описание ЭПЛШ. Кратко описана история вопроса с упоминанием моделей Коттрелла – Билби, Луата, Кубина – Эстрина. Подробно изложена модель, предложенная автором; модель основана на нелинейной динамике, включает систему уравнений реакционно-диффузионного типа для трех типов дислокаций: мобильных, иммобильных и дислокаций коттрелловского типа (с осажденными на них атомами примесей). Приведены и обсуждаются с использованием понятий и методов, широко используемых в нелинейной динамике (бифуркационный анализ, особые точки, аттракторы и т.д.), полученные численные результаты, показано их качественное соответствие экспериментальным данным; отмечается, что модель позволяет описывать все три типа (A, B, C) полос сдвига, наблюдаемые при одноосных испытаниях. Рассмотрена также многоуровневая модель, предложенная ранее коллективом исследователей (с участием автора) и основанная на физической теории упруговязкопластичности (CP FEM, с несколькими кристаллитами на точку интегрирования). Описание ЭПЛШ осуществляется за счет особого вида закона упрочнения для критических напряжений по системам скольжения (с использованием модели Кубина – Эстрина), учитывающего механизм деформационного старения.

## Заключение

Постоянно возрастающие требования к качеству металлоизделий, широко используемых в различных областях промышленности, существенно усложняющийся компонентный состав сплавов требует углубленного понимания и описания их поведения. В последние десятилетия практически все технологические режимы процессов обработки за счет неупругого деформирования разрабатываются на основе математического моделирования. Для определения характера течения металлов, требуемых силовых и энергетических характеристик используемого оборудования широко используются макрофеноменологические конститутивные модели, «зашитые» в большинстве коммерческих пакетов. В то же время в последние десятилетия большинством исследователей в области металловедения и механики деформируемого твердого тела признается, что физико-механические свойства металлов и сплавов и эксплуатационные характеристики изделий из них определяются главным образом мезо- и микроструктурой материалов. В связи с этим интенсивно развиваются и приобретают все большее распространение физически-ориентированные конститутивные модели, основанные на введении внутренних переменных и многоуровневом подходе. Модели данного класса обладают значительной универсальностью, позволяют исследовать эволюционирующую в процессе обработки структуру металлов и сплавов, описывать и объяснять многие экспериментально наблюдаемые эффекты.

К наиболее интересным и сложным относятся эффекты прерывистой пластичности («зуб текучести», линии Чернова – Людерса, эффект Портевена – Ле Шателье), наблюдаемые в определенных диапазонах скоростей деформаций и температур в большинстве конструкционных сплавах. Результатом деформирования в режиме прерывистой пластичности, особенно – на заключительных стадиях процессов изготовления, – является снижение усталостной и коррозионной прочности, износостойкости, ухудшению аэродинамических характеристик и т.д. Указанные обстоятельства, по мнению авторов, и объясняют неугасающий интерес к исследованию физики и механики прерывистой пластичности. Предлагаемый краткий обзор посвящен рассмотрению различных аспектов построения конститутивных моделей для исследования данного явления, основанных на нелинейных физике и механике деформируемого твердого тела. Следует отметить относительно малое количество работ, в которых использован многоуровневый подход, обладающий, по мнению авторов, значительным потенциалом для решения проблемы создания указанных моделей.

**Библиографический список**


1. Коттрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. – М.: ГНТИ лит-ры по черной и цветной металлургии, 1958. – 267 с.

2. Петухов Б.В. О пороге подвижности дислокаций в примесных полупроводниках // Журнал технической физики. – 1990. – Т. 60, вып. 10. – С. 64–68.

3. Петухов Б.В. Различные типы динамики дислокаций как следствие их динамического старения // Журнал технической физики. – 2003. – Т. 73, вып. 7. – С. 82–87.

4. Петухов Б.В. Динамическое старение дислокаций в материалах с высоким кристаллическим рельефом: конкуренция диффузии и увлечение примесей // Кристаллография. – 2009. – Т. 54, № 1. – С. 85–91.

5. Петухов Б.В. Об упрочнении кристаллов посредством иммобилизации дислокаций подвижными примесями // Кристаллография. – 2011. – Т. 56, № 1. – С. 65–71.

6. Трусов П.В., Чечулина Е.А. Прерывистая текучесть: модели, основанные на физических теориях пластичности // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – № 1. – С. 134–163. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.09

7. Трусов П.В., Чечулина Е.А. Методы и результаты исследования эффекта Портевена – Ле Шателье: эксперименты и макрофеноменологические модели // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2023. – № 5. – С. 99–131.

8. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2019. – 605 с. DOI: 10.15372/MULTILEVEL2019TPV

9. Фридель Ж. Дислокации. – М.: Мир, 1967. – 644 с.

10. Aboulfadl H. et al. Dynamic strain aging studied at the atomic scale / H. Aboulfadl, J. Deges, P. Choi, D. Raabe // Acta Materialia. – 2015. – Vol. 86. – P. 34–42. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.12.028

11. Acharya A. A model of crystal plasticity based on the theory of continuously distributed dislocations // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2001. – Vol. 49. – P. 761–784. DOI: 10.1016/S0022-5096(00)00060-0

12. Acharya A. Driving forces and boundary conditions in continuum dislocation mechanics // Proc. R. Soc. Lond. A. – 2003. – Vol. 459. – P. 1343–1363. DOI: 10.1098/rspa.2002.1095

13. Acharya A., Roy A. Size effects and idealized dislocation microstructure at small scales: predictions of a phenomenological model of mesoscopic field dislocation mechanics: part I // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2006. – Vol. 54. – P. 1687–1710. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.01.009

14. Agaram S. et al. Dislocation density based crystal plasticity model incorporating the effect of precipitates in IN718 under monotonic and cyclic deformation / S. Agaram, A.K. Kanjarla, B. Bhuvaraghan, S.M. Srinivasan // Int. J. Plasticity. – 2021. – Vol. 141. – P. 102990 (19 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102990

15. Ananthakrishna G. On the dynamical mechanism of cross-over from chaotic to turbulent states // Pramana – J. Phys. – 2005. – Vol. 64, no. 3. – P. 343–352. DOI: 10.1007/BF02704562

16. Ananthakrishna G. Current theoretical approaches to collective behavior of dislocations // Physics Reports. – 2007. – Vol. 440. – P. 113–259. DOI: 10.1016/j.physrep.2006.10.003

17. Ananthakrishna G., Valsakumar M.C. Repeated yield drop phenomenon: a temporal dissipative structure // J. Physics D: Applied Physics. – 1982. – Vol. 15(12), L171–L175. DOI: 10.1088/0022-3727/15/12/003

18. Arsenault R.J., Patu S., Esterling D.M. Computer simulation of solid solution strengthening in FCC alloys: Part I. Friedel and Mott limits // Metallurgical Transaction A. – 1989. – Vol. 20. – P. 1411–1418. DOI: 10.1007/BF02665498

19. Balik J., Lukáč P. Influence of solute mobility on dislocation motion. I. Basic model // Czech. J. Phys. – 1989a. – B. 39. – P. 447–457. DOI: 10.1007/BF01597802

20. Balik J., Lukáč P. Influence of solute mobility on dislocation motion. II. Application of the basic model // Czech. J. Phys. – 1989b. – B. 39. – P. 1138–1146. DOI: 10.1007/BF01605398

21. Van den Beukel A. Theory of the effect of dynamic strain aging // Phys. Stat. Sol. A. – 1975. – Vol. 30. – P. 197–206. DOI: 10.1002/pssa.2210300120

22. Benallal A. et al. Dynamic strain aging and related instabilities: experimental, theoretical and numerical aspects / A. Benallal, T. Berstad, T. Børvik, A.H. Clausen, O.S. Hopperstad // European Journal of Mechanics – A/Solids. – 2006. – Vol. 25, is. 3. – P. 397–424. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2005.10.007

23. Bharathi M.S., Rajesh S., Ananthakrishna G. A dynamical model for the Portevin – Le Chatelier bands // Scripta Materialia. – 2003. – Vol. 48, no. 9. – P. 1355–1360. DOI: 10.1016/s1359-6462(02)00653-x

24. Bilby B.A. On the interactions of dislocations and solute atoms // Proc. Physical Society. Sect. A. – 1950. – Vol. 63, is. 3. – P. 191–200. DOI: 10.1088/0370-1298/63/3/302

25. Böhlke T. et al. Geometrically non-linear modeling of the Portevin–Le Chatelier effect / T. Böhlke, G. Bondár, Y. Estrin, M.A. Lebyodkin // Computational Materials Science. – 2009. – Vol. 44, is. 4. – P. 1076–1088. DOI: 10.1016/j.commatsci.2008.07.036

26. Brechet Y., Estrin Y. On the influence of precipitation on the Portevin-Le Chatelier effect // Acta Metall. Mater. – 1995. – Vol. 43, no. 3. – P. 955–963. DOI: 10.1016/0956-7151(94)00334-E

27. Brechtl J. et al. Entropy modeling on serrated flows in carburized steels / J. Brechtl, B. Chen, X. Xie, Y. Ren, J.D. Venable, P.K. Liaw, S.J. Zinkle // Materials Science & Engineering A. – 2019. – Vol. 753. – P. 135–145. DOI: 10.1016/j.msea.2019.02.096

28. Brindley B.J., Worthington P.J. Yield-point phenomena in substitutional alloys // Metallurgical Reviews. – 1970. – Vol. 15, is. 1. – P. 101–114. DOI: 10.1179/mtlr.1970.15.1.101

29. Bryukhanov I.A. Dynamics of edge dislocation in Cu–Ni solid solution alloys at atomic scale // Int. J. Plasticity. – 2020. – Vol. 135. – P. 102834. DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102834

30. Bullough R., Newman R.C. The flow of impurities to an edge dislocation // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1959. – Vol. 249, no. 1258. – P. 427–440.

