Артамонова, Н.Б. К вопросу идентификации параметров нелинейной модели консолидации песчаного грунта / Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 1. – С. 31–44. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.04

Perm Polytech Style: Artamonova N.B., Sheshenin S.V. On Identification of Parameters of a Nonlinear Consolidation Model of Sandy Soil. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 1, pp. 31-44. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.04

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 1, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.04
УДК 531.01

К ВОПРОСУ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ КОНСОЛИДАЦИИ ПЕСЧАНОГО ГРУНТА

Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 03 сентября 2023 г.
Одобрена: 30 ноября 2023 г.
Принята к публикации:
12 марта 2024 г.

Ключевые слова:

нелинейная связанная задача консолидации, конечно-элементное моделирование, метод Удзавы, деформационная теория пластичности, многоплоскостной срез, компрессионные испытания, скорость деформации.

АННОТАЦИЯ

Ранее авторами настоящей статьи была сформулирована физически и геометрически нелинейная постановка задачи деформирования пористой флюидонасыщенной среды при фильтрации жидкости (задачи консолидации) в скоростях перемещений твердой фазы и изменения порового давления в дифференциальном и вариационном виде. В разработанной модели консолидации учитывается изменение пористости и проницаемости среды в процессе деформирования. В модели используются определяющие соотношения деформационного типа. Разработанная модель консолидации может применяться для моделирования нестационарных процессов в грунте, например, образования колеи и неровностей грунтовых дорог, а также для расчета неравномерной осадки инженерных сооружений.

Настоящая работа посвящена экспериментальному определению деформационных и прочностных свойств водонасыщенных песчаных грунтов, что представляет собой следующий этап моделирования процесса консолидации. Изложены результаты экспериментального определения объемных и сдвиговых свойств песчаного грунта на автоматизированном комплексе АСИС (ООО НПП «Геотек»). Исследования проводились на трех песках кварцевого состава различной крупности. Для определения объемных модулей были осуществлены испытания сухих и водонасыщенных песчаных грунтов на компрессионное сжатие при непрерывно растущей вертикальной нагрузке с постоянной скоростью деформации. Опыты проводились для различных скоростей деформации в диапазоне от $3 \cdot 10^{-6}$ до $3 \cdot 10^{-3}$ c^{-1}. Эксперименты показали отсутствие зависимости объемных свойств от скорости деформации в указанном диапазоне. Деформационные и прочностные характеристики песчаных грунтов на сдвиг определялись методом многоплоскостного среза, приближающего простой сдвиг. Испытания проводились в кинематическом режиме приложения сдвигающей нагрузки с заданной постоянной скоростью деформации по схеме консолидировано-дренированного сдвига. Исследованы зависимости деформационных и прочностных свойств крупных и мелких кварцевых песков от скорости деформации сдвига в диапазоне от $2 \cdot 10^{-4}$ до $4 \cdot 10^{-3}$ c^{-1}. Для исследуемых сухих и водонасыщенных песков различной крупности получены возрастающие, убывающие и немонотонные зависимости угла внутреннего трения от скорости деформации сдвига. Для водонасыщенных песков максимальный разброс значений угла внутреннего трения для разных скоростей деформации не превышает 7 %. Разработана методика пересчета полученных свойств и экспериментальных зависимостей в параметры предложенной модели консолидации песчаного грунта.

© ПНИПУ

© **Артамонова Нина Брониславовна** – к. ф.-м. н., к. геол.-мин. н., с.н.с. каф. инж. и экол. геол. геол. факультета, e-mail: artamonovanb@mail.ru, iD: 0000-0003-0886-3460.
Шешенин Сергей Владимирович – д. ф.-м. н., проф. каф. теории пластичности механико-математического факультета, e-mail: sergey.sheshenin@mail.ru, iD: 0000-0001-8468-104X.

Nina B. Artamonova – CSc in Physical and Mathematical Sciences, CSc in Geological and Mineralogical Sciences, Senior Researcher, Department of Engineering and Ecological Geology, Faculty of Geology, e-mail: artamonovanb@mail.ru, iD: 0000-0003-0886-3460.
Sergey V. Sheshenin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Plasticity Theory, Faculty of Mechanics and Mathematics, e-mail: sergey.sheshenin@mail.ru, iD: 0000-0001-8468-104X.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ON IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF A NONLINEAR CONSOLIDATION MODEL OF SANDY SOIL

N.B. Artamonova, S.V. Sheshenin

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 03 September 2023
Approved: 30 November 2023
Accepted for publication:
12 March 2024

Keywords:

nonlinear coupled consolidation problem, finite element simulation, Uzawa method, deformation theory of plasticity, multiplane shear, compression tests, strain rate.

ABSTRACT

Previously, the authors of this article formulated a physically and geometrically nonlinear formulation of the problem of porous fluid-saturated medium deformation during fluid filtration (consolidation problem) in terms of the rate of solid phase displacement and the change in pore pressure in differential and variational forms. The developed consolidation model takes into account changes in the porosity and permeability of the medium during deformation. Deformation-type constitutive relations are used in the model. The developed consolidation model can be used to simulate non-stationary processes in the soil, for example, the formation of ruts and unevenness of dirt roads, as well as to calculate the uneven settlement of engineering structures.

This work is devoted to the experimental determination of the deformation and strength properties of water-saturated sandy soils, which is the next stage in the consolidation process simulation. The results of the experimental determination of the bulk and shear properties of sandy soil using the ASIS automated complex (OOO NPP "Geotek") are presented. The studies were carried out on three quartz sands of various grain sizes. To determine the volumetric moduli of dry and water-saturated sandy soils, compression tests were carried out under a continuously growing vertical load at a constant strain rate. The experiments were carried out for various strain rates in the range from $3\cdot10^{-6}$ to $3\cdot10^{-3}$ s^{-1}. According to the experimental results, the bulk properties do not depend on the strain rate in the specified range. Deformation and strength shear characteristics of sandy soils were determined by the method of multiplanar shear, approximating a simple shear. The tests were carried out under a kinematically applied shear load with a given constant strain rate according to the scheme of consolidated-drained shear. The dependences of the deformation and strength properties of coarse and fine quartz sands on the shear strain rate in the range from $2\cdot10^{-4}$ to $4\cdot10^{-3}$ s^{-1} were studied. Increasing, decreasing and nonmonotonic dependences of the internal friction angle on the shear strain rate were obtained for dry and water-saturated sands of various grain sizes. For water-saturated sands, the maximum spread in the values of the internal friction angle for different strain rates does not exceed 7 %. A technique has been developed for recalculating the obtained properties and experimental dependences into the parameters of the proposed sandy soil consolidation model.

