Головина Н.Я. Старение сплавов как multiscale-эффект в рамках теории нанокомпозитов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 6. С. 50–56. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.6.05

Golovina N.Ya. Alloy aging as a multiscale effect within the nanocomposite theory. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2023, no. 6, pp. 50-56. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.6.05

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 6, 2023
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.6.05
УДК 539.3

СТАРЕНИЕ СПЛАВОВ КАК MULTISCALE-ЭФФЕКТ В РАМКАХ ТЕОРИИ НАНОКОМПОЗИТОВ

Н.Я. Головина

Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 09 марта 2023 г.
Одобрена: 01 июня 2023 г.
Принята к публикации: 31 ноября 2023 г.

Ключевые слова:

градиентная теория упругости, теория нанокомпозитов, теория межфазного слоя, неклассические механические параметры материалов, технологии старения материалов.

АННОТАЦИЯ

В рамках теории мелкодисперсных нанокомпозитов получена зависимость эффективного модуля Юнга от абсолютного размера армирующих частиц. Рассмотрены два случая управления/изменения эффективного модуля Юнга при постоянной относительной объёмной доле армирующих частиц. Первый – распад армирующих частиц на более мелкие с последующей диффузией по объему матрицы. В этом случае эффективный модуль нанокомпозита возрастает. Второй – агломерация армирующих частиц в более крупную. В этом случае эффективный модуль нанокомпозита снижается. Эти закономерности представляются универсальными и не зависящими от технологии термообработки. Предполагается, что управление процессом агломерации или распада армирующих частиц осуществляется путем выбора технологии термообработки нанокомпозита. Технологии термообработки можно разделить на две группы. Первая группа определяет те технологии, которые приводят к агломерации армирующих частиц. Вторая группа определяет те технологии, которые приводят к распаду армирующих частиц. Важно подчеркнуть, что технология термообработки должна быть выбрана такой, чтобы в процессе термообработки не протекали фазовые переходы как в материале армирующих частиц, так и в материале матрицы. Появление фазовых переходов должно быть исключено потому, что новая фаза является полем дефектов. В частности, полем дислокаций замещения. Для таких процессов градиентная теория бездефектной среды уже несправедлива, и необходимо строить более сложные модели дефектных сред. Поэтому критерии выбора технологии термообработки настоящая статья не рассматривает. Остается открытым вопрос о том, что наряду с градиентным обобщением теории композитов возможно нелинейное обобщение. Действительно, в отличие от керамик, сохраняющих физическую линейность практически до разрушения, металлокомпозиты проявляют пластичность на достаточно большом интервале деформаций. Однако обобщение на физически нелинейный случай, а тем более – на пластичность, осложняется тем, что до настоящего времени не существует общепринятой теории построения кривой напряжение-деформация даже для однородных материалов.

© ПНИПУ

© **Головина Наталья Яковлевна** – к.т.н., доц. каф. ЭТТМ филиала ТИУ, e-mail: golovinanj@tyuiu.ru.

Natalia Ya. Golovina – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Department of ETTM, e-mail: golovinanj@tyuiu.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ALLOY AGING AS A MULTISCALE EFFECT WITHIN THE NANOCOMPOSITE THEORY

N.Ya. Golovina

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 09 March 2023
Approved: 01 June 2023
Accepted for publication:
31 November 2023

Keywords:

gradient theory of elasticity, theory of nanocomposites, interfacial layer theory, nonclassical mechanical parameters of materials, material aging technologies.

ABSTRACT

Within the theory of finely dispersed nanocomposites, the dependence of the effective Young's modulus on the absolute size of the reinforcing particles is obtained. Two cases of controlling/changing the effective Young's modulus at a constant relative volume fraction of reinforcing particles are considered. The first is the disintegration of reinforcing particles into smaller ones, followed by diffusion throughout the volume of the matrix. In this case, the effective modulus of the nanocomposite increases. The second one is the agglomeration of reinforcing particles into larger ones. In this case, the effective modulus of the nanocomposite decreases. These patterns seem to be universal and independent of heat treatment technology. It can be assumed that the agglomeration or decomposition of the reinforcing particles depends on the choice of a heat treatment technology for a nanocomposite. It is important to emphasize that the selected heat treatment technology is to be such that during the heat treatment no phase transitions occur either in the material of the reinforcing particles or in the matrix material. It is necessary to eliminate the appearance of phase transitions, since the new phase represents a field of defects, in particular, the field of substitutional dislocations. For such processes, the gradient theory of a defect-free medium is no longer valid. It is necessary to build models of defective environments that are more complex. Therefore, this article does not consider the criteria for choosing a heat treatment technology. The question remains open that, along with the gradient generalization of the theory of composites, a nonlinear generalization is possible. Indeed, unlike ceramics, which retain physical linearity almost until destruction, metal composites exhibit plasticity over a large range of deformations. However, generalization to physical nonlinearity, and even more so to plasticity, is complicated by the fact that there is still no generally accepted theory for constructing a stress-strain curve even for homogeneous materials.