31. Bullough R., Newman R.C. The growth of impurity atmospheres round dislocations // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1962a. – Vol. 266, no. 1325. – P. 198–208. DOI:10.1098/rspa.1962.0056

32. Bullough R., Newman R.C. Impurity Precipitation on Dislocations-A Theory of Strain Ageing // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. –1962b. – Vol. 266, no. 1325. – P. 209–221. DOI: 10.1098/rspa.1962.0057

33. Bullough R., Newman R.C. The kinetics of migration of point defects to dislocations // Rep. Prog. Phys. – 1970. – Vol. 33, no. 1. – P. 101–148. DOI: 10.1088/ 0034-4885/33/1/303

34. Butt M.Z., Feltham P. Solid-solution hardening (Review) // J. Material Science. – 1993. – Vol. 28. – P. 2557–2576. DOI: 10.1007/BF00356192

35. Cahn R.W., Davies R.G. X-ray evidence for segregation of solute to stacking faults in a copper-aluminium alloy //

Philosophical Magazine. – 1960. – Vol. 5, is. 59. – P. 1119–1126. DOI: 10.1080/14786436008238320

36. Cai W. et al. A non-singular continuum theory of dislocations / W. Cai, A. Arsenlis, C.R. Weinberger, V.V. Bulatov // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2006. – Vol. 54. – P. 561–587. DOI: 10.1016/j.jmps.2005.09.005

37. Chen H. et al. Effects of nanosized precipitates on the Portevin – Le Chatelier behavior: Model prediction and experimental verification / H. Chen, Z. Chen, Y. Chen, G. Ji, S. Zhong, H. Wang, Y. Ke, Y. Bréchet // Materialia – 2021. – Vol. 21. – P. 101299. DOI: 10.1016/j.mtla.2021.101299

38. Cheng J., Nemat-Nasser S. A model for experimentally-observed high-strain-rate dynamic strain aging in titanium // Acta mater. – 2000. – Vol. 48. – P. 3131–3144. DOI: 10.1016/S1359-6454(00)00124-5

39. Cochardt A.W., Schoek G., Wiedersich H. Interaction between dislocations and interstitial atoms in body-centered cubic metals // Acta Metallurgica. – 1955. – Vol. 3, no. 6. – P. 533–537. DOI: 10.1016/0001-6160(55)90111-5

40. Cottrell A.H. A note on the Portevin – Le Chatelier effect // Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1953. – Vol. 44, is. 355. – P. 829–832. DOI: 10.1080/14786440808520347

41. Cottrell A.H., Bilby B.A. Dislocation theory of yielding and strain ageing of iron // Proc. Phys. Soc. A. – 1949. – Vol. 62. – P. 49–62. DOI: 10.1088/0370-1298/62/1/308

42. Cottrell A.H., Jaswon M.A. Distribution of solute atoms round a slow dislocation // Proc. R. Soc. – 1949. – Vol. 199. – P. 104–114. DOI: 10.1098/rspa.1949.0128

43. Curtin W.A., Olmsted D.L., Hector Jr., L.G. A predictive mechanism for dynamic strain ageing in aluminium-magnesium alloy // Nat. Mater. – 2006. – Vol. 5. – P. 875–880. DOI: 10.1038/nmat1765

44. Estrin Y. 2. Dislocation-density–related constitutive modeling. – In: Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation (Editors A.S. Krausz, K. Krausz). – Academic Press, 1996. – P. 69–106. DOI: 10.1016/b978-012425970-6/50003-5

45. Estrin Y., Kubin L.P. Local strain hardening and nonuniformity of plastic deformation // Actu metall. – 1986. – Vol. 34, no. 12. – P. 2455–2464. DOI: 10.1016/0001-6160(86)90148-3

46. Estrin Y., Kubin L.P. Plastic instabilities: phenomenology and theory // Materials Science and Engineering A. – 1991. – Vol. 137. – P. 125–134. DOI: 10.1016/0921-5093(91)90326-I

47. Estrin Y., Ling C.P., McCormick P.G. Localization of plastic flow: spatial vs temporal instabilities // Acta metall. mater. – 1991. – Vol. 39, no. 11. – P. 2943–2949. DOI:10.1016/0956-7151(91)90110-M

48. Estrin Y., McCormick P.G. Modelling the transient flow behaviour of dynamic strain ageing materials // Acta metall. mater. – 1991. – Vol. 39, no. 12. – P. 2977–2983. DOI: 10.1016/0956-7151(91)90030-5

49. Fleischer R.L. Solution hardening // Acta Metallurgica. – 1961. – Vol. 9, is. 11. –P. 996–1000. DOI: 10.1016/0001-6160(61)90242-5

50. Follansbee P.S., Kocks U.F. A constitutive description of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an Internal State Variable // Acta Metall. 1988. – Vol. 36. – P. 81–93. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90030-2

51. Fressengeas C. et al. Dynamic strain aging: A coupled dislocation – solute dynamic model / C. Fressengeas, A.J. Beaudoin, M. Lebyodkin, L.P. Kubine, Y. Estrin // Materials Science and Engineering A. – 2005. – Vol. 400–401. – P. 226–230. DOI: 10.1016/j.msea.2005.02.073

52. Fuentes-Samaniego R., Gasca-Neri R., Hirth J.P. Solute drag on moving edge dislocations // Philosophical Magazine A. – 1984. – Vol. 49, no. 1. – P. 31–43. DOI: 10.1080/01418618408233426

53. Graff S. et al. Strain localization phenomena associated with static and dynamic strain ageing in notched specimens: experiments and finite element simulations / S. Graff, S. Forest, J.-L. Strudel, C. Prioul, P. Pilvin, J.-L. Béchade // Materials Science and Engineering: A. – 2004. – Vol. 387. – P. 181–185. DOI: 10.1016/j.msea.2004.02.083

54. Gupta S., Beaudoin Jr A.J.,, Chevy J. Strain rate jump induced negative strain rate sensitivity (NSRS) in aluminum alloy 2024: Experiments and constitutive modeling // Materials Science & Engineering A. – 2017. – Vol. 683. – P. 143–152. DOI: 10.1016/j.msea.2016.12.010

55. Gupta S. et al. Crystal plasticity modeling of the effects of crystal orientation and grain-to-grain interactions on DSA-induced strain localization in Al–Li alloys / S. Gupta, V. Taupin, C. Fressengeas, J. Chevy // Materialia. – 2019. – Vol. 8. – P. 100467 (12 p.) DOI: 10.1016/j.mtla.2019.100467

56. Hahn G.T. A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals // Acta Metallurgica. – 1962. – Vol. 10, is. 8. – P. 727–738. DOI: 10.1016/0001-6160(62)90041-x

57. Ham F.S. Stress-assisted precipitation on dislocations // J. Applied Physics, – 1959. – Vol. 30, no. 6. – P. 915–926. DOI: 10.1063/1.1735262

58. Hähner P., Rizzi E. On the kinematics of Portevin – Le Chatelier bands: theoretical and numerical modelling // Acta Materialia – 2003. – Vol. 51, is. 12. – P. 3385–3397. DOI: 10.1016/S1359-6454(03)00122-8

59. Hähner P., Zaiser M. From mesoscopic heterogeneity of slip to macroscopic fluctuations of stress and strain // Acta Materialia – 1997. – Vol. 45, is. 3. – P. 1067–1075. DOI: 10.1016/S1359-6454(96)00227-3

60. Harper S. Precipitation of carbon and nitrogen in cold-worked alpha-iron // Physical Review. – 1951. – Vol. 83, no. 4. – P. 709–712. DOI: 10.1103/PhysRev.83.709

61. Hossain M.Z., Marian J. Stress-dependent solute energetics in W–Re alloys from first-principles calculations // Acta Materialia. – 2014. – Vol. 80. – P. 107–117. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.07.028

62. Hu S.Y. et al. Dynamic drag of solute atmosphere on moving edge dislocations–Phase-field simulation / S.Y. Hu, J. Choi, Y.L. Li, L.Q. Chen // J. Appl. Phys. – 2004. – Vol. 96, no. 1. – P. 229–236. DOI: 10.1063/1.1755858

63. Johnston W.G., Gilman J.J. Dislocation multiplication in lithium fluoride crystals // J. Applied Physics. – 1960. – Vol. 31, no. 4. – P. 632–643. DOI: 10.1063/1.1735655

64. Klose F.B. et al. Plastic instabilities with propagating deformation bands in Cu–Al alloys / F.B. Klose, J. Weidenmüller, A. Ziegenbein, P. Hähner, H. Neuhäuser // Philosophical Magazine. – 2004. – Vol. 84, no. 3–5. – P. 467–480. DOI: 10.1080/14786430310001610320

65. Klusemann B. et al. Thermomechanical characterization of Portevin – Le Châtelier bands in AlMg3 (AA5754) and modeling based on a modified Estrin – McCormick approach / B. Klusemann, G. Fischer, T. Böhlke, B. Svendsen // International Journal of Plasticity. – Vol. 67. – P. 192–216. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.10.011

66. Kocks U.F. Kinetics of solution hardening // Metall. Mater. Trans. A. – 1985. – Vol. 16A. – P. 2109–2129. DOI: 10.1007/BF02670415