© PNRPU

Введение

Данная статья является продолжением статьи [1] и посвящена анализу экспериментов по определению параметров модели консолидации, предложенной в предыдущих работах авторов [1–4]. Уравнения нелинейной связанной модели консолидации были выведены из общих законов сохранения механики сплошной среды (уравнения равновесия, закона фильтрации Дарси, уравнения состояния жидкости, уравнений неразрывности) с применением пространственного осреднения по представительной области [2; 4]. Предполагается, что процесс деформирования грунта изотермический, поры грунта полностью заполнены флюидом, жидкость ньютоновская, однородная и баротропная. Модель достаточно общая, допускает геометрически нелинейную теорию деформирования (большие деформации) и физически нелинейную теорию материалов, например, нелинейную зависимость проницаемости от пористости. Неизвестными переменными являются скорости изменения перемещений в грунте, давления жидкости и пористости. Задача решена методом конечных элементов. Модель реализована в собственной компьютерной программе на языке Фортран.

В модели используются определяющие соотношения деформационного типа. Деформационная теория пластичности была разработана Г. Генки и А. Надаи и обоснована А.А. Ильюшиным [5] для простых процессов и процессов, близких к простым. Определяющие соотношения деформационной теории пластичности, учитывающей влияние гидростатического давления, при активном нагружении предложены Д.Л. Быковым [6] и развивались в работе [7]. Применение потенциала деформаций, зависящего от вида напряженного состояния, предложено в работах Е.В. Ломакина [8; 9]. Согласно Ю.К. Зарецкому [10], достоинством деформационной теории пластичности является ее простота, которая обусловлена характером голономных связей между напряжениями и деформациями. При сложном пути нагружения использование определяющих соотношений деформационного типа может привести к неточностям [10]. Однако авторам неизвестны работы, в которых произведена оценка точности деформационной теории при решении геотехнических задач. Также отметим, что приводимый ниже разброс данных компрессионных опытов для песков может превосходить отмеченную погрешность деформационной теории.

С развитием метода конечных элементов (МКЭ) появилась возможность решать задачи механики грунтов, используя закономерности, установленные в экспериментах при испытаниях грунтов в условиях сложного напряженного состояния [10]. В настоящее время все чаще разрабатываются методы расчета, более точно использующие реальные свойства грунтов. Поэтому следующей задачей нашей работы стала экспериментальная идентификация параметров разработанной модели консолидации для проведения расчетов деформирования конкретных песчаных грунтов под нагрузкой при возможности оттока жидкости. На первом этапе выполнения этой задачи нужно было определить необходимые свойства грунтов на имеющемся оборудовании.

Для исследования были выбраны песчаные грунты кварцевого состава разной зернистости: крупный и мелкие. Испытания были проведены на автоматизированном комплексе АСИС (ООО НПП «Геотек») на кафедре инженерной и экологической геологии геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Одной из задач работы было изучение влияния скорости деформации на сдвиговые и объемные свойства песков.

Объемные модули определялись в ходе испытаний сухих и водонасыщенных песков разной крупности на компрессионное сжатие при непрерывно растущей вертикальной нагрузке с постоянной скоростью деформации. Эксперименты проводились для различных скоростей деформации – от $3\cdot10^{-6}$ до $3\cdot10^{-3}$ $с^{-1}$. Результаты опытов показали, что зависимость объемных свойств от скорости деформации отсутствует. Следует отметить, что наблюдается большой разброс кривых «напряжение – деформация», особенно у самого мелкого песка. Наибольшей сжимаемостью обладают самые мелкие пески, особенно в водонасыщенном состоянии.

Прочностные и деформационные свойства песчаных грунтов на сдвиг определялись методом многоплоскостного среза, приближающего состояние простого сдвига. Испытания методом многоплоскостного среза на протяжении нескольких десятилетий применяются в мировой практике геотехнических исследований. Однако в практике отечественной инженерной геологии сдвиговые параметры в основном определяются по результатам одноплоскостного среза и трехосного сжатия. Заметим, что метод многоплоскостного среза, в отличие от одноплоскостного среза, позволяет определять как прочностные, так и деформационные свойства. Также он позволяет испытывать неоднородные грунты, так как при испытаниях нет фиксированной плоскости разрушения [11].

Исследованием влияния скорости деформирования на прочность песчаных грунтов на сдвиг занимались многие зарубежные ученые [12–14]. Согласно изученной литературе, влияние скорости деформации сдвига на прочностные параметры песков неоднозначно. Например, разные исследователи в ходе экспериментов получили как возрастающие, так и убывающие, а иногда даже немонотонные зависимости угла внутреннего трения от скорости деформации сдвига. В качестве основных факторов, влияющих на поведение песчаного грунта при разных скоростях деформации сдвига, большинство авторов выделяют размер, форму, характер поверхности зерен, минеральный состав песка, плотность сложения.

В [12] проведены испытания на прямой сдвиг песка Red sand различной плотности сложения (от 40 до 85 %) при скоростях деформации $1{,}5\cdot10^{-5}$, $7\cdot10^{-5}$, $2{,}5\cdot10^{-4}$ $с^{-1}$. В [12] обнаружены и описаны немонотонные зависимости угла внутреннего трения от скорости деформации сдвига. С ростом скорости деформации сдвига от $1{,}5\cdot10^{-5}$ до $7\cdot10^{-5}$ $с^{-1}$ пиковый угол внутреннего трения увеличивается (от 3 % у наиболее плотных песков до 15 % у песков наименее плотного сложения), доходя до максимума при скорости $7\cdot10^{-5}$ $с^{-1}$, а затем снижается (на 8 и 21 % у наиболее и наименее плотных песков соответственно) при увеличении скорости деформации сдвига до $2{,}5\cdot10^{-4}$ $с^{-1}$. Авторы [12] предполагают, что пиковый угол внутреннего трения достигает максимума при промежуточной скорости деформации сдвига $7\cdot10^{-5}$ $с^{-1}$ благодаря оптимальной переупаковке частиц.

В [13] было изучено влияние скорости деформации на пиковые углы внутреннего трения в ходе испытаний на одноплоскостной срез песков разной плотности сложения и с разной формой частиц. Согласно [13], для одинаковых скоростей деформации и плотности сложения песок Ganga sand, имеющий угловатые чешуйчатые частицы и более гранулометрически неоднородный состав, характеризуется более высокими (на 5–15 %) значениями угла внутреннего трения, чем песок Ennore sand с округлыми частицами и гранулометрически однородным составом. Для Ganga sand и Ennore sand наблюдалось увеличение пикового угла внутреннего трения на 3–7 % с ростом относительной плотности сложения от 15 до 70 %. Для обоих песков с ростом скорости деформации от $8{,}7\cdot10^{-5}$ до $8{,}7\cdot10^{-4}$ $с^{-1}$ наблюдается увеличение пикового угла внутреннего трения примерно на 5–10 % (в зависимости от плотности сложения и формы частиц).