© PNRPU

Введение

Бурное развитие градиентных теорий [1–4], начавшееся в конце прошлого века [5-8], привело к осознанию того факта, что механика объектов с размерами от сотен микрон до десятков нанометров принципиально отличается как от классической механики, так и от квантовой [9; 10]. Новая механика – наномеханика – отличается от классической наличием multiscale-эффектов, а от квантовой – детерминированной постановкой. Одним из первых достижений теории нанокомпозитов, построенной на наномеханике многофазных сред, является объяснение аномального усиления эффективного модуля Юнга стержня, изготовленного из мелкодисперсного композита: при постоянной относительной объёмной доле армирующих частиц эффективный модуль растет при уменьшении абсолютного размера армирующих частиц [11]. Аналогичные multiscale-эффекты были установлены [12; 13] и объяснены [14–16] для волокнистых нанокомпозитов и композитов, армированных нанотрубками. Эти multiscale-эффекты послужили толчком к объяснению эффекта старения сталей и сплавов. С другой стороны, толчком к этой идее послужила проблема агломерации армирующих частиц на этапе хранения или изготовления нанокомпозита. Действительно, пока адгезионные взаимодействия в агломерации не превышают предела адгезионной прочности, агломерация ведет себя как большая частица с теми же свойствами, что и исходные. Единственное различие – абсолютный размер. При хранении наночастиц используют различные ПАВы, снижающие адгезионные свойства наночастиц и препятствующие их агломерации. Для уже изготовленного нанокомпозита применяются, как правило, соответствующие режимы термообработки, приводящие к распаду агломераций на мелкие части и последующей их диффузией. Если обратить во времени это явление, то полученный процесс можно воспринимать как модель старения: изолированные наночастицы армирующей фазы диффундируют и объединяются в агломерации, снижая тем самым эффективный модуль дисперсного нанокомпозита. Так как оба процесса – и распад, и агломерация – зависят от технологии термообработки, будем в дальнейшем оба процесса называть моделями старения.

Материалы и методы

Любая градиентная теория наиболее просто формулируется в соответствии с принципом Лагранжа. Вариационный принцип Лагранжа сводится к требованию стационарности функционала Лагранжа L, который формулируется как разность работы внешних сил A и потенциальной энергии U.

Вариационная постановка

Лагранжиан градиентной теории упругости:

$$L = A - U,$$
$$A = \int_V P_i^V R_i dV + \int_F P_i^F R_i dF, \qquad (1)$$
$$U = \frac{1}{2}\int_V (C_{ijmn} R_{m,n} R_{i,j} + C_{ijkmnl} R_{m,nl} R_{i,jk}) dV,$$

где P_i^V – внешние объёмные силы; P_i^F – поверхностные силы; R_i – вектор перемещений; C_{ijmn} – тензор четвертого ранга классических модулей упругости, C_{ijkmnl} – тензор шестого ранга неклассических модулей упругости.

Рассмотрим для простоты так называемую биплоскую 1D-постановку. Назовем биплоской такую постановку, в которой искомый вектор перемещений имеет единственную (осевую) компоненту $R_i = R(x,y,z)X_i$, где X_i – орт направления, совпадающего с осью двухфазного композиционного стержня. Будем называть 1D-постановкой такую, в которой искомые функции зависят только от одной координаты (в данном случае – от координаты x). Таким образом, биплоская 1D-постановка определяет искомый вектор перемещений следующим образом:

$$R_i = R(x)X_i. \tag{2}$$

Различные градиентные теории отличаются структурой тензора модулей шестого ранга C_{ijkmnl}.