67. Kocks U.F., Mecking H. Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case // Progress in Materials Science. – 2003. – Vol. 48. – P. 171–273. DOI: 10.1016/S0079-6425(02)00003-8

68. Kok S. et al. Simulation of the Portevin-Le Chatelier effect using polycrystal plasticity / S. Kok, A.J. Beaudoin, D.A. Tortorelli, M. Lebyodkin, L. Kubin, C. Fressengeas // J. Phys. IV. – 2003a. – Vol. 105. – P. 191–197. DOI: 10.1 051/jp4:2 0030187

69. Kok S. et al. Spatial coupling in jerky flow using polycrystal plasticity / S. Kok, M.S. Bharathi, A.J. Beaudoin, C. Fressengeas, G. Ananthakrishna, L.P. Kubin, M. Lebyodkin // Acta Materialia. – 2003b. – Vol. 51. – P. 3651–3662. DOI: 10.1016/S1359-6454(03)00114-9

70. Kreyca J., Kozeschnik E. State parameter-based constitutive modelling of stress strain curves in Al-Mg solid solutions // Int. J. Plasticity. – 2018. – Vol. 103. – P. 67–80. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.01.001

71. Kubin L.P., Chihab K., Estrin Y. The rate dependence of the Portevin-Le Chatelier effect // Acta metall. – 1988. – Vol. 36, no. 10. – P. 2707–2718. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90117-4

72. Kubin L.P., Estrin Y. The Portevin – Le Chatelier effect in deformation with constant stress rate // Acta Metall. – 1985. – Vol. 33. – P. 397–407. DOI: 10.1016/0001-6160(85)90082-3

73. Kubin L.P., Estrin Y. Evolution of dislocation densities and the critical conditions for the Portevin – Le Chatelier effect // Acta Metall. Mater. – 1990. – Vol. 38, no. 5. – P. 697–708. DOI: 10.1016/0956-7151(90)90021-8

74. Kubin L., Estrin Y. Dynamic strain ageing and the mechanical response of alloys // J. de Physique III, EDP Sciences. – 1991. – Vol. 1, no. 6. – P. 929–943. DOI:10.1051/jp3:1991166

75. Kumar J., Sarmah R., Ananthakrishna G. General framework for acoustic emission during plastic deformation // Physical Review B. – 2015. – Vol. 92. – P. 144109 (11 p.). DOI: 10.1103/PhysRevB.92.144109

76. Labusch R. A statistical theory of solid solution hardening // Phys. Stat. Sol. – 1970. – Vol. 41, no. 2. – P. 659–669. DOI: 10.1002/pssb.19700410221

77. Labusch R. Statistische theorien der mischkristallhärtung // Acta Metallurgica. – 1972. – Vol. 20, is. 7. – P. 917–927. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90085-5

78. Lane Rohrer C. Cluster/dislocation interactions in dilute aluminum-based solid solutions // J. Materials Research. – 1995. – Vol. 10, is. 3. – P. 578–590. DOI: 10.1557/JMR.1995.0578

79. Lazar M., Maugin G. Nonsingular stress and strain fields of dislocations and disclinations in first strain gradient elasticity // Int. J. Eng. Sci. – 2005. – Vol. 43. – P. 1157–1184. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2005.01.006

80. Lebyodkin M. et al. Statistical behaviour and strain localization patterns in the Portevin – Le Chatelier effect / M. Lebyodkin, Y. Brechet, Y. Estrin, L. Kubin // Acta Materialia. – 1996. – Vol. 44, is. 11. – P. 4531–4541. DOI: 10.1016/1359-6454(96)00076-6

81. Lee S.-Y. et al. Serrated flow accompanied with dynamic type transition of the Portevin – Le Chatelier effect in austenitic stainless steel / S.-Y. Lee, S. Chettri, R. Sarmah, C. Takushima, J.-I. Hamada, N. Nakada // J. Materials Science & Technology. – 2023. – Vol. 133. – P. 154–164. DOI: 10.1016/j.jmst.2022.06.020

82. Li X. et al. Electroplasticity mechanism study based on dislocation behavior of Al6061 in tensile process / X. Li, Z. Xu, P. Guo, L. Peng, X. Lai // J. Alloys and Compounds. – 2022. – Vol. 910. – P. 164890 (13 p.). DOI: 10.1016/j.jallcom.2022.164890

83. Liempt V.P., Sietsma J. A reviesed criterion for the Portevin–Le Chatelier effect based on the strain-rate sensitivity of the work-hardening rate // Metallurgical and Materials transactions A. – 2011. – Vol. 42. – P. 4008–4014. DOI: 10.1007/s11661-011-0850-5

84. Lin Y.C. et al. A physically-based model considering dislocation–solute atom dynamic interactions for a nickel-based superalloy at intermediate temperatures / Y.C. Lin, H. Yang, D.-G. He, J. Chen // Materials and Design. – 2019. – Vol. 183. – P. 108122. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.108122

85. Ling C.P., McCormick P.G., Estrin Y. A load perturbation method of examining dynamic strain ageing // Acta metall. mater. – 1993. – Vol. 41, no. 11. – P. 3323–3330. DOI: 10.1016/0956-7151(93)90061-V

86. Louat N. On the theory of the Portevin – Le Chatelier effect // Scripta Metallurgica. – 1981. – Vol. 15, is. 11. – P. 1167–1170. DOI: 10.1016/0036-9748(81)90290-8

87. Ma N. et al. Segregation and wetting transition at dislocations / N. Ma, C. Shen, S.A. Dregia, Y. Wang // Metallurgical and Materials Trans. A. – 2006. – Vol. 37A. – P. 1773–1783. DOI: 10.1007/s11661-006-0119-6

88. Marchenko A. et al. Crystal plasticity simulation of strain aging phenomena in α-titanium at room temperature / A. Marchenko, M. Mazière, S. Forest, J.-L. Strudel // Int. J. Plasticity. – 2016. – Vol. 85. – P. 1–33. DOI: 10.1016/j.ijplas.2016.05.007

89. McCormick P.G. A model for the Portevin – Le Chatelier effect in substitutional alloys // Acta Metallurgica. – 1972. – Vol. 20, is. 3. – P. 351–354. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90028-4

90. McCormick P.G. Theory of flow localization due to dynamic strain ageing // Acta Metallurgica. – 1988 – Vol. 36, is. 12. – P. 3061–3067. DOI: 10.1016/0001-6160(88) 90043-0

91. McCormick P.G., Estrin Y. Transient flow behaviour associated with dynamic strain ageing // Scripta Metallurgica. – 1989. – Vol. 23. – P. 1231–1234. DOI: 10.1016/0036-9748(89)90332-3

92. McCormick P.G., Ling C.P. Numerical modelling of the Portevin – Le Chatelier effect // Acta Metallurgica et Materialia. – 1995. – Vol. 43, is. 5. – P. 1969–1977. DOI: 10.1016/0956-7151(94)00390-4

93. Meisel L.V. Stress-assisted diffusion to dislocations and its role in strain aging // J. Applied Physics. – 1967. – Vol. 38, no. 12. – P. 4780–4784. DOI: 10.1063/1.1709219

94. Mott N.F., Nabarro F.R.N. An attempt to estimate the degree of precipitation hardening, with a simple model // Proc. Physical Society. – 1940. – Vol. 52, no. 1. – P. 86–89. DOI 10.1088/0959-5309/52/1/312

95. Mott N.F., Nabarro F.R.N. Dislocation theory and transient creep // Report of a Conference on the Strength of Solids, The Physical Society, London. – 1948. – P. 1–19.

96. Nabarro F.R.N. The theory of solution hardening // Philosophical Magazine. – 1977. – Vol. 35, is. 3. – P. 613–622. DOI: 10.1080/14786437708235994

97. Nabarro F.R.N. Distribution of solute atoms round a moving dislocation // Materials Science and Engineering A. – 2005. – Vol. 400–401. – P. 22–24. DOI: 10.1016/j.msea.2005.03.046

98. Nakajima K. Stacking faults in copper-nickel alloys // J. Phys. Soc. Jpn. – 1959. – Vol. 14. – P. 1825–1826. DOI: 10.1143/JPSJ.14.1825

99. Ovri H., Lilleodden E.T. New insights into plastic instability in precipitation strengthened Al–Li alloys // Acta Materialia. – 2015. – Vol. 89. – P. 88–97. DOI: 10.1016/j.actamat.2015.01.065

100. Petukhov B.V. Hardening of crystals caused by the dynamic aging of dislocations // Crystallography Reports. – 2003. – Vol. 48, no. 5. – P. 813–818. DOI: 10.1134/1.1612600

101. Petukhov B.V. Role of the static and dynamic aging of dislocations in the kinetics of deformation of doped crystals // Physics of the Solid State. – 2014. – Vol. 56, no. 6. – P. 1180–1186. DOI: 10.1134/S1063783414060316

102. Picu R.C. A mechanism for the negative strain-rate sensitivity of dilute solid solutions // Acta Materialia. – 2004. – Vol. 52. – P. 3447–3458. DOI: 10.1016/j.actamat.2004.03.042

103. Picu R.C. et al. Effect of solute distribution on the strain rate sensitivity of solid solutions / R.C. Picu, G. Vincze, J.J. Gracio, F. Barlat // Scripta Materialia. – 2006. – Vol. 54, is. 1. – P. 71–75. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2005.09.002

104. Portevin A., Le Chatelier F. Sur un phenomene observe lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. – 1923. – Vol. 176. – P. 507–510.