В [14] были проведены исследования влияния скорости деформации на прочность на сдвиг песка в приборе трехосного сжатия в дренированных условиях. Согласно результатам экспериментов [14], с увеличением скорости деформации от $8{,}6\cdot10^{-6}$ до $1{,}2\cdot10^{-4}$ $с^{-1}$ угол внутреннего трения увеличивается примерно на 1 %, максимальное касательное напряжение увеличивается на 1,6 %.

В [15] приводятся данные экспериментов на одноплоскостной срез песка, согласно которым при увеличении скорости деформации от $8\cdot10^{-5}$ до $4\cdot10^{-3}$ $с^{-1}$ величина максимального касательного напряжения, наоборот, снижается примерно на 15 %.

В [16] представлены результаты испытаний песчаника в условиях истинного трехосного сжатия, демонстрирующие, что неупругое уплотнение в направлении максимального сжатия сопровождается неупругим

разуплотнением в перпендикулярном направлении. Предложено обобщение закона Ати, связывающее равновесное уплотнение не только с давлением, но и с компонентами девиатора напряжений. Предложено моделирование процесса неравномерного сжатия, наблюдаемого в эксперименте.

В [17] осадочный бассейн моделируется как полностью насыщенная термо-пороупруго-вязкопластическая среда, испытывающая большие деформации. Основной особенностью предложенной модели является эволюция свойств материала отложений, зависящих от температуры и больших необратимых изменений пористости. Вычислительная модель объединяет упругие и вязкоупругие большие деформации. Предложена параллельная реализация метода конечных элементов для компьютеров с общей памятью. Представлено численное моделирование уплотнения под действием гравитации в течение периода диссипации порового давления. Внимание уделено влиянию температуры на историю деформирования бассейна.

В [18] анализируется проницаемость песчано-сланцевой смеси в зависимости от объемной доли глинистой фракции и проницаемости чистого сланца и песка без глинистых примесей. Разработана модель проницаемости песка без глинистых примесей в зависимости от диаметра зерен, пористости и электрических свойств. Показано, что соотношение Козени – Кармана может быть улучшено. Также показано, что результаты расчетов по предложенной модели соответствуют результатам лабораторных измерений и данным испытания кернов, взятых на шельфе Луизианы Мексиканского залива.

В [19] разработана модель, описывающая пластическое уплотнение песчано-глинистых смесей. Модель учитывает влияние содержания глины, эффективные напряжения, а также коэффициенты механического уплотнения песка без глинистых примесей и чистого глинистого сланца.

В работе [20] описана и реализована модель, которая связывает уплотнение полностью насыщенной вязкопластической среды с деформацией скелета. Эта модель пороупругой консолидации предназначена для использования в задачах, касающихся уплотнения и деформации земной коры, осадочных бассейнов, аккреционных клиньев и складчатых слоев.

В нашей работе прочностные характеристики на сдвиг сухих и водонасыщенных песчаных грунтов разной крупности определялись в ходе экспериментов на многоплоскостной срез в диапазоне скоростей деформации от $2\cdot10^{-4}$ до $4\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$ (исходя из возможностей используемого прибора). Для сухих и водонасыщенных песков различной зернистости были получены возрастающие, убывающие и немонотонные зависимости угла внутреннего трения от скорости деформации сдвига. Замечено, что прочность на сдвиг песков в водонасыщенном состоянии слабо зависит от скорости деформации в выбранном диапазоне скоростей (максимальный разброс значений угла внутреннего трения не превышает 7 %).

На основании проведенных опытов предложен способ определения параметров определяющего соотношения в модели консолидации. Дан анализ экспериментальных результатов для трех кварцевых песков различной крупности. Описано достоинство опыта на многоплоскостной срез. Показано, что этот эксперимент вместе с модифицированным опытом на сжатие позволяют определить параметры деформационной модели.

В проведении экспериментов на компрессионное сжатие и многоплоскостной срез активно участвовали студенты Е.А. Орлов (средне-мелкозернистый песок), С.Д. Третьяков (грубозернистый песок) и К.А. Михиханов (тонко-мелкозернистый песок).

1. Математическая модель. Определяющие соотношения деформационного типа

Математическая постановка нелинейной связанной задачи консолидации «в скоростях» выведена в предыдущих работах авторов [2; 4]. Приведем дифференциальные уравнения модели консолидации – уравнения равновесия, фильтрации и пористости:

$$\begin{cases} \nabla\cdot\left(\mathbf{C}^{d}\left(\mathbf{u}\right):\nabla\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}\right)+\nabla\cdot\left(\sigma^{eff}\left(\mathbf{u}\right)\cdot\nabla\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}\right)-\alpha\left(n\right)\nabla\dfrac{\partial p}{\partial t}- \\ -\alpha\left(n\right)\nabla p\left(\nabla\cdot\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}\right)+\alpha\left(n\right)\nabla p\cdot\nabla\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\rho\left(p\right)\dfrac{\partial\mathbf{f}}{\partial t}=0 \\ n\left(\mathbf{u}\right)\nabla\cdot\left(\dfrac{k\left(n\right)}{n\left(\mathbf{u}\right)\mu_{f}}\nabla p\right)=\nabla\cdot\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+n\left(\mathbf{u}\right)\beta_{f}\dfrac{\partial p}{\partial t} \\ \dfrac{\partial n}{\partial t}=\left(1-n\right)\nabla\cdot\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}. \end{cases}$$

Здесь $\mathbf{C}^{d}$ – касательный модуль, σ^{eff} – эффективные напряжения Коши (осредненные напряжения при нулевом поровом давлении), ρ – средняя плотность пористого водонасыщенного грунта, $\mathbf{f}$ – массовая сила, k – коэффициент проницаемости, α – параметр Био, μ_f – динамическая вязкость жидкости, β_f – сжимаемость жидкости, n – пористость. Система уравнений сформулирована относительно скоростей вектора перемещений $\partial\mathrm{u}/\partial t$, давления жидкости $\partial p/\partial t$ и пористости $\partial n/\partial t$. При выводе были сделаны следующие предположения. Процесс деформирования грунта изотермический. Поры грунта полностью заполнены флюидом. Жидкость ньютоновская и однородная, изменение плотности жидкости при изменении порового давления подчиняется закону баротропии $\left(\partial\rho_f/\rho_f=\beta_f dp\right)$. В уравнениях неразрывности материал скелета грунта принимается несжимаемым $\left(\partial\rho_s/\rho_s=0\right)$.

Была получена вариационная постановка в текущей конфигурации [1–4]. Для пространственной дискретизации седловой системы уравнений использовались 20-узловые серендиповы квадратичные элементы для

аппроксимации приращения перемещений скелета грунта и 8-узловые элементы трилинейного типа для аппроксимации приращения порового давления, что позволяет удовлетворить LBB-условию [21; 22].

Для решения системы уравнений равновесия и фильтрации использовалось обобщение неявной схемы [23] с внутренними итерациями на каждом временном шаге по методу Удзавы [24].