Биплоская 1D-постановка приводит любую градиентную теорию к одному и тому же лагранжиану [17–20]. Действительно, дадим следующие определения:

$$\begin{aligned} &C_{ijmn}X_iX_jX_mX_n = E,\\ &C_{ijkmnl}X_iX_jX_kX_mX_nX_l = El^2,\\ &P_i^VX_i = 0,\\ &P_i^FX_i = \sigma. \end{aligned} \tag{3}$$

Подставляя (2) в (1), с учетом определений (3), лагранжиан градиентной теории упругости приобретает вид:

$$L = PFR\,|_{x_1}^{x_2} - \frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}(ER'R' + El^2R''R'')Fdx, \tag{4}$$

где x_1, x_2 – соответственно координаты левого и правого конца составного стержня, являющегося ячейкой периодичности композитного стержня с постоянной площадью поперечного сечения F, σ – растягивающая внешняя поверхностная нагрузка на торцах.

Вариационное уравнение, вытекающее из требования стационарности лагранжиана (4):

$$\begin{aligned} &\delta L = \int_{x_1}^{x_2}(EFR'' - EFl^2R'''')\delta R dx +\\ &+[\sigma F - EF(R' - l^2R''')]\delta R\,|_{x_1}^{x_2} - EFl^2R''\delta R'\,|_{x_1}^{x_2} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Уравнения равновесия для двухфазного композита:

$$R'' - l_{\text{I}}^2R'''' = 0, \tag{6a}$$

$$R'' - l_{\text{II}}^2R'''' = 0. \tag{6b}$$

Здесь индекс I, II нумерует первую и вторую фазу соответственно. Этими индексами наделяются параметры фаз E, l, x – соответственно, модули Юнга, характерные длины когезионных взаимодействий в фазах и абсолютные объёмные доли фаз. Для определенности будем считать первую фазу армирующей, а вторую фазу – матрицей.

Решение для обеих фаз.

Первая фаза:

$$R_{\text{I}}(x) = A_0 + A_1(x - x_1) + A_3sh((x - x_1)/l_1). \tag{7a}$$

Вторая фаза:

$$R_{\text{II}}(x) = B_0 + B_1(x - x_2) + B_3sh((x - x_2)/l_{\text{II}}). \tag{7b}$$

Контактные и граничные условия.

Граничные условия при $x = x_1$:

$$\begin{cases} E_{\text{I}}[R_{\text{I}}'(0) - l_{\text{I}}^2R_{\text{I}}'''(0)] = \sigma,\\ E_{\text{I}}l_{\text{I}}^2R_{\text{I}}''(0) = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Граничные условия при $x = x_2$:

$$\begin{cases} E_{\text{II}}[R_{\text{II}}'(x_2) - l_{\text{II}}^2R_{\text{II}}'''(x_2)] = \sigma,\\ E_{\text{II}}l_{\text{II}}^2R_{\text{II}}''(x_2) = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Контактные условия при $x = x_c$, где x_c – координата точки контакта фаз $x_1 < x_c < x_2$:

$$\begin{cases} R_{\text{I}}(x_c) = R_{\text{II}}(x_c),\\ R_{\text{I}}'(x_c) = R_{\text{II}}'(x_c),\\ E_{\text{I}}[R_{\text{I}}'(x_c) - l_{\text{I}}^2R_{\text{I}}'''(x_c)] = E_{\text{II}}[R_{\text{II}}'(x_c) - l_{\text{II}}^2R_{\text{II}}'''(x_c)],\\ E_{\text{I}}l_{\text{I}}^2R_{\text{I}}''(x_c) = E_{\text{II}}l_{\text{II}}^2R_{\text{II}}''(x_c). \end{cases} \tag{10}$$

Определим абсолютные доли фаз следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x_{\text{I}} = x_c - x_1,\\ x_{\text{II}} = x_2 - x_c. \end{cases} \tag{11}$$