105. Rajesh S., Ananthakrishna G. Relaxation oscillations and negative strain rate sensitivity in the Portevin – Le Chatelier effect // Physical Review E. – 2000. – Vol. 61, no. 4. – P. 3664–3674. DOI: 10.1103/physreve.61.3664

106. Ren S.-C. et al. Numerical investigation of dynamic strain ageing and slant ductile fracture in a notched specimen and comparison with synchrotron tomography 3D-DVC / S.-C. Ren, G. Rousselier, T.F. Morgeneyer, M. Mazière, S. Forest // Procedia Structural Integrity. – 2016. – Vol. 2. – P. 3385–3392. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.422

107. Ren S. et al. A constitutive model accounting for strain ageing effects on work-hardening. Application to a C–Mn steel / S. Ren, M. Mazière, S. Forest, T.F. Morgeneyer, G. Rousselier // Comptes Rendus Mecanique. – 2017. – Vol. 345. – P. 908–921. DOI: 10.1016/j.crme.2017.09.005

108. Ren S. et al. Effect of Lüders and Portevin–Le Chatelier localization bands on plasticity and fracture of notched steel specimens studied by DIC and FE simulations / S.C. Ren, T.F. Morgeneyer, M. Mazière, S. Forest, G. Rousselier // Int. J. Plasticity. – 2021. – Vol. 136. – P. 102880 (28 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102880

109. Rowlands B.S., Rae C., Galindo-Nava E. The Portevin – Le Chatelier effect in nickel-base superalloys: Origins, consequences and comparison to strain ageing in other alloy systems // Progress in Materials Science. – 2023. – Vol. 132. – P. 101038 (66 p.). DOI: 10.1016/j.pmatsci.2022.101038

110. Sarkar A. et al. Comparative study of the Portevin – Le Chatelier effect in interstitial and substitutional alloy / A. Sarkar, A. Chatterjee, P. Barat, P. Mukherjee // Materials Science and Engineering A. – 2007. – Vol. 459. – P. 361–365. DOI: 10.1016/j.msea.2007.01.006

111. Sarmah R., Ananthakrishna G. Influence of system size on spatiotemporal dynamics of a model for plastic instability: Projecting low-dimensional and extensive chaos // Physical Review E. – 2013. – Vol. 87. – P. 052907 (15 p.). DOI:10.1103/PhysRevE.87.052907

112. Sarmah R., Ananthakrishna G. Correlation between band propagation property and the nature of serrations in the Portevin – Le Chatelier effect // Acta Materialia. – 2015. – Vol. 91. – P. 192–201. DOI: 10.1016/j.actamat.2015.03.027

113. Schoeck G., Seeger A. The flow stress of iron and its dependence on impurities // Acta Metall. – 1959. – Vol. 7. – P. 469–477. DOI: 10.1016/0001-6160(59)90028-8

114. Sills R.B., Cai W. Solute drag on perfect and extended dislocations // Philosophical Magazine. – 2016. – Vol. 96, is. 10. – P. 895–921. DOI: 10.1080/14786435.2016.1142677

115. Sleeswyk A.W. Slow strain-hardening of ingot iron // Acta Metallurgica. – 1958. – Vol. 6, is. 9. – P. 598–603. DOI: 10.1016/0001-6160(58)90101-9

116. Snoek J.L. Effect of small quantities of carbon and nitrogen on the elastic and plastic properties of iron // Physica. – 1941. – Vol. 8, is. 7. – P. 711–733. DOI: 10.1016/S0031-8914(41)90517-7

117. Soare M.A., Curtin W.A. Solute strengthening of both mobile and forest dislocations: The origin of dynamic strain aging in fcc metals // Acta Materialia. – 2008a. – Vol. 56. – P. 4046–4061. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.04.027

118. Soare M.A., Curtin W.A. Single-mechanism rate theory for dynamic strain aging in fcc metals // Acta Materialia. – 2008b. – Vol. 56. – P. 4091–4101. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.04.030

119. Stukowski A. et al. Thermally-activated non-Schmid glide of screw dislocations in W using atomistically-informed kinetic Monte Carlo simulations / A. Stukowski, D. Cereceda, T.D. Swinburne, J. Marian // Int. J. Plasticity. – 2015. – Vol. 65. – P. 108–130. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.08.015

120. Suzuki H. Chemical interaction of solute atoms with dislocations // Sci. Rep. Res. Inst. Tohoku Univ. A. – 1952. – Vol. 4. – P. 455–463. DOI: 10.50974/00041613

121. Suzuki H. Segregation of solute atoms on stacking faults // J. Phys. Soc. Jpn. – 1962. – Vol. 17. – P. 322–325. DOI: 10.1143/JPSJ.17.322

122. Svoboda J. et al. Kinetics of interaction of impurity interstitials with dislocations revisited / J. Svoboda, W. Ecker, V.I. Razumovskiy, G.A. Zickler, F.D. Fischer // Progress in Materials Science. – 2019. – Vol. 101. – P. 172–206. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.10.001

123. Takeuchi S., Argon A.S. Glide and climb resistance to the motion of an edge dislocation due to dragging a Cottrell atmosphere // Philos. Mag. A. – 1979. – Vol. 40. – P. 65–75. DOI: 10.1080/01418617908234833

124. Tamimi S., Andrade-Campos A., Pinho-da-Cruz J. Modelling the Portevin – Le Chatelier effects in aluminium alloys: a review // J. Mech. Behav. Mater. – 2015. – Vol. 24, no. 3–4. – P. 67–78. DOI: 10.1515/jmbm-2015-0008

125. Tsuzuki H., Branicio P.S., Rino J.P. Molecular dynamics simulation of fast dislocations in copper // Acta Materialia. – 2009. – Vol. 57. – P. 1843–1855. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.12.025

126. Varadhan S., Beaudoin A.J., Fressengeas C. Lattice incompatibility and strain-aging in single crystals // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2009. – Vol. 57. – P. 1733–1748. DOI: 10.1016/j.jmps.2009.06.007

127. Varschavsky A., Donoso E. Modelling solute segregation to partial dislocations for DSC evaluations // J. Thermal Analysis. – 1997a. – Vol. 48. – P. 1229–1248. DOI: 10.1007/BF01983434

128. Varschavsky A., Donoso E. Modelling the kinetics of solute segregation to partial dislocations for isothermal microcalorimetric evaluations // J. Thermal Analysis. – 1997b. – Vol. 50. – P. 533–545. DOI: 10.1007/BF01979026

129. Wilcox B.A., Smith G.C. The Portevin – Le Chatelier effect in hydrogen charged nickel // Acta Metallurgica. – 1964. – Vol. 12. – P. 371–376. DOI: 10.1016/0001-6160(64)90006-9

130. Xu J. et al. Dynamic strain ageing in an AlMg alloy at different strain rates and temperatures: Experiments and constitutive modelling / J. Xu, B. Holmedal, O.S. Hopperstad, T. Mánik, K. Marthinsen // Int. J. Plasticity. – 2022. – Vol. 151. – P. 103215 (24 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2022.103215

131. Xu Z., Picu R.C. Dislocation–solute cluster interaction in Al–Mg binary alloys // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2006. – Vol. 14. – P. 195–206. DOI: 10.1088/0965-0393/14/2/005

132. Xu Z., Picu R.C. Effect of residual and pre-existing solute clusters on dynamic strain ageing in dilute solid solutions // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2007. – Vol. 15. – P. 385–396. DOI: 10.1088/0965-0393/15/5/001

133. Yoshinaga H., Morozumi S. A Portevin – Le Chatelier effect expected from solute atmosphere dragging // The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics. Series 8. – 1971a. – Vol. 23, is. 186. – P. 1351–1366. DOI: 10.1080/ 14786437108217007

134. Yoshinaga H., Morozumi S. The solute atmosphere round a moving dislocation and its dragging stress // The

Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics. Series 8. – 1971b. – Vol. 23, is. 186. – P. 1367–1385. DOI: 10.1080/ 14786437108217008

135. Zaiser M., Hähner P. Oscillatory modes of plastic deformation: theoretical concepts // Physica Status Solidi B. – 1997. – Vol. 199, no. 2. – P. 267–330. DOI: 10.1002/1521-3951(199702)199:2<267::AID-PSSB267>3.0.CO;2-Q

136. Zaiser M. et al. On the relations between strain and strain-rate softening phenomena in some metallic materials: a computational study / M. Zaiser, M. Glazov, L.A. Lalli, O. Richmond // Computational Materials Science. – 1999. – Vol. 15, no. 1. – P. 35–49. DOI: 10.1016/s0927-0256(98)00131-1

137. Zhang D., Picu R.C. Solute clustering in Al–Mg binary alloys // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2004. – Vol. 12. – P. 121–132. DOI: 10.1088/0965-0393/12/1/011

138. Zhang F., Curtin W.A. Atomistically informed solute drag in Al–Mg // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2008. – Vol. 16. – P. 055006 (18 p.). DOI: 10.1088/0965-0393/16/5/055006

139. Zhang S., McCormick P., Estrin Y. The morphology of Portevin-Le Chatelier bands: Finite element simulation for Al-Mg-Si // Acta Materialia – 2001. – Vol. 49, is. 6. – P. 1087–1094. DOI: 10.1016/S1359-6454(00)00380-3

140. Zhao Y., Marian J. Direct prediction of the solute softening-to-hardening transition in W–Re alloys using stochastic simulations of screw dislocation motion // Modell. Simul. in Mater. Sci. Eng. – 2018. – Vol. 26. – P. 045002 (16 p.). DOI: 10.1088/1361-651X/aaaecf

141. Zhao T., Dezerald L., Marian J. Electronic structure calculations of oxygen atom transport energetics in the presence of screw dislocations in tungsten // Metals. – 2019. – Vol. 9, no. 2. – P. 252 (14 p.). DOI: 10.3390/met9020252

142. Zhao Y. et al. Simulating the mechanisms of serrated flow in interstitial alloys with atomic resolution over diffusive timescales / Y. Zhao, L. Dezerald, M. Pozuelo, X. Zhou, J. Marian // Nature Communications. – 2020. – Vol. 11. – P. 1227 (8 p.). DOI: 10.1038/s41467-020-15085-3

143. Zhu A.-W. Evolution of size distribution of shearable ordered precipitates under homogeneous deformation: Application to an Al-Li-alloy // Acta mater. – 1997. – Vol. 45, no. 10. – P. 4213–4223. DOI: 10.1016/S1359-6454(97)00077-3

144. Zhu A.-W. Strain localization and formation of heterogeneous distribution of shearable ordered precipitates: Application to an Al–10at.%Li single crystal // Acta mater. – 1998. – Vol. 46, no. 9. – P. 3211–3220. DOI: 10.1016/S1359-6454(97)00488-6

## References

1. Cottrell A.H. Dislokatsii i plasticheskoye techeniye v kristallakh [Dislocations and plastic flow in crystals]. – M.: GNTI literature on ferrous and non-ferrous metallurgy, 1958. – 267 p.