При использовании определяющих соотношений деформационного типа в расчетах упругопластического деформирования грунта предполагаем, что для деформаций <10 % деформационная теория сохраняет приемлемую точность. При идентификации материальных параметров возможно использовать геометрически линейную теорию деформаций, так как деформации песчаных грунтов при компрессионном сжатии не превышали 3 %, а максимальная деформация при сдвиге была около 10 %.

Используем обобщение классической деформационной теории (см., например, [6; 7; 25; 26]), предполагая, что функция пластичности Ильюшина (ω) [5] зависит не только от интенсивности деформаций $\left(\varepsilon_u = \sqrt{e_{ij}e_{ij}}\right)$, но и от объемной деформации (θ): $\omega = \omega(\varepsilon_u, \theta)$. Связь девиаторов тензоров напряжений и деформаций при активном нагружении имеет вид:

$$s_{ij} = \frac{\sigma_u}{\varepsilon_u} e_{ij}, \qquad (1)$$

где интенсивность тензора напряжений $\left(\sigma_u = \sqrt{s_{ij}s_{ij}}\right)$ выражается в виде (рис. 1):

$$\sigma_u = 2\mu(\varepsilon_u, \theta)\varepsilon_u, \quad \mu(\varepsilon_u, \theta) \equiv \mu_0\left(1 - \omega(\varepsilon_u, \theta)\right). \qquad (2)$$

Здесь $\mu(\varepsilon_u, \theta)$ – секущий модуль сдвига, μ_0 – упругий модуль сдвига при $\theta = 0$.

На рис. 1, *a*, *c*, приведены примеры графиков зависимости $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\varepsilon_{12})$, полученных в ходе экспериментов песчаных грунтов на многоплоскостной срез для различных значений вертикального напряжения σ_{11} (или различных значений $\varepsilon_{11} = \theta$, так как горизонтальные деформации в опыте равны нулю). На рис. 1, *b*, *d*, показаны соответствующие им виды зависимости интенсивности напряжений (σ_u) от интенсивности деформаций (ε_u), которые приняты в модели. На графике (рис. 1, *a*) после 10 % деформации начинается разрушение, но диаграмма имеет упрочнение. Такой вид зависимости чаще характерен для крупного (грубозернистого) песка. На кривой (рис. 1, *c*) разрушение сопровождается переходом многоплоскостного среза в одноплоскостной срез, и кривая падает вниз. Такой вид диаграммы чаще характерен для мелких песков (средне-мелкозернистого и тонко-мелкозернистого). Для описания такого поведения грунта принимается модель прогрессирующего разрушения, описанная ниже.

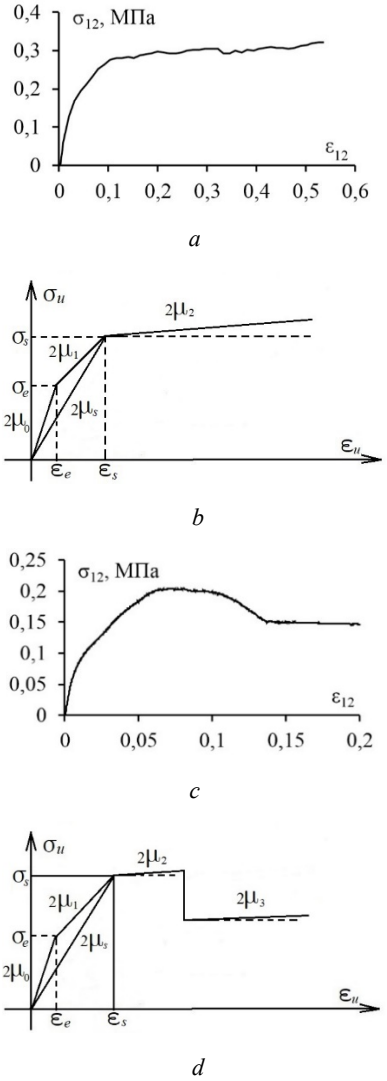


Рис. 1. Экспериментальные зависимости касательного напряжения (σ_{12}) от сдвиговой деформации (ε_{12}) (*a*), (*c*) и вид принимаемых модельных зависимостей интенсивности напряжений (σ_u) от интенсивности деформаций (ε_u) (*b*), (*d*)

Fig. 1. Experimental dependences of shear stress (σ_{12}) on shear strain (ε_{12}) (*a*), (*c*) and the form of accepted model dependences of stress intensity (σ_u) on strain intensity (ε_u) (*b*), (*d*)

Проведенные экспериментальные исследования показали, что сдвиговые свойства водонасыщенных песчаных грунтов слабо зависят от скорости деформации сдвига в диапазоне скоростей деформации от $2\cdot10^{-4}$ до $4\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$.

Дифференцированием по времени (1) с учетом (2) получаем определяющее соотношение для девиаторов тензоров напряжений и деформаций в скоростях:

$$\dot{s}_{ij} = \mu(\varepsilon_u, \theta)\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right)\dot{e}_{kl} - \\ - 2\mu_0 \frac{\partial\omega(\varepsilon_u, \theta)}{\partial\varepsilon_u}\frac{e_{ij}e_{kl}}{\varepsilon_u}\dot{e}_{kl} - 2\mu_0 \frac{\partial\omega(\varepsilon_u, \theta)}{\partial\theta}e_{ij}\dot{\theta}, \qquad (3)$$

где μ_0 – упругий модуль при $\theta = 0$.

Используем аналогичные критерии наступления пластичности (необратимости деформирования) и разрушения по сдвигу. В напряжениях они записываются в виде:

$$\frac{1}{2}\left(\sigma_u\right)^2 - \frac{1}{2}F^2\left(\sigma\right) = 0,$$

где $F\left(\sigma\right) = \sigma_e + b_e\sigma$ в случае наступления необратимых деформаций и $F\left(\sigma\right) = \sigma_s + b_s\sigma$ в случае наступления разрушения. Запишем критерий наступления необратимых деформаций по сдвигу в деформациях:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_e\left(\theta\right), \quad \varepsilon_e\left(\theta\right) = \frac{\sigma_e^0 + b_e\sigma}{2\mu_0\left(\theta\right)}, \tag{4}$$

где ε_e – предел упругости по сдвигу, соответствующий σ_e; σ_e^0 – предел упругости по сдвигу при $\theta = 0$ (выраженный через интенсивность напряжений); $b_e = \mathrm{tg}\varphi_e$ – тангенс угла наклона графика зависимости $\sigma_e = \sigma_e\left(\sigma\right)$; $\mu_0(\theta)$ – упругий модуль сдвига для различных значений объемной деформации $\left(\theta\right)$, соответствующий первому (упругому) участку графика на рис. 1, *b*, *d*. Пока не достигнут предел упругости ε_e (4), $\omega = 0$.