Решение (6) с учетом граничных (8), (9) и контактных (10) условий:

$$\begin{aligned} R_{\text{I}}(x) &= B_0 - \sigma\left[\frac{(x_{\text{I}} + l_f)}{E_{\text{I}}} + \frac{(x_{\text{II}} - l_f)}{E_{\text{II}}}\right] +\\ &+ \frac{\sigma}{E_{\text{I}}}\left[(x - x_1) + l_f\frac{sh((x - x_1)/l_1)}{sh(x_{\text{I}}/l_1)}\right],\\ R_{\text{II}}(x) &= B_0 + \frac{\sigma}{E_{\text{II}}}\left[(x - x_2) + l_f\frac{sh((x_2 - x)/l_{\text{II}})}{sh(x_{\text{II}}/l_{\text{II}})}\right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь дано определение характерной длины межфазного слоя l_f, определяющей multiscale-эффект:

$$l_f = \frac{\dfrac{1}{E_{\text{II}}} - \dfrac{1}{E_{\text{I}}}}{\left[\dfrac{1}{E_{\text{I}}l_{\text{I}}th(x_{\text{I}}/l_{\text{I}})} + \dfrac{1}{E_{\text{II}}l_{\text{II}}th(x_{\text{II}}/l_{\text{II}})}\right]}. \tag{13}$$

Нетрудно убедиться, что при стремлении неклассических параметров l_{I} и l_{II} к нулю характерная длина межфазного слоя стремится к нулю $l_f \to 0$.

Потенциальная энергия нанокомпозита по теореме Клапейрона:

$$U = \sigma[R_{\text{II}}(x_2) - R_{\text{I}}(x_1)]/2 = \\ = \sigma^2\left[\frac{(x_{\text{I}} + l_f)}{E_{\text{I}}} + \frac{(x_{\text{II}} - l_f)}{E_{\text{II}}}\right]/2. \quad (14)$$

Потенциальные энергии классического композита (при $l_f \to 0$) и нанокомпозита:

$$\frac{1}{E} = \frac{x_{\text{I}}/l}{E_{\text{I}}} + \frac{x_{\text{II}}/l}{E_{\text{II}}}, \quad (15a)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{(x_{\text{I}} + l_f)/l}{E_{\text{I}}} + \frac{(x_{\text{II}} - l_f)/l}{E_{\text{II}}}. \quad (15b)$$

Отметим принципиальную разницу соотношений (15a) и (15b).

Эффективный модуль классического дисперсного композита не зависит от абсолютного размера частиц армирующей фазы. Действительно, если переписать (15a) через относительную объёмную долю φ, получим классическую формулу осреднения по Рейссу, правая часть которой не зависит от абсолютного размера армирующих частиц:

$$\frac{1}{E} = \frac{\varphi}{E_{\text{I}}} + \frac{(1-\varphi)}{E_{\text{II}}}.$$

Эффективный модуль нанокомпозита зависит от абсолютного размера частиц армирующей фазы. Действительно, если переписать (15b) через эффективную относительную объёмную долю $\varphi^* = \varphi + l_f/l$, получим неклассическую формулу осреднения по так называемой гипотезе эквивалентного континуума, в которой эффективная относительная объёмная доля является функцией абсолютного размера армирующих частиц x_{I} через l_f в соответствии с (13).

Изменение модуля нанокомпозита как функции характерного размера армирующей фазы

Отметим, что при распаде или при агломерации армирующей фазы её относительная объёмная доля φ не изменяется. Изменяется только размер ячейки периодичности l, тогда в соответствии с (11):

$$\begin{cases} x_{\text{I}} = \varphi l, \\ x_{\text{II}} = (1-\varphi) l. \end{cases} \quad (16)$$

Из (16) видно, что абсолютные доли фаз $x_{\text{I}}, x_{\text{II}}$ и длина (объём) ячейки периодичности l пропорциональны друг другу. Поэтому для сохранения симметрии относительно фаз будем считать управляющим параметром не x_{I}, а l – длину ячейки периодичности.

Приращение модуля Юнга нанокомпозита:

$$dE = E^2\left(\frac{1}{E_{\text{II}}} - \frac{1}{E_{\text{I}}}\right) d(l_f/l). \quad (17)$$

В соответствии с (13) вычислим (l_f/l) как функцию l:

$$(l_f/l) = \frac{1/E_{\text{II}} - 1/E_{\text{I}}}{\dfrac{1}{E_{\text{I}}\varphi\dfrac{th(\varphi l/l_{\text{I}})}{(\varphi l/l_{\text{I}})}} + \dfrac{1}{E_{\text{II}}(1-\varphi)\dfrac{th((1-\varphi)l/l_{\text{II}})}{((1-\varphi)l/l_{\text{II}})}}}. \quad (18)$$