2. Petukhov B.V. O poroge podvizhnosti dislokatsiy v primesnykh poluprovodnikakh [On the threshold of dislocation mobility in impurity semiconductors] // Journal of Technical Physics. – 1990. – Vol.60, Is. 10. – P.64-68.

3. Petukhov B.V. Razlichnyye tipy dinamiki dislokatsiy kak sledstviye ikh dinamicheskogo stareniya [Different types of dislocation dynamics as a consequence of their dynamic aging] // Journal of technical physics. – 2003. – Vol.73, Is. 7. – P.82-87.

4. Petukhov B.V. Dinamicheskoye stareniye dislokatsiy v materialakh s vysokim kristallicheskim rel'yefom: konkurentsiya diffuzii i uvlecheniye primesey [Dynamic aging of dislocations in materials with high crystalline relief: diffusion competition and impurity entrainment] // Crystallography. – 2009. – Vol.54, No.1. – P.85-91.

5. Petukhov B.V. Ob uprochnenii kristallov posredstvom immobilizatsii dislokatsiy podvizhnymi primesyami [On the hardening of crystals by means of immobilization of dislocations by mobile impurities] // Crystallography. – 2011. – Vol.56, No. 1. – P.65-71.

6. Trusov P.V., Chechulina E.A. Preryvistaya tekuchest': modeli, osnovannyye na fizicheskikh teoriyakh plastichnosti [Serrated yielding: Crystal viscoplastic models] // Bulletin of PNRPU. Mechanics. – 2017. – No. 1. – P.134-163. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.09

7. Trusov P.V., Chechulina E.A. Metody i rezul'taty issledovaniya effekta Portevena – Le Shatel'ye: eksperimenty i makrofenomenologicheskiye modeli [Methods and results of studying the Portevin – Le Chatelier effect: experiments and macrophenomenological models] // Vestnik PNRPU. Mechanics. – 2023. (in print)

8. Trusov P.V., Shveikin A.I. Mnogourovnevyye modeli mono- i polikristallicheskikh materialov: teoriya, algoritmy, primery primeneniya [Multilevel models of mono- and polycrystalline materials: theory, algorithms, application examples]. – Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2019. – 605 p. DOI: 10.15372/MULTILEVEL2019TPV

9. Friedel J. Dislokatsii [Dislocations]. – M.: Mir, 1967. – 644 p.

10. Aboulfadl H. et al. Dynamic strain aging studied at the atomic scale / Aboulfadl H., Deges J., Choi P., Raabe D. // Acta Materialia. – 2015. – Vol.86. – P.34-42. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.12.028

11. Acharya A. A model of crystal plasticity based on the theory of continuously distributed dislocations // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2001. – Vol.49. – P.761-784. DOI: 10.1016/S0022-5096(00)00060-0

12. Acharya A. Driving forces and boundary conditions in continuum dislocation mechanics // Proc. R. Soc. Lond. A. – 2003. – Vol.459. – P.1343-1363. DOI: 10.1098/rspa.2002.1095

13. Acharya A., Roy A. Size effects and idealized dislocation microstructure at small scales: predictions of a phenomenological model of mesoscopic field dislocation mechanics: part I // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2006. – Vol.54. – P.1687-1710. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.01.009

14. Agaram S. et al. Dislocation density based crystal plasticity model incorporating the effect of precipitates in IN718 under monotonic and cyclic deformation / Agaram S., Kanjarla A.K., Bhuvaraghan B., Srinivasan S.M. // Int. J. Plasticity. – 2021. – Vol.141. – 102990 (19 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102990

15. Ananthakrishna G., Valsakumar M.C. Repeated yield drop phenomenon: a temporal dissipative structure // J. Physics D: Applied Physics. – 1982. – Vol.15(12), L171–L175. DOI: 10.1088/0022-3727/15/12/003

16. Ananthakrishna G. On the dynamical mechanism of cross-over from chaotic to turbulent states // Pramana – J. Phys. – 2005. – Vol. 64, No. 3. – Pp.343-352. DOI: 10.1007/BF02704562

17. Ananthakrishna G. Current theoretical approaches to collective behavior of dislocations // Physics Reports. – 2007. – Vol.440. – P.113-259. DOI: 10.1016/j.physrep.2006.10.003

18. Arsenault R.J., Patu S., Esterling D.M. Computer simulation of solid solution strengthening in FCC alloys: Part I. Friedel and Mott limits // Metallurgical Transaction A. – 1989. – Vol.20. – P.1411-1418. DOI: 10.1007/BF02665498

19. Balik J., Lukáč P. Influence of solute mobility on dislocation motion. I. Basic model // Czech. J. Phys. – 1989a. – B. 39. – Pp.447-457. DOI: 10.1007/BF01597802

20. Balik J., Lukáč P. Influence of solute mobility on dislocation motion. II. Application of the basic model // Czech. J. Phys. – 1989b. – B. 39. – Pp.1138-1146. DOI: 10.1007/BF01605398

21. Van den Beukel A. Theory of the effect of dynamic strain aging // Phys. Stat. Sol. A. – 1975. – Vol.30. – P.197-206. DOI: 10.1002/pssa.2210300120

22. Benallal A. et al Dynamic strain aging and related instabilities: experimental, theoretical and numerical aspects / Benallal A., Berstad T., Børvik T., Clausen A.H., Hopperstad O.S. // European Journal of Mechanics – A/Solids. – 2006. – Vol. 25, Is. 3. – P.397-424. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2005.10.007

23. Bharathi M.S., Rajesh S., Ananthakrishna G. A dynamical model for the Portevin – Le Chatelier bands // Scripta Materialia. – 2003. – Vol.48, No.9. – P.1355-1360. DOI: 10.1016/s1359-6462(02)00653-x

24. Bilby B.A. On the interactions of dislocations and solute atoms // Proc. Physical Society. Sect. A. – 1950. – Vol.63, Is.3. – P.191-200. DOI: 10.1088/0370-1298/63/3/302

25. Böhlke T. et al Geometrically non-linear modeling of the Portevin–Le Chatelier effect / Böhlke T., Bondár G., Estrin Y., Lebyodkin M.A. // Computational Materials Science. – 2009. – Vol. 44, Is. 4. – P. 1076-1088. DOI: 10.1016/j.commatsci.2008.07.036

26. Brechet Y., Estrin Y. On the influence of precipitation on the Portevin-Le Chatelier effect // Acta Metall. Mater. – 1995. – Vol.43, No.3. – P. 955-963. DOI: 10.1016/0956-7151(94)00334-E

27. Brechtl J. et al. Entropy modeling on serrated flows in carburized steels / Brechtl J., Chen B., Xie X., Ren Y., Venable J.D., Liaw P.K., Zinkle S.J. // Materials Science & Engineering A. – 2019. – Vol.753. – P.135-145. DOI: 10.1016/j.msea.2019.02.096

28. Brindley B.J., Worthington P.J. Yield-point phenomena in substitutional alloys // Metallurgical Reviews. – 1970. – Vol.15, Is.1. – P.101-114. DOI: 10.1179/mtlr.1970.15.1.101

29. Bryukhanov I.A. Dynamics of edge dislocation in Cu–Ni solid solution alloys at atomic scale // Int. J. Plasticity. – 2020. – Vol.135. – 102834. DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102834

30. Bullough R., Newman R.C. The flow of impurities to an edge dislocation // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. –1959. – Vol.249, No.1258. – P.427-440. https://www.jstor.org/stable/100686

31. Bullough R., Newman R.C. The growth of impurity atmospheres round dislocations // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1962a. – Vol.266, No.1325. – P. 198-208. DOI:10.1098/rspa.1962.0056

32. Bullough R., Newman R.C. Impurity Precipitation on Dislocations-A Theory of Strain Ageing // Proc. Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. –1962b. – Vol.266, No.1325. – P.209-221. DOI: 10.1098/rspa.1962.0057

33. Bullough R., Newman R.C. The kinetics of migration of point defects to dislocations // Rep. Prog. Phys. – 1970. – Vol.33, No.1. – P.101-148. DOI: 10.1088/ 0034-4885/33/1/303