Второй предел (разрушения) по деформациям определяется аналогично:

$$\varepsilon_u = \varepsilon_s\left(\theta\right), \quad \varepsilon_s\left(\theta\right) = \frac{\sigma_s^0 + b_s\sigma}{2\mu_s\left(\theta\right)}, \tag{5}$$

где ε_s – предел разрушения по сдвигу (в интенсивностях деформаций); σ_s^0 – предел разрушения по сдвигу при $\theta = 0$ (в интенсивностях напряжений); $b_s = \mathrm{tg}\varphi_s$ – тангенс угла наклона графика зависимости $\sigma_s = \sigma_s\left(\sigma\right)$ (тангенс пикового угла внутреннего трения грунта); $\mu_s(\theta)$ – секущий модуль сдвига, соответствующий началу разрушения на рис. 1, *b*, *d*.

Две различные диаграммы по сдвигу, показанные на рис. 1, *b*, *d*, приводят к различным функциям $\mu\left(\varepsilon_u, \theta\right)$ и способам описания диаграмм. Для диаграмм, как на рис. 1, *b*, выбираем малое линейное упрочнение, т.е. касательный модуль $\mu_t\left(\varepsilon_u, \theta\right) = \frac{1}{2}\frac{d\sigma_u\left(\varepsilon_u, \theta\right)}{d\varepsilon_u} << \mu_0\left(\theta\right)$, соответствующий реальной диаграмме. Для диаграмм, как на рис. 1, *d*, используем прогрессирующее разрушение. При достижении критерия разрушения (5) вводится деградация девиатора напряжений, а касательный модуль уменьшается почти до нуля, сохраняя малое значение для устойчивости вычисления: $s_{ij}^+ = \mathrm{D}s_{ij}^-$, $\mu_t\left(\varepsilon_u, \theta\right) = \mu_\delta\left(\theta\right)$. Здесь s_{ij}^- и s_{ij}^+ – значения слева и справа девиатора напряжений в точке разрыва диаграммы $\sigma_u = \sigma_u\left(\varepsilon_u, \theta\right)$ соответственно, D – параметр деградации материала, выбираемый в соответствии с диаграммой на рис. 1, *d*. При реализации в МКЭ деградация материала осуществляется отдельно в каждой Гауссовой точке.

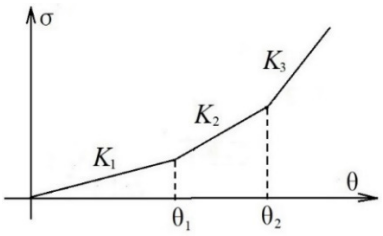


Рис. 2. Зависимость объемных напряжений (σ) от объемных деформаций (θ), аппроксимированная кусочно-линейной функцией

Fig. 2. Dependence of bulk stresses (σ) on bulk strains (θ) approximated by a piecewise linear function

Определяющее соотношение для шаровых частей тензоров напряжений и деформаций имеет вид:

$$\sigma = \sigma\left(\theta\right) = K(\theta)\theta, \tag{6}$$

где $K(\theta)$ – секущий объемный модуль.

Как показали опыты с песками на сжатие, кривые «напряжение – деформация» не зависят от скорости деформаций в диапазоне от $3\cdot10^{-6}$ до $3\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$. Для удобства представим график зависимости $\sigma = \sigma\left(\theta\right)$ в виде кусочно-линейной функции (рис. 2). Тогда касательные объемные модули $K_t\left(\theta\right) = d\sigma/d\theta$ будут кусочно-постоянными параметрами, зависящими от объемной деформации: $K_t = K_t\left(\theta\right)$.

Из определяющих соотношений (3) и (6) имеем набор параметров и зависимостей, которые надо экспериментально определить для моделирования упругопластического деформирования грунта.

Во-первых, это значения касательных объемных модулей в зависимости от всестороннего сжатия: $K_t = K_t(\theta)$ (см. рис. 2). Эти модули пересчитываются через касательный модуль C_{1111} при одноосной деформации $\left(\theta = \varepsilon_{11}\right)$ и коэффициент поперечной деформации ν, определяемый в опыте на сжатие песка, заключенного в тонкую обойму, с возможностью измерения поперечной деформации. Пример графика, полученного из опыта на сжатие при одноосной деформации, показан на рис. 3, *a*.

Аппроксимируем зависимость $\sigma_{11} = \sigma_{11}\left(\varepsilon_{11}\right)$ кусочно-линейной функцией (рис. 3, *b*). Из этого кусочно-линейного графика находим касательные модули при одноосной деформации $C_{1111}^t\left(\varepsilon_{11}\right) = d\sigma_{11}/d\varepsilon_{11}$, $t = 1, 2, 3$.

При компрессионных испытаниях создаются условия, при которых грунт сжимается под действием вертикальной нагрузки без возможности бокового расширения, т.е. $\theta = \varepsilon_{11}$.

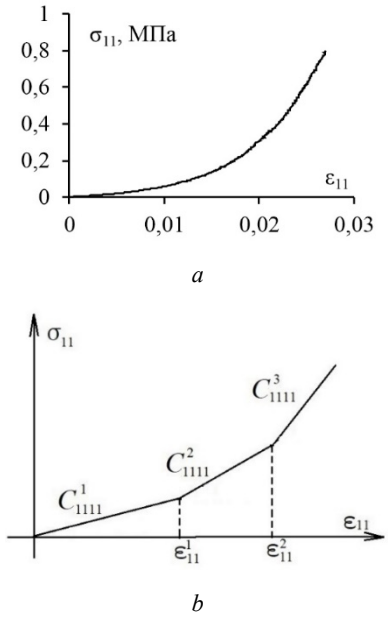


Рис. 3. Пример экспериментальной зависимости вертикального напряжения (σ_{11}) от вертикальной деформации (ε_{11}) (*a*) и аппроксимация зависимости $\sigma_{11}=\sigma_{11}(\varepsilon_{11})$ кусочно-линейной функцией (*b*)

Fig. 3. Example of experimental dependence of vertical stress (σ_{11}) on vertical strain (ε_{11}) (*a*) and approximation of the dependence $\sigma_{11}=\sigma_{11}(\varepsilon_{11})$ by a piecewise linear function (*b*)

Значения секущих объемных модулей $K(\theta)$ рассчитываются по значениям секущих модулей $C_{1111}(\theta)$ по формуле:

$$K_t(\theta)=C_{1111}(\theta)\cdot\frac{1+\nu(\theta)}{3(1-\nu(\theta))},$$

где $\nu=\nu(\theta)$ – коэффициент поперечной деформации, зависящий от объемной деформации (θ), который неизвестен.