В соответствии с (18) вычислим $\dfrac{d(l_f/l)}{dl}$, а затем в соответствии с (17) производную $\dfrac{dE}{dl}$:

$$\frac{dE}{dl} = -(El_f/l)^2\left[\frac{\dfrac{sh(2\varphi l/l_{\text{I}})}{(2\varphi l/l_{\text{I}})} - 1}{E_{\text{I}}l_{\text{I}}\dfrac{sh^2(\varphi l/l_{\text{I}})}{(\varphi l/l_{\text{I}})}} + \frac{\dfrac{sh(2(1-\varphi)l/l_{\text{II}})}{(2(1-\varphi)l/l_{\text{II}})} - 1}{E_{\text{II}}l_{\text{II}}\dfrac{sh^2((1-\varphi)l/l_{\text{II}})}{((1-\varphi)l/l_{\text{II}})}}\right]. \quad (19)$$

Теорема 1. *При фиксированной объёмной доле распад армирующей фазы приводит к росту эффективного модуля Юнга нанокомпозита.*

Доказательство. При фиксированной относительной объёмной доле армирующей фазы распад армирующей фазы определяется тем, что размер ячейки периодичности будет уменьшаться:

$$dl < 0.$$

Как следствие, из модели старения (19) можно вывести, что эффективный модуль Юнга будет возрастать:

$$dE > 0.$$

Теорема 1 доказана.

Теорема 2. *При фиксированной объёмной доле агломерация армирующей фазы приводит к снижению эффективного модуля Юнга нанокомпозита.*

Доказательство. При фиксированной относительной объёмной доле армирующей фазы агломерация армирующей фазы определяется тем, что размер ячейки периодичности будет увеличиваться:

$$dl > 0$$

Как следствие, из модели старения можно вывести, что эффективный модуль Юнга при этом будет снижаться:

$$dE < 0.$$

Теорема 2 доказана.

Таким образом, на основании (19) доказано, что для любой модели градиентной среды (т.е. для любой структуры тензора модулей шестого ранга в соответствии

с (3)) эффективный модуль нанокомпозита является убывающей функцией абсолютного размера армирующей фазы. При этом в соответствии с (15) и (16) эффективный модуль нанокомпозита асимптотически стремится к эффективному модулю классической теории. В соответствии с (15), (16) и (18) эффективный модуль нанокомпозита является функцией пяти параметров: $E = E(E_{\text{I}}, E_{\text{II}}, \varphi, (\varphi l / l_{\text{I}}), (1-\varphi) l / l_{\text{II}})$.

$$\frac{1}{E} = \frac{\varphi}{E_{\text{I}}} + \frac{(1-\varphi)}{E_{\text{II}}} - \frac{(\frac{1}{E_{\text{II}}} - \frac{1}{E_{\text{I}}})^2}{\frac{1}{E_{\text{I}}\varphi}\frac{th(\varphi l / l_{\text{I}})}{(\varphi l / l_{\text{I}})} + \frac{1}{E_{\text{II}}(1-\varphi)}\frac{th((1-\varphi) l / l_{\text{II}})}{((1-\varphi) l / l_{\text{II}})}}, \quad (20)$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{l \to 0} \frac{1}{E} = \frac{\varphi}{E_{\text{I}}} + \frac{(1-\varphi)}{E_{\text{II}}} - \frac{(\frac{1}{E_{\text{II}}} - \frac{1}{E_{\text{I}}})^2}{\left[\frac{1}{E_{\text{I}}\varphi} + \frac{1}{E_{\text{II}}(1-\varphi)}\right]}, \\ \lim\limits_{l \to \infty} \frac{1}{E} = \frac{\varphi}{E_{\text{I}}} + \frac{(1-\varphi)}{E_{\text{II}}}, \end{cases}$$

$$\frac{E_{\text{II}}}{E} = \frac{\varphi}{k} + (1-\varphi) - \frac{\left(1 - \frac{1}{k}\right)^2}{\frac{1}{k\varphi}\frac{th(\varphi l / l_{\text{I}})}{(\varphi l / l_{\text{I}})} + \frac{1}{(1-\varphi)}\frac{th((1-\varphi) l / l_{\text{II}})}{((1-\varphi) l / l_{\text{II}})}},$$