34. Butt M.Z., Feltham P. Solid-solution hardening (Review) // J. Material Science. – 1993. – Vol. 28. – P.2557-2576. DOI: 10.1007/BF00356192

35. Cahn R.W., Davies R.G. X-ray evidence for segregation of solute to stacking faults in a copper-aluminium alloy // Philosophical Magazine. – 1960. – Vol.5, Is.59. – P.1119-1126. DOI: 10.1080/14786436008238320

36. Cai W. et al. A non-singular continuum theory of dislocations / Cai W., Arsenlis A., Weinberger C.R., Bulatov V.V. // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2006. – Vol.54. – P.561-587. DOI: 10.1016/j.jmps.2005.09.005

37. Chen H. et al Effects of nanosized precipitates on the Portevin-Le Chatelier behavior: Model prediction and experimental verification / Chen H. Chen Z., Chen Y. Ji G., Zhong S., Wang H., Ke Y., Bréchet Y. // Materialia – 2021. – Vol.21. DOI: 10.1016/j.mtla.2021.101299

38. Cheng J., Nemat-Nasser S. A model for experimentally-observed high-strain-rate dynamic strain aging in titanium // Acta mater. – 2000. – Vol.48. – P.3131-3144. DOI: 10.1016/S1359-6454(00)00124-5

39. Cochardt A.W., Schoek G., Wiedersich H. Interaction between dislocations and interstitial atoms in body-centered cubic metals // Acta Metallurgica. – 1955. – Vol.3, No. 6. – P.533-537. DOI:10.1016/0001-6160(55)90111-5

40. Cottrell A.H. A note on the Portevin – Le Chatelier effect // Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1953. – Vol.44, Is.355. – P.829-832. DOI: 10.1080/14786440808520347

41. Cottrell A.H., Bilby B.A. Dislocation theory of yielding and strain ageing of iron // Proc. Phys. Soc. A. – 1949. – Vol.62. – P.49-62. DOI: 10.1088/0370-1298/62/1/308

42. Cottrell A.H., Jaswon M.A. Distribution of solute atoms round a slow dislocation // Proc. R. Soc. – 1949. – Vol.199. – P.104-114. DOI: 10.1098/rspa.1949.0128

43. Curtin W.A., Olmsted D.L., Hector Jr., L.G. A predictive mechanism for dynamic strain ageing in aluminium-magnesium alloy // Nat. Mater. – 2006. – Vol.5. – P.875-880. DOI: 10.1038/nmat1765

44. Estrin Y. 2. Dislocation-density–related constitutive modeling. – In: Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation (Editors A.S. Krausz, K. Krausz). –Academic Press, 1996. – P. 69-106. DOI:10.1016/b978-012425970-6/50003-5

45. Estrin Y., Kubin L.P. Local strain hardening and non-uniformity of plastic deformation // Actu metall. – 1986. – Vol. 34, No. 12. – P.2455-2464. DOI:10.1016/0001-6160(86)90148-3

46. Estrin Y., Kubin L.P. Plastic instabilities: phenomenology and theory // Materials Science and Engineering A. – 1991. – Vol. 137. – P. 125–134. DOI: 10.1016/0921-5093(91)90326-I

47. Estrin Y., Ling C.P., McCormick P.G. Localization of plastic flow: spatial vs temporal instabilities // Acta metall. mater. – 1991. – Vol.39, No.11. – P.2943-2949. DOI:10.1016/0956-7151(91)90110-M

48. Estrin Y., McCormick P.G. Modelling the transient flow behaviour of dynamic strain ageing materials // Acta metall. mater. – 1991. – Vol.39, No.12. – P.2977-2983. DOI: 10.1016/0956-7151(91)90030-5

49. Fleischer R.L. Solution hardening // Acta Metallurgica. – 1961. – Vol.9, Is.11. – P. 996-1000. DOI: 10.1016/0001-6160(61)90242-5

50. Follansbee P.S., Kocks U.F. A constitutive description of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an Internal State Variable // Acta Metall. 1988. – Vol.36. – Pp. 81-93. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90030-2

51. Fressengeas C. et al. Dynamic strain aging: A coupled dislocation – solute dynamic model / Fressengeas C., Beaudoin A.J., Lebyodkin M., Kubine L.P., Estrin Y.// Materials Science and Engineering A. – 2005. – Vols.400-401. – P.226-230. DOI: 10.1016/j.msea.2005.02.073

52. Fuentes-Samaniego R., Gasca-Neri R., Hirth J.P. Solute drag on moving edge dislocations // Philosophical Magazine A. – 1984. – Vol.49, No.1. – P.31-43. DOI: 10.1080/01418618408233426

53. Graff S. et al Strain localization phenomena associated with static and dynamic strain ageing in notched specimens: experiments and finite element simulations / Graff S., Forest S., Strudel J.-L., Prioul C., Pilvin P., Béchade J.-L. // Materials Science and Engineering: A. – 2004. – Vol. 387. – P. 181-185. DOI: 10.1016/j.msea.2004.02.083

54. Gupta S., Beaudoin Jr A.J.,, Chevy J. Strain rate jump induced negative strain rate sensitivity (NSRS) in aluminum alloy 2024: Experiments and constitutive modeling // Materials Science & Engineering A. – 2017. – Vol.683. – P.143-152. DOI: 10.1016/j.msea.2016.12.010

55. Gupta S. et al. Crystal plasticity modeling of the effects of crystal orientation and grain-to-grain interactions on DSA-induced strain localization in Al–Li alloys / Gupta S., Taupin V., Fressengeas C., Chevy J. // Materialia. – 2019. – Vol.8. – 100467 (12 p.) DOI: 10.1016/j.mtla.2019.100467

56. Hahn G.T. A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals // Acta Metallurgica. – 1962. – Vol.10, Is.8. – P.727-738. DOI:10.1016/0001-6160(62)90041-x

57. Ham F.S. Stress-assisted precipitation on dislocations // J. Applied Physics, – 1959. – Vol. 30, No. 6. – P.915-926. DOI: 10.1063/1.1735262

58. Hähner P., Rizzi E. On the kinematics of Portevin–Le Chatelier bands: theoretical and numerical modelling // Acta Materialia – 2003. – Vol. 51, Is. 12. – P. 3385-3397. DOI: 10.1016/S1359-6454(03)00122-8

59. Hähner P., Zaiser M. From mesoscopic heterogeneity of slip to macroscopic fluctuations of stress and strain. Acta Materialia – 1997. – Vol. 45, Is. 3. – P. 1067-1075. DOI: 10.1016/S1359-6454(96)00227-3

60. Harper S. Precipitation of carbon and nitrogen in cold-worked alpha-iron // Physical Review. – 1951. – Vol. 83, No. 4. – P.709-712. DOI: 10.1103/PhysRev.83.709

61. Hossain M.Z., Marian J. Stress-dependent solute energetics in W–Re alloys from first-principles calculations // Acta Materialia. – 2014. – Vol.80. – P.107-117. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.07.028

62. Hu S.Y. et al. Dynamic drag of solute atmosphere on moving edge dislocations–Phase-field simulation / Hu S.Y., Choi J., Li Y.L., Chen L.Q. // J. Appl. Phys. – 2004. – Vol. 96, No. 1. – P.229-236. DOI: 10.1063/1.1755858

63. Johnston W.G., Gilman J.J. Dislocation multiplication in lithium fluoride crystals // J. Applied Physics. – 1960. – Vol.31, Nu.4. – P.632-643. DOI: 10.1063/1.1735655

64. Klose F.B. et al. Plastic instabilities with propagating deformation bands in Cu–Al alloys / Klose F.B., Weidenmüller J., Ziegenbein A., Hähner P., Neuhäuser H. // Philosophical Magazine. – 2004. – Vol.84, Nos.3-5. – P.467-480. DOI: 10.1080/14786430310001610320

65. Klusemann B. et al Thermomechanical characterization of Portevin–Le Châtelier bands in AlMg3 (AA5754) and modeling based on a modified Estrin–McCormick approach / Klusemann B.,Fischer G., Böhlke T., Svendsen B. // International Journal of Plasticity. – Vol. 67. – P. 192-216. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.10.011

66. Kocks U.F., Mecking H. Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case // Progress in Materials Science. – 2003. – Vol. 48. – P. 171-273. DOI: 10.1016/S0079-6425(02)00003-8

67. Kok S. et al. Simulation of the Portevin-Le Chatelier effect using polycrystal plasticity / Kok S., Beaudoin A.J., Tortorelli D.A., Lebyodkin M., Kubin L., Fressengeas C. // J. Phys. IV. – 2003a. – Vol.105. – P.191-197. DOI: 10.1 051/jp4:2 0030187

68. Kok S. et al. Spatial coupling in jerky flow using polycrystal plasticity / Kok S., Bharathi M.S., Beaudoin A.J., Fressengeas C., Ananthakrishna G., Kubin L.P., Lebyodkin M. // Acta Materialia. – 2003b. – Vol.51. – P.3651–3662. DOI: 10.1016/S1359-6454(03)00114-9

69. Kocks U.F. Kinetics of solution hardening // Metall. Mater. Trans. A. – 1985. – Vol.16A. – P.2109-2129. DOI: 10.1007/BF02670415

70. Kreyca J., Kozeschnik E. State parameter-based constitutive modelling of stress strain curves in Al-Mg solid solutions // Int. J. Plasticity. – 2018. – Vol.103. – P.67-80. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.01.001

71. Kubin L.P., Chihab K., Estrin Y. The rate dependence of the Portevin-Le Chatelier effect // Acta metall. – 1988. – Vol.36, No.10. – P. 2707-2718. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90117-4