Найти коэффициент поперечной деформации из результатов испытаний песчаного грунта на компрессионное сжатие невозможно. Для его нахождения предлагается модификация этого опыта. Именно зависимость $\nu=\nu(\theta)$ можно найти, если провести опыт на сжатие материала в тонкой деформируемой в поперечном направлении обойме, для которой возможно измерить окружную деформацию. По известному модулю Юнга материала обоймы легко вычисляется окружное напряжение и, следовательно, поперечное напряжение в сжимаемом материале.

Во-вторых, требуется получить зависимость интенсивности напряжений (σ_u) от интенсивности деформаций (ε_u) для различных значений объемной деформации (θ): $\sigma_u=\sigma_u(\varepsilon_u,\theta)$, т.е. зависимость σ_u от двух независимых аргументов ε_u и θ. Это возможно сделать из опыта на многоплоскостной срез, если знать зависимость $\nu=\nu(\theta)$. Из опыта на многоплоскостной срез непосредственно определяются диаграммы $\sigma_{12}=\sigma_{12}(\varepsilon_{12},\sigma_{11})$ или $\sigma_{12}=\sigma_{12}(\varepsilon_{12},\theta)$ (см. рис. 1, *a*, *c*). Поскольку в этом опыте $\varepsilon_{22}=\varepsilon_{33}=0$, то $\theta=\varepsilon_{11}$. Выразим интенсивности деформаций (ε_u) и интенсивности напряжений (σ_u) при испытаниях на многоплоскостной срез:

$$\varepsilon_u=\sqrt{\frac{2}{3}\theta^2+2\varepsilon_{12}^2},\quad \sigma_u=\sqrt{\frac{2}{3}\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)^2\sigma_{11}^2+2\sigma_{12}^2}. \qquad (7)$$

Здесь $\sigma_{11}=\text{const}$ – давление на образец при предварительном уплотнении образца перед испытанием на сдвиг. Соотношения (7) позволяют получить зависимость $\sigma_u=\sigma_u(\varepsilon_u,\theta)$ по полученной из опыта на многоплоскостной срез зависимости $\sigma_{12}=\sigma_{12}(\varepsilon_{12},\theta)$ (см. рис. 1), если заранее получена зависимость $\nu=\nu(\theta)$ из эксперимента на сжатие, в котором можно измерять поперечную деформацию.

Далее определяются параметры критериев (4) и (5): σ_e^0 (предел упругости по сдвигу при $\theta=0$), $b_e=\operatorname{tg}\varphi_e$ (тангенс угла наклона графика зависимости $\sigma_e=\sigma_e(\sigma)$); $\mu_0(\theta)$ (упругий модуль сдвига в зависимости от θ), $\sigma_s^0=c$ (предел разрушения по сдвигу при $\theta=0$, равный удельному сцеплению c песка), $b_s=\operatorname{tg}\varphi_s$ (тангенс пикового угла внутреннего трения грунта), $\mu_s(\theta)$ (секущий модуль сдвига, соответствующий началу разрушения).

2. Состав, структура и физические свойства песчаных грунтов

Для исследований были выбраны три песка близкого минерального состава, но различной крупности. Гранулометрический состав песков определялся ситовым методом согласно [27]. Гранулометрический состав представлен в табл. 1. Согласно классификации [28], песок №1 – крупный, остальные пески – мелкие. Учитывая преобладающие размеры частиц в песках, будем называть песок №1 грубозернистым (г/з), песок №2 – средне-мелкозернистым (с/м/з), песок №3 – тонко-мелкозернистым (т/м/з) (табл. 1).

Минеральный состав песков определялся методом рентгенодифракционного количественного анализа на рентгеновском дифрактометре Ultima-IV (Rigaku, Япония) специалистами В.В. Крупской, С.В. Закусиным, С.А. Гараниной на кафедре инженерной и экологической геологии МГУ. По минеральному составу все пески кварцевые (табл. 2).

Таблица 1

Гранулометрический состав исследуемых песков

Table 1

Granulometric composition of the studied sands

Размер частиц, мм	Название частиц	Содержание, %		
		грубо-зернистый песок (1)	средне-мелкозернистый песок (2)	тонко-мелкозернистый песок (3)
>2	Гравий, дресва	**2**	0	0
1<*x*<2	Грубые	**83**	0	0
0,5<*x*<1	Крупные	**15**	1	0
0,25<*x*<0,5	Средние	0	**21**	0
0,1<*x*<0,25	Мелкие	0	**71**	**81**
0,05<*x*<0,1	Тонкие	0	6	**18**
<0,05	Пылеватые	0	1	1

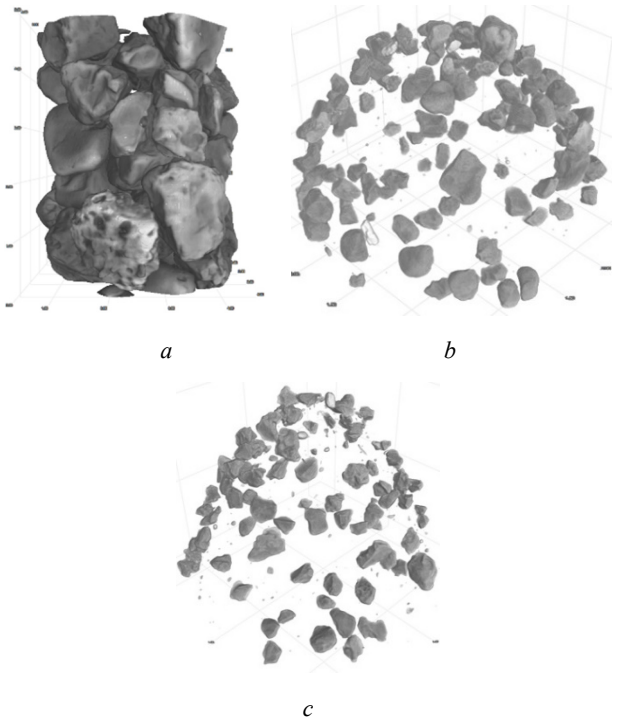
Таблица 2

Минеральный состав исследуемых песков

Table 2

Mineral composition of the studied sands

Песок	Кварц, %	Иллит, %	Каолинит, %	Плагиоклазы, %	Калиевые полевые шпаты, %	Кальцит, %	Доломит, %
(1) г/з	94,4	1,6	–	2,1	1,9	–	–
(2) с/м/з	85,1	1,7	0,5	5,9	4,6	1,8	0,4
(3) т/м/з	96,9	2,5	0,6	–	–	–	–



a *b* *c*

Рис. 4. Трехмерная реконструкция песков: грубозернистого (*a*), средне-мелкозернистого (*b*), тонко-мелкозернистого (*c*)

Fig. 4. Three-dimensional reconstruction of sands: coarse-grained (*a*), medium-fine-grained (*b*), fine-short-grained (*c*)

Трехмерная реконструкция песчаных грунтов (рис. 4), выполненная методом рентгеновской микротомографии инженером А.Б. Ермолинским, позволила оценить морфологию зерен каждого песка. Как видно на рис. 4, все пески характеризуются слабой окатанностью, в них присутствуют удлиненные угловатые частицы.