$$\varphi = 0{,}5 \rightarrow \quad \frac{E_{\text{II}}}{E} = \frac{1}{2}\frac{1}{k} + \frac{1}{2} - \frac{\left(1 - \frac{1}{k}\right)^2}{k\frac{1}{2}\frac{th(l / 2l_{\text{I}})}{(l / 2l_{\text{I}})} + \frac{1}{2}\frac{th(l / 2l_{\text{II}})}{(l / 2l_{\text{II}})}},$$

$$\frac{2E_{\text{II}} / \left(\frac{1}{k} + 1\right)}{E} = 1 - \frac{th(l / 2l_{\text{II}})}{(l / 2l_{\text{II}})}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{E}{2E_{\text{II}} / \left(\frac{1}{k} + 1\right)} = \frac{1}{1 - \frac{th(l / 2l_{\text{II}})}{(l / 2l_{\text{II}})}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2}.$$

Чтобы представить (20) в виде пучка «плоских» кривых, необходимо задать три параметра или три связи между параметрами. Пусть модуль армирующей фазы в k раз больше модуля матрицы $E_{\text{I}} = kE_{\text{II}}$, а относительная объёмная доля армирующей фазы $\varphi = 0{,}5$. В качестве третьей связи выберем следующую:

$$l_{\text{I}} = l_{\text{II}}.$$

Тогда (20) приобретёт вид:

$$\frac{E}{2E_{\text{II}} / \left(1 + \frac{1}{k}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{th\left(\frac{1}{2} l / l_{\text{II}}\right)}{\left(\frac{1}{2} l / l_{\text{II}}\right)}\frac{\left(1 - \frac{1}{k}\right)}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)}}. \quad (21)$$

Введем обозначения:

$$\frac{E}{2E_{\text{II}} / \left(1 + \frac{1}{k}\right)} = E^*,$$

$$\frac{1}{2} l / l_{\text{II}} = l^*$$

Тогда (21) приобретает вид:

$$E^* = \frac{1}{1 - \frac{th(l^*)}{l^*}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2}. \quad (22)$$

Если модуль армирующей фазы гораздо больше модуля матрицы, то множитель $(k-1/k+1)^2$ можно считать равным единице. На рисунке построена кривая $E^* = E^*(l^*)$ для этого случая.

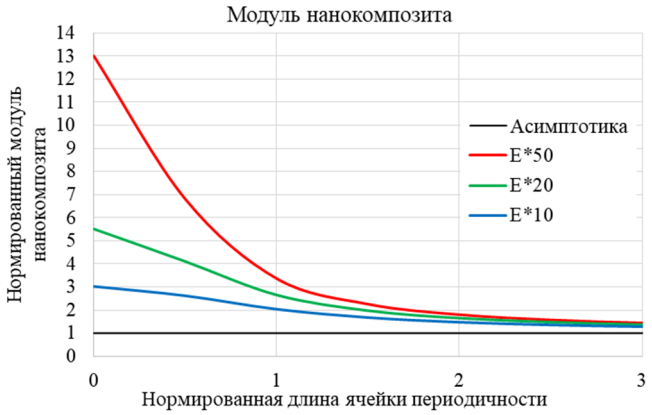


Рис. Красная кривая для k = 50, зеленая кривая для k = 20, синяя кривая для k = 10

Fig. Red curve for k = 50, green curve for k = 20, blue curve for k = 10

Заключение

На основании теории мелкодисперсных нанокомпозитов (14), (15b) получена зависимость производной эффективного модуля Юнга от абсолютного размера армирующих частиц (19). Рассмотрены два случая. Первый – распад армирующей фазы. В этом случае эффективный модуль нанокомпозита возрастает. Второй – агломерация частиц армирующей фазы. В этом случае эффективный модуль нанокомпозита снижается. Эти закономерности представляются универсальными.

Однако следует обратить внимание, что остается открытым вопрос о том, что наряду с градиентным обобщением возможно нелинейное обобщение. Действительно, в отличие от керамик, сохраняющих физическую линейность практически до разрушения, металлокомпозиты проявляют пластичность на достаточно большом интервале деформаций. Однако обобщение на физически нелинейный случай, а тем более – на пластичность, осложняется тем, что до

настоящего времени не существует общепринятой теории построения кривой напряжение – деформация даже для однородных материалов. Таким образом, моделирование свойств нанокомпозитов с упругопластической матрицей представляется следующим логическим шагом в развитии теории нанокомпозитов.