72. Kubin L.P., Estrin Y. The Portevin Le Chatelier effect in deformation with constant stress rate // Acta Metall. – 1985. – Vol. 33. – P. 397–407. DOI: 10.1016/0001-6160(85)90082-3

73. Kubin L.P., Estrin Y. Evolution of dislocation densities and the critical conditions for the Portevin – Le Chatelier effect // Acta Metall. Mater. – 1990. – Vol. 38, No. 5. – P. 697-708. DOI: 10.1016/0956-7151(90)90021-8

74. Kubin L., Estrin Y. Dynamic strain ageing and the mechanical response of alloys // J. de Physique III, EDP Sciences. – 1991. – Vol.1, No 6. – Pp.929-943. DOI:10.1051/jp3:1991166

75. Kumar J., Sarmah R., Ananthakrishna G. General framework for acoustic emission during plastic deformation // Physical Review B. – 2015. – Vol.92. – 144109 (11 p.). DOI:10.1103/PhysRevB.92.144109

76. Labusch R. A statistical theory of solid solution hardening // Phys. Stat. Sol. – 1970. – Vol.41, No.2. – P.659-669. DOI: 10.1002/pssb.19700410221

77. Labusch R. Statistische theorien der mischkristallhärtung // Acta Metallurgica. – 1972. – Vol.20, Is.7. – P.917-927. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90085-5

78. Lane Rohrer C. Cluster/dislocation interactions in dilute aluminum-based solid solutions // J. Materials Research. – 1995. – Vol.10 , Is.3. – P.578-590. DOI: 10.1557/JMR.1995.0578

79. Lazar M., Maugin G. Nonsingular stress and strain fields of dislocations and disclinations in first strain gradient elasticity // Int. J. Eng. Sci. – 2005. –Vol.43. – P.1157-1184. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2005.01.006

80. Lebyodkin M. et al. Statistical behaviour and strain localization patterns in the Portevin-Le Chatelier effect / Lebyodkin M., Brechet Y., Estrin Y., Kubin L. // Acta Materialia. – 1996. – Vol.44, Is.11. – P.4531-4541. DOI: 10.1016/1359-6454(96)00076-6

81. Lee S.-Y. et al. Serrated flow accompanied with dynamic type transition of the Portevin – Le Chatelier effect in austenitic stainless steel / Lee S.-Y., Chettri S., Sarmah R., Takushima C., Hamada J.-I., Nakada N. // J. Materials Science & Technology. – 2023. – Vol.133. – P.154–164. DOI: 10.1016/j.jmst.2022.06.020

82. Li X. et al. Electroplasticity mechanism study based on dislocation behavior of Al6061 in tensile process / Li X., Xu Z., Guo P., Peng L., Lai X. // J. Alloys and Compounds. – 2022. – Vol.910. – 164890 (13 p.). DOI: 10.1016/j.jallcom.2022.164890

83. Liempt V. P., Sietsma J. A reviesed criterion for the Portevin–Le Chatelier effect based on the strain-rate sensitivity of the work-hardening rate // Metallurgical and Materials transactions A. – 2011. – Vol. 42 A. – P. 4008–4014. DOI: 10.1007/s11661-011-0850-5

84. Lin Y.C. et al. A physically-based model considering dislocation–solute atom dynamic interactions for a nickel-based superalloy at intermediate temperatures / Lin Y.C., Yang H., He D.-G., Chen J. // Materials and Design. – 2019. – Vol.183. – 108122. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.108122

85. Ling C.P., McCormick P.G., Estrin Y. A load perturbation method of examining dynamic strain ageing // Acta metall. mater. – 1993. – Vol.41, No.11. – P.3323-3330. DOI: 10.1016/0956-7151(93)90061-V

86. Louat N. On the theory of the Portevin - Le Chatelier effect // Scripta Metallurgica. – 1981. – Vol. 15, Is. 11. – P.1167-1170. DOI: 10.1016/0036-9748(81)90290-8

87. Ma N. et al. Segregation and wetting transition at dislocations / Ma N., Shen C., Dregia S.A., Wang Y. // Metallurgical and Materials Trans. A. – 2006. – Vol. 37A. – Pp.1773-1783. DOI: 10.1007/s11661-006-0119-6

88. Marchenko A. et al. Crystal plasticity simulation of strain aging phenomena in α-titanium at room temperature / Marchenko A., Mazière M., Forest S., Strudel J.-L. // Int. J. Plasticity. – 2016. – Vol.85. – P.1-33. DOI: 10.1016/j.ijplas.2016.05.007

89. McCormick P.G. A model for the Portevin-Le Chatelier effect in substitutional alloys // Acta Metallurgica. – 1972. – Vol.20, Is.3. – P.351-354. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90028-4

90. McCormick P.G. Theory of flow localization due to dynamic strain ageing // Acta Metallurgica. – 1988 – Vol.36, Is.12. – P.3061-3067. DOI: 10.1016/0001-6160(88) 90043-0

91. McCormick P.G., Estrin Y. Transient flow behaviour associated with dynamic strain ageing // Scripta Metallurgica. – 1989. – Vol. 23. – P.1231-1234. DOI: 10.1016/0036-9748(89)90332-3

92. McCormick P.G., Ling C.P. Numerical modelling of the Portevin–Le Chatelier effect // Acta Metallurgica et Materialia. – 1995. – Vol.43, Is.5. – P.1969-1977. DOI: 10.1016/0956-7151(94)00390-4

93. Meisel L.V. Stress-assisted diffusion to dislocations and its role in strain aging // J. Applied Physics. – 1967. – Vol.38, No.12. – P.4780-4784. DOI: 10.1063/1.1709219

94. Mott N.F., Nabarro F.R.N. An attempt to estimate the degree of precipitation hardening, with a simple model // Proc. Physical Society. – 1940. – Vol.52, No.1. – P.86-89. DOI 10.1088/0959-5309/52/1/312

95. Mott N. F., Nabarro F.R.N. Dislocation theory and transient creep // Report of a Conference on the Strength of Solids, The Physical Society, London. – 1948. – P.1-19. http://hdl.handle.net/10539/1195

96. Nabarro F.R.N. The theory of solution hardening // Philosophical Magazine. – 1977. – Vol.35, Is.3. – P.613-622. DOI: 10.1080/14786437708235994

97. Nabarro F.R.N. Distribution of solute atoms round a moving dislocation // Materials Science and Engineering A. – 2005. – Vols.400–401. – P.22-24. DOI: 10.1016/j.msea.2005.03.046

98. Nakajima K. Stacking faults in copper-nickel alloys // J. Phys. Soc. Jpn. – 1959. –Vol.14. – P. 1825-1826. DOI: 10.1143/JPSJ.14.1825

99. Ovri H., Lilleodden E.T. New insights into plastic instability in precipitation strengthened Al–Li alloys // Acta Materialia. – 2015. – Vol.89. – P.88-97. DOI: 10.1016/j.actamat.2015.01.065

100. Petukhov B.V. Hardening of crystals caused by the dynamic aging of dislocations // Crystallography Reports. – 2003. – Vol. 48, No. 5. – P. 813–818. DOI: 10.1134/1.1612600

101. Petukhov B.V. Role of the static and dynamic aging of dislocations in the kinetics of deformation of doped crystals // Physics of the Solid State. – 2014. – Vol. 56, No. 6. – Pp. 1180–1186. DOI: 10.1134/S1063783414060316

102. Picu R.C. A mechanism for the negative strain-rate sensitivity of dilute solid solutions // Acta Materialia. – 2004. – Vol.52. – P.3447–3458. DOI: 10.1016/j.actamat.2004.03.042

103. Picu R.C. et al. Effect of solute distribution on the strain rate sensitivity of solid solutions / Picu R.C., Vincze G., Gracio J.J., Barlat F. // Scripta Materialia. – 2006. – Vol. 54, Is. 1. – P.71-75. DOI:10.1016/j.scriptamat.2005.09.002

104. Portevin A., Le Chatelier F. Sur un phenomene observe lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. – 1923. – Vol.176. – P.507–510.

105. Rajesh S., Ananthakrishna G. Relaxation oscillations and negative strain rate sensitivity in the Portevin–Le Chatelier effect // Physical Review E. – 2000. – Vol.61, No.4. – P.3664-3674. DOI: 10.1103/physreve.61.3664

106. Ren S.-C. et al. Numerical investigation of dynamic strain ageing and slant ductile fracture in a notched specimen and comparison with synchrotron tomography 3D-DVC / Ren S.-C., Rousselier G., Morgeneyer T.F., Mazière M., Forest S. // Procedia Structural Integrity. – 2016. – Vol.2. – P.3385-3392. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.422

107. Ren S. et al. A constitutive model accounting for strain ageing effects on work-hardening. Application to a C–Mn steel / Ren S., Mazière M., Forest S., Morgeneyer T.F., Rousselier G. // Comptes Rendus Mecanique. – 2017. – Vol.345. – P.908-921. DOI: 10.1016/j.crme.2017.09.005

108. Ren S.C. et al. Effect of Lüders and Portevin–Le Chatelier localization bands on plasticity and fracture of notched steel specimens studied by DIC and FE simulations / Ren S.C., Morgeneyer T.F., Mazière M., Forest S., Rousselier G. // Int. J. Plasticity. – 2021. – Vol.136. – 102880 (28 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102880

109. Rowlands B.S., Rae C., Galindo-Nava E. The Portevin – Le Chatelier effect in nickel-base superalloys: Origins, consequences and comparison to strain ageing in other alloy systems // Progress in Materials Science. – 2023. – Vol.132. – 101038 (66 p.). DOI: 10.1016/j.pmatsci.2022.101038