Таблица 3

Физические свойства песков

Table 3

Physical properties of sands

Параметр	Песок		
	Грубозернистый (1)	средне-мелкозернистый (2)	тонко-мелкозернистый (3)
ρ_s, г/см^3	2.65	2.65	2.65
ρ_d, г/см^3	1.71	1.76	1.61
e	0.55	0.51	0.65
n, %	35	34	39

Перед испытаниями пески подвергались утрамбовке до конкретного значения плотности. Начальные физические свойства песков приведены в табл. 3: ρ_s – плотность твердой фазы грунта, ρ_d – плотность скелета грунта, $e=(\rho_s-\rho_d)/(\rho_d)$ – коэффициент пористости, $n=(\rho_s-\rho_d)/(\rho_s)\cdot 100\,\%$ – пористость.

3. Анализ результатов экспериментов на компрессионное сжатие

Для определения объемных свойств проводились испытания воздушно-сухих и водонасыщенных песчаных грунтов на компрессионное сжатие при непрерывно растущей вертикальной нагрузке с постоянной скоростью деформации на установке АСИС ООО НПП «Геотек» (рис. 5). Предварительное уплотнение и водонасыщение образцов осуществлялись непосредственно в одометре. Эксперименты и обработка результатов проводились согласно [29].

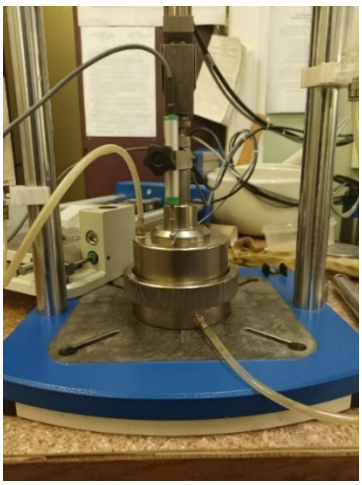
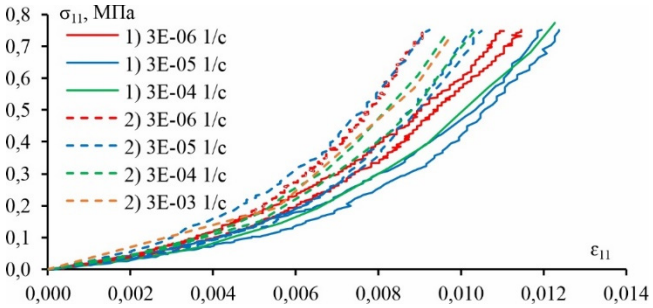
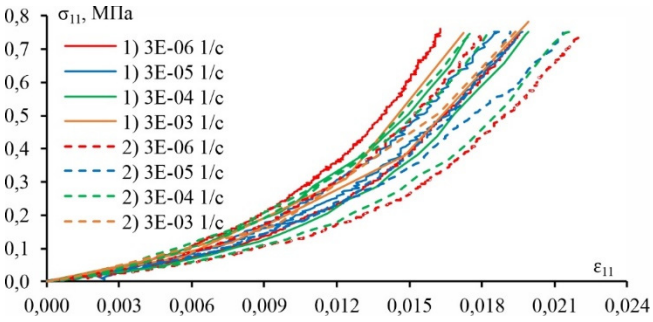


Рис. 5. Прибор для испытания методом компрессионного сжатия ООО НПП «Геотек»

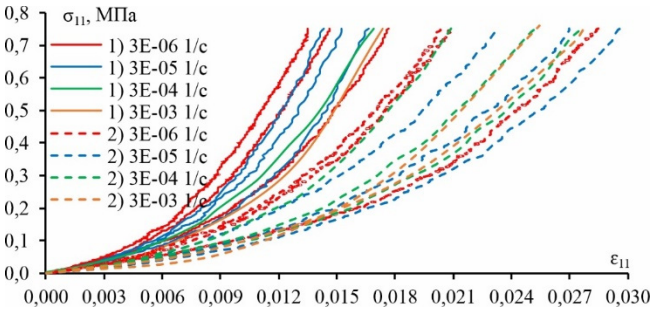
Fig. 5. The device for compression tests LLC NPP “Geotech”



a



b



c

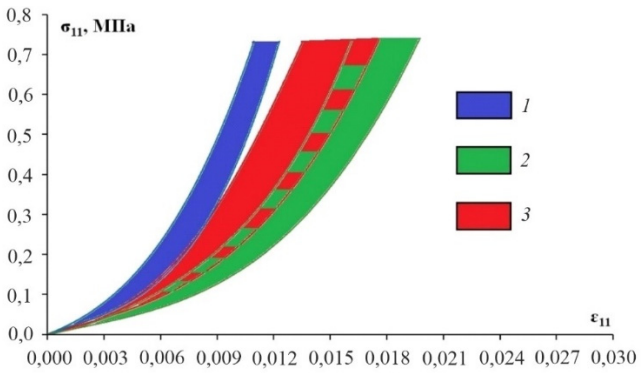
Рис. 6. Зависимость вертикального напряжения (σ_{11}) от вертикальной деформации (ε_{11}) при разных скоростях деформации для сухих (1) и водонасыщенных (2) грубозернистого (*a*), средне-мелкозернистого (*b*) и тонко-мелкозернистого (*c*) песков

Fig. 6. Dependence of vertical stress (σ_{11}) on vertical strain (ε_{11}) at different strain rates for dry (1) and water-saturated (2) coarse-grained (*a*), medium-fine-grained (*b*) and fine-short-grained (c) sands

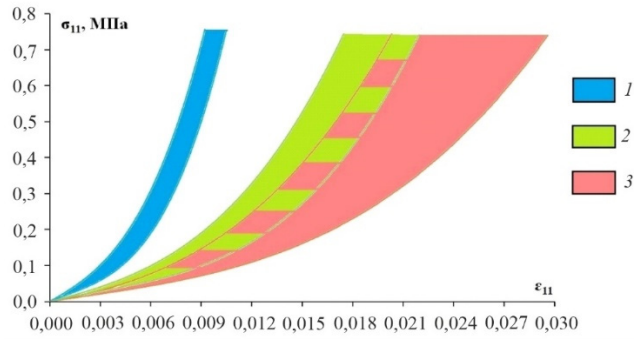
В результате экспериментов в одометре были получены зависимости вертикального напряжения (σ_{11}) от вертикальной деформации (ε_{11}) для различных скоростей деформации: $3\cdot10^{-6}$, $3\cdot10^{-5}$, $3\cdot10^{-4}$, $3\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$, чтобы оценить влияние скорости деформации на объемные свойства песков.