Библиографический список

1. Jaramillo T.J. A generalization of the energy function of elasticity theory. – Dissertation, Department of Mathematics, University of Chicago, 1929.
2. Аэро Э.Л., Кувшинский Е.В. Основные уравнения теории упругости сред с вращательным взаимодействием частиц // Физика твердого тела. – 1960. – Т. 2, № 7. – С. 1399–1409.
3. Toupin R.A. Theories of elasticity with couple-stress // Arch. Ration. Mech. And Analysis. – 1964. – Vol. 2, no. 11. – P. 85–112.
4. Mindlin R.D. Micro-structure in linear elasticity // Arch. Ration. Mech. And Analysis. – 1964. – Vol. 1, no. 16. – P. 51–78.
5. Aifantis E.C. On the role of gradients in the localization of deformation and fracture / International Journal of Engineering Science. – 1992. – Vol. 30, no. 10. – P. 1279–1299.
6. Altan B.S., Aifantis E.C. On the structure of the mode III crack-tip in gradient elasticity // Scripta metallurgica et materialia. – 1992. – No. 26. – P. 319–324.
7. Gurtin M.E., Murdoch A.I. A Continuum theory of elastic material surfaces // Archive for Rational Mechanics & Analysis. – 1975. – No. 57. – P. 291–323.
8. Gurtin M.E., Murdoch A.I. Surface stress in solids // International Journal of Solids and Structures. – 1978. – No. 14. – P. 431–440.
9. Основы теории межфазного слоя / И.Ф. Образцов, С.А. Лурье, П.А.Белов [и др.] // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10, № 4. – С. 596–612.
10. On one class of applied gradient models with simplified boundary problems / S.A. Lurie, P.A. Belov, Y.O. Solyaev, E.C. Aifantis // Materials Physics and Mechanics. – 2017. – T. 32, no. 3. – P. 353–369.
11. Miva M. Influence of the diameters of particals on the modulus of elasticity of reinforced polymers // Kobunshi Ronbunshu. – 1978. – Vol. 35, no. 2. – P. 125–129.
12. Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites / G.M. Odegard, T.S. Gates, K.E. Wise, C. Park, E.J. Siochi // Composites Science and Technology. – 2003. – Vol. 63, no. 11. – P. 1671–1687.
13. Odegard G.M., Frankland S.J.V., Gates T.S. Effect of nanotube functionalization on the elastic properties of polyethylene nanotube composites // AIAA Journal. – 2005. – Vol. 43, no. 8. – P. 1828–1835.
14. Белов П.А., Лурье С.А., Гордеев А.В. Теория сред с сохраняющимися дислокациями: градиентная модель нанокомпозита, армированного SWNT // Материаловедение. – 2013. – № 5. – С. 35–39.
15. Белов П.А., Зайцев О.В. Объяснение «эффекта Одегарда на коротких SWNT» в рамках градиентной теории межфазного слоя // Материаловедение. – 2013. – № 7. – С. 44–46.
16. Белов П.А., Гордеев А.В. Адгезионная модель нанокомпозита, армированного SWNT // Материаловедение. – 2013. – № 6. – С. 33–38.
17. Belov P.A., Lurie Sergey A., Qi C. Structure of generalized theories of elasticity of media with defective fields and of gradient theories // Nanomechanics Science and Technology. – 2016. – Vol. 6, no. 1. – P. 65–85.
18. О корректности математической постановки краевых задач в градиентной упругости / С.А. Лурье, П.А. Белов, К.К. Шрамко, Г.И. Кривень // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27, № 4. – С. 447–458.
19. Белов П.А., Лурье С.А. Векторная градиентная теория упругости // Композиты и наноструктуры. – 2022. – Т. 14, № 1 (53). – С. 1–15.
20. Lurie S., Belov P., Lykosova E. Specifics of symmetry conditions in gradient elasticity theories // Materials Physics and Mechanics. – 2021. – T. 47, no. 6. – C. 905–920.