110. Sarkar A. et al. Comparative study of the Portevin-Le Chatelier effect in interstitial and substitutional alloy / Sarkar A., Chatterjee A., Barat P., Mukherjee P. // Materials Science and Engineering A. – 2007. – Vol.459. – P.361-365. DOI: 10.1016/j.msea.2007.01.006

111. Sarmah R., Ananthakrishna G. Influence of system size on spatiotemporal dynamics of a model for plastic instability: Projecting low-dimensional and extensive chaos // Physical Review E. – 2013. – Vol.87. – 052907 (15 p.). DOI:10.1103/PhysRevE.87.052907

112. Sarmah R., Ananthakrishna G. Correlation between band propagation property and the nature of serrations in the Portevin – Le Chatelier effect // Acta Materialia. – 2015. – Vol.91. – P.192-201. DOI: 10.1016/j.actamat.2015.03.027

113. Schoeck G., Seeger A. The flow stress of iron and its dependence on impurities // Acta Metall. – 1959. – Vol.7. – P.469-477. DOI: 10.1016/0001-6160(59)90028-8

114. Sills R.B., Cai W. Solute drag on perfect and extended dislocations // Philosophical Magazine. – 2016. – Vol.96, Is.10. – P.895-921. DOI: 10.1080/14786435.2016.1142677

115. Sleeswyk A.W. Slow strain-hardening of ingot iron // Acta Metallurgica. – 1958. – Vol.6, Is.9. – P.598-603. DOI: 10.1016/0001-6160(58)90101-9

116. Snoek J.L. Effect of small quantities of carbon and nitrogen on the elastic and plastic properties of iron // Physica. – 1941. – Vol. 8, Is. 7. – P.711-733. DOI: 10.1016/S0031-8914(41)90517-7

117. Soare M.A., Curtin W.A. Solute strengthening of both mobile and forest dislocations: The origin of dynamic strain aging in fcc metals // Acta Materialia. – 2008a. – Vol.56. – P.4046-4061. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.04.027

118. Soare M.A., Curtin W.A. Single-mechanism rate theory for dynamic strain aging in fcc metals // Acta Materialia. – 2008b. – Vol.56. – P.4091-4101. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.04.030

119. Stukowski A. et al. Thermally-activated non-Schmid glide of screw dislocations in W using atomistically-informed

kinetic Monte Carlo simulations / Stukowski A., Cereceda D., Swinburne T.D., Marian J. // Int. J. Plasticity. – 2015. – Vol.65. – P.108-130. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.08.015

120. Suzuki H. Chemical interaction of solute atoms with dislocations // Sci. Rep. Res. Inst. Tohoku Univ. A. – 1952. – Vol.4. – C. 455-463. DOI: 10.50974/00041613

121. Suzuki H. Segregation of solute atoms on stacking faults // J. Phys. Soc. Jpn. – 1962. – Vol.17. – P.322-325. DOI: 10.1143/JPSJ.17.322

122. Svoboda J. et al. Kinetics of interaction of impurity interstitials with dislocations revisited / Svoboda J., Ecker W., Razumovskiy V.I., Zickler G.A., Fischer F.D. // Progress in Materials Science. – 2019. – Vol.101. – P.172–206. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.10.001

123. Takeuchi S., Argon A.S. Glide and climb resistance to the motion of an edge dislocation due to dragging a Cottrell atmosphere // Philos. Mag. A. – 1979. – Vol.40. – P.65-75. DOI: 10.1080/01418617908234833

124. Tamimi S., Andrade-Campos A., Pinho-da-Cruz J. Modelling the Portevin – Le Chatelier effects in aluminium alloys: a review // J. Mech. Behav. Mater. – 2015. – Vol.24, Nos.3-4. – P.67-78. DOI: 10.1515/jmbm-2015-0008

125. Tsuzuki H., Branicio P.S., Rino J.P. Molecular dynamics simulation of fast dislocations in copper // Acta Materialia. – 2009. – Vol.57. – P.1843-1855. DOI: 10.1016/j.actamat.2008.12.025

126. Varadhan S., Beaudoin A.J., Fressengeas C. Lattice incompatibility and strain-aging in single crystals // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2009. – Vol.57. – P.1733-1748. DOI: 10.1016/j.jmps.2009.06.007

127. Varschavsky A., Donoso E. Modelling solute segregation to partial dislocations for DSC evaluations // J. Thermal Analysis. – 1997a. – Vol.48. – P.1229-1248. DOI: 10.1007/BF01983434

128. Varschavsky A., Donoso E. Modelling the kinetics of solute segregation to partial dislocations for isothermal microcalorimetric evaluations // J. Thermal Analysis. – 1997b. – Vol.50. – P.533-545. DOI: 10.1007/BF01979026

129. Wilcox B.A., Smith G.C. The Portevin – Le Chatelier effect in hydrogen charged nickel // Acta Metallurgica. – 1964. – Vol.12. – P.371-376. DOI: 10.1016/0001-6160(64)90006-9

130. Xu J. et al. Dynamic strain ageing in an AlMg alloy at different strain rates and temperatures: Experiments and constitutive modelling / Xu J., Holmedal B., Hopperstad O.S., Mánik T., Marthinsen K. // Int. J. Plasticity. – 2022. – Vol.151. – 103215 (24 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2022.103215

131. Xu Z., Picu R.C. Dislocation–solute cluster interaction in Al–Mg binary alloys // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2006. – Vol.14. – P.195-206. DOI: 10.1088/0965-0393/14/2/005

132. Xu Z., Picu R.C. Effect of residual and pre-existing solute clusters on dynamic strain ageing in dilute solid solutions // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2007. – Vol.15. – P.385-396. DOI: 10.1088/0965-0393/15/5/001

133. Yoshinaga H., Morozumi S. A Portevin-Le Chatelier effect expected from solute atmosphere dragging // The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics. Series 8. – 1971a. – Vol.23, Is.186. – Pp.1351-1366. DOI: 10.1080/ 14786437108217007

134. Yoshinaga H., Morozumi S. The solute atmosphere round a moving dislocation and its dragging stress // The Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics. Series 8. – 1971b. – Vol.23, Is.186. – Pp. 1367-1385. DOI: 10.1080/ 14786437108217008

135. Zaiser M., Hähner P. Oscillatory modes of plastic deformation: theoretical concepts // Physica Status Solidi B. – 1997. – Vol.199, No.2. – P.267-330. DOI: 10.1002/1521-3951(199702)199:2<267::AID-PSSB267>3.0.CO;2-Q

136. Zaiser M. et al. On the relations between strain and strain-rate softening phenomena in some metallic materials: a computational study / Zaiser M., Glazov M., Lalli L.A., Richmond O. // Computational Materials Science. – 1999. – Vol.15, No.1. – P.35-49. DOI:10.1016/s0927-0256(98)00131-1

137. Zhang D., Picu R.C. Solute clustering in Al–Mg binary alloys // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2004. – Vol.12. – P.121-132. DOI:10.1088/0965-0393/12/1/011

138. Zhang F., Curtin W.A. Atomistically informed solute drag in Al–Mg // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. – 2008. – Vol.16. – 055006 (18 p.). DOI: 10.1088/0965-0393/16/5/055006

139. Zhang S., McCormick P., Estrin Y. The morphology of Portevin-Le Chatelier bands: Finite element simulation for Al-Mg-Si // Acta Materialia – 2001. – Vol. 49, Is. 6. – P. 1087-1094. DOI: 10.1016/S1359-6454(00)00380-3

140. Zhao Y., Marian J. Direct prediction of the solute softening-to-hardening transition in W–Re alloys using stochastic simulations of screw dislocation motion // Modell. Simul. in Mater. Sci. Eng. – 2018. – Vol.26. – 045002 (16 p.). DOI 10.1088/1361-651X/aaaecf

141. Zhao T., Dezerald L., Marian J. Electronic structure calculations of oxygen atom transport energetics in the presence of screw dislocations in tungsten – Metals. – 2019. – Vol.9, No.2. – 252 (14 p.). DOI: 10.3390/met9020252

142. Zhao Y. et al. Simulating the mechanisms of serrated flow in interstitial alloys with atomic resolution over diffusive timescales / Zhao Y., Dezerald L., Pozuelo M., Zhou X., Marian J. // Nature Communications. – 2020. – Vol.11. – 1227 (8 p.). DOI: 10.1038/s41467-020-15085-3

143. Zhu A.-W. Evolution of size distribution of shearable ordered precipitates under homogeneous deformation: Application to an Al-Li-alloy // Acta mater. –1997. – Vol. 45, No. 10. – P. 4213-4223. DOI: 10.1016/S1359-6454(97)00077-3

144. Zhu A.-W. Strain localization and formation of heterogeneous distribution of shearable ordered precipitates: Application to an Al–10at.%Li single crystal // Acta mater. – 1998. – Vol. 46, No. 9. – P.3211-3220. DOI: 10.1016/S1359-6454(97)00488-6

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации национального проекта «Наука и университеты» (в рамках выполнения государственного задания в лаборатории многоуровневого моделирования конструкционных и функциональных материалов, проект № FSNM-2021-0012).

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов равноценен.**

**Funding.** The study was carried out with a financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation as part of the implementation of the national project “Science and Universities” (the state task fulfillment in the laboratory of multilevel structural and functional materials modeling, project no. FSNM-2021-0012).

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

**The contribution of the authors is equivalent.**