References

1. Jaramillo T.J. A generalization of the energy function of elasticity theory. – Dissertation, Department of Mathematics, University of Chicago. – 1929.
2. Aero E.L., Kuvshinskij E.V. Osnovnye uravneniya teorii uprugosti sred s vrashchatel'nym vzaimodejstviem chastic //Fizika tverdogo tela. – 1960. – T.2, №7. – S. 1399-1409.
3. Toupin R.A. Theories of elasticity with couple-stress // Arch. Ration. Mech. And Analysis. – 1964. – Vol. 2, № 11. – P. 85–112.
4. Mindlin R.D. Micro-structure in linear elasticity // Arch. Ration. Mech. And Analysis. – 1964. – Vol. 1, № 16. – P. 51–78.
5. Aifantis E.C. On the role of gradients in the localization of deformation and fracture / International Journal of Engineering Science. – 1992. – Vol. 30, № 10. – P. 1279–1299.
6. Altan B.S., Aifantis E.C. On the structure of the mode III crack-tip in gradient elasticity // Scripta metallurgica et materialia. – 1992. – № 26. – P.319-324.
7. Gurtin M.E., Murdoch A.I. A Continuum Theory of Elastic Material Surfaces // Archive for Rational Mechanics & Analysis. – 1975. – № 57. – P.291-323.
8. Gurtin M.E., Murdoch A.I. Surface Stress in Solids // International Journal of Solids and Structures. – 1978. – № 14. – P.431-440.
9. Obrazcov I.F., Lur'e S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodskij D.B.Ya.Yu.G., Kochemasova E.I., Dudchenko A.A., Potupchik E.M., Shumova N.P. Osnovy teorii mezhfaznogo sloya // Mekhanika kompozicionnyh materialov i konstrukcij. – 2004. – T. 10, № 4. – S. 596-612.
10. Lurie S.A., Belov P.A., Solyaev Y.O., Aifantis E.C. On one class of applied gradient models with simplified boundary problems // Materials Physics and Mechanics. – 2017. – T. 32, № 3. – C.353-369.
11. Miva M. Influence of the diameters of particals on the modulus of elasticity of reinforced polymers // Kobunshi Ronbunshu. – 1978. – Vol. 35, № 2. – P. 125-129.
12. Odegard G.M., Gates T.S., Wise K.E., Park C., Siochi E.J. Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites // Composites Science and Technology. – 2003. – Vol. 63, № 11. – 1671-1687.
13. Odegard G.M., Frankland S.J.V., Gates T.S. Effect of nanotube functionalization on the elastic properties of polyethylene nanotube composites // AIAA Journal. – 2005. – Vol. 43, № 8. – P.1828-1835.

14. Belov P.A., Lur'e S.A., Gordeev A.V. Teoriya sred s sohranyayushchimisya dislokaciyami: gradientnaya model' nanokompozita, armirovannogo SWNT // Materialovedenie. – 2013. – № 5. – S. 35-39.

15. Belov P.A., Zajcev O.V. Ob"yasnenie "effekta Odegarda na korotkih SWNT" v ramkah gradientnoj teorii mezhfaznogo sloya // Materialovedenie. – 2013. – № 7. – S. 44-46.

16. Belov P.A., Gordeev A.V. Adgezionnaya model' nanokompozita, armirovannogo SWNT // Materialovedenie. – 2013. – № 6. – S. 33-38.

17. Belov P.A., Lurie Sergey A., Qi C. Structure of generalized theories of elasticity of media with defective fields and of gradient theories // Nanomechanics Science and Technology. – 2016. – Vol. 6, № 1. – P. 65-85.

18. Lur'e S.A., Belov P.A., Shramko K.K., Kriven' G.I. O korrektnosti matematicheskoj postanovki kraevyh zadach v gradientnoj uprugosti // Mekhanika kompozicionnyh materialov i konstrukcij. – 2021. – T. 27, № 4. – S. 447-458.

19. Belov P.A., Lur'e S.A. Vektornaya gradientnaya teoriya uprugosti // Kompozity i nanostruktury. – 2022. – T. 14, № 1 (53). – S. 1-15.

20. Lurie S., Belov P., Lykosova E. Specifics of symmetry conditions in gradient elasticity theories // Materials Physics and Mechanics. – 2021. – T. 47, № 6. – C.905-920.

Финансирование. Работа не имела спонсорской поддержки.
Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.
Вклад автора 100 %.

Funded. The work was not sponsored.
Conflict of interest. The author declare no conflict of interest.
The contribution of the author 100 %.