На рис. 6 представлены диаграммы «напряжение – деформация» для грубозернистого (*a*), средне-мелкозернистого (*b*) и тонко-мелкозернистого (*c*) песков. Сплошными линиями показаны кривые для сухих песков, пунктирными – для водонасыщенных. Цветом обозначены разные скорости деформации. Как видим из рис. 6, нет закономерностей в распределении кривых, соответствующих разным скоростям деформации. Рассмотрим для примера графики для тонко-мелкозернистого водонасыщенного песка (см. рис. 6, *в*). Можно заметить, что кривые, соответствующие разным скоростям деформации, располагаются по всей области разброса кривых. Две кривые для скорости деформации $3\cdot10^{-6}\,c^{-1}$ и одна для скорости $3\cdot10^{-4}\,c^{-1}$ наиболее крутые. В самой пологой области наблюдаются кривые для всех скоростей деформации. Внутри зоны разброса также присутствуют диаграммы, соответствующие почти всем скоростям деформации. Аналогичные картины можно наблюдать у всех типов песков – сухих и водонасыщенных. Следовательно, можно сделать вывод, что зависимости диаграмм «напряжение – деформация» от скорости деформации нет.

На рис. 6 видно, что разброс кривых «напряжение – деформация» довольно большой, особенно для тонко-мелкозернистых песков. Для компрессионных кривых значения деформации (ε_{11}) при достижении вертикального напряжения $\sigma_{11} = 750$ кПа для грубозернистых сухих и водонасыщенных песков варьируются в пределах 10 и 12 % соответственно, средне-мелкозернистых сухих и водонасыщенных – 18 и 20 %, тонко-мелкозернистых сухих и водонасыщенных – 23 и 30 %.



a



b

Рис. 7. Зоны разброса кривых «напряжение – деформация» для сухих (*a*) и водонасыщенных (*b*) песков: грубозернистого (1), средне-мелкозернистого (2) и тонко-мелкозернистого (3)

Fig. 7. Scatter zones of stress-strain curves for dry (*a*) and water-saturated (*b*) sands: coarse-grained (1), medium-fine-grained (2) and fine-short-grained (3)

Для мелких песков (см. рис. 6, *b*, *c*) диаграммы для водонасыщенного состояния – более пологие, чем для сухого состояния, т.е. водонасыщенные мелкие пески характеризуются большей сжимаемостью, чем сухие. Для крупного песка (см. рис. 6, *a*) наблюдается обратная закономерность: сухой грубозернистый песок более сжимаемый, чем водонасыщенный.

На рис. 7, *a*, показаны зоны разброса кривых «напряжение – деформация» для всех сухих песков, а на рис. 7, *b* – для всех водонасыщенных песков. В сухом состоянии (см. рис. 7, *a*) наибольшая сжимаемость характерна для средне-мелкозернистого песка, наименьшая – для грубозернистого песка. В водонасыщенном состоянии (см. рис. 7, *b*) наибольшая сжимаемость наблюдается у тонко-мелкозернистого песка, наименьшая – также у грубозернистого песка. Поскольку используемая промышленная установка не позволяет измерять поперечные деформации и напряжения, предполагается провести модифицированные опыты на сжатие по описанной выше схеме на другом приборе.

4. Анализ результатов экспериментов на многоплоскостной срез

Деформационные и прочностные характеристики на сдвиг песчаных грунтов определялись с помощью установки простого сдвига (многоплоскостного среза) ООО НПП «Геотек» (рис. 8). Лабораторные испытания и обработка результатов проводились в соответствии с [30].

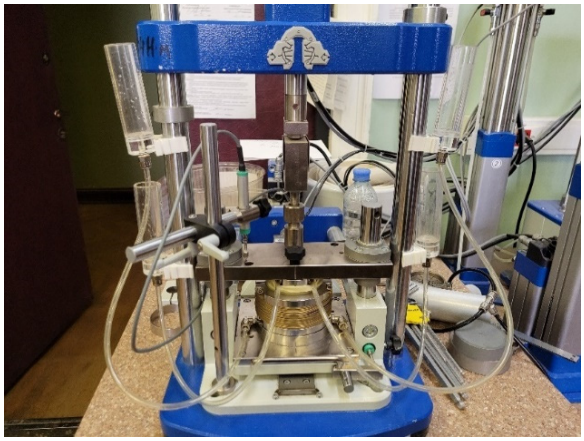


Рис. 8. Прибор для испытаний на многоплоскостной срез (ООО НПП «Геотек»)

Fig. 8. The device for simple shear tests (LLC NPP “Geotech”)

Испытания песчаного грунта проводились в кинематическом режиме приложения сдвигающей нагрузки с заданной постоянной скоростью деформации сдвига по схеме консолидированно-дренированного сдвига (КД) (с предварительным уплотнением образца вертикальной нагрузкой при открытом дренаже). Опыты проводились со следующими скоростями деформации сдвига: $2\cdot10^{-4}$, $4\cdot10^{-4}$, $8\cdot10^{-4}$, $2\cdot10^{-3}$, $4\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$, чтобы исследовать влияние скорости деформации на сдвиговые свойства песчаных грунтов. Консолидация образцов перед испытанием на сдвиг осуществлялась в одну ступень при следующих значениях эффективного вертикального напряжения консолидации: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 МПа. При проведении сдвиговых испытаний временной интервал фиксации горизонтальной нагрузки и деформации сдвига составлял 3 с. За окончание испытаний принимали момент, при котором срезающая нагрузка достигает максимального значения (с последующим снижением или сохранением постоянного значения) или когда горизонтальные перемещения нижней каретки прибора составят не менее 20 % от диаметра (в зависимости от того, что наступит раньше).

По результатам испытаний были построены графики зависимости касательных напряжений (σ_{12}) от сдвиговых деформаций (ε_{12}) для различных значений вертикального сжатия $(\varepsilon_{11}=\theta)$ при различных скоростях деформации. Для грубозернистого песка характерен вид графиков, как на рис. 1, *a*: сначала идет упругий участок графика, потом более пологий участок, где происходят пластические деформации, а затем наступает разрушение с упрочнением. Для мелких песков характерен вид графиков, как на рис. 1, *b*: после участка с пластическими деформациями кривая падает вниз – начинается разрушение по одной плоскости.

Далее были построены графики зависимости максимальных касательных напряжений (σ_s) от вертикальных напряжений (σ_{11}) для различных скоростей деформации сдвига для сухих и водонасыщенных песков (рис. 9). По этим графикам определялись значения пикового угла внутреннего трения (φ_s) и удельного сцепления (c) песчаных грунтов (табл. 4, 5). Проанализируем зависимость прочностных свойств на сдвиг от скорости деформации.

У сухого грубозернистого песка (см. табл. 4, рис. 9, *a*) с уменьшением скорости деформации сдвига от $4\cdot10^{-3}$ до $4\cdot10^{-4}\,c^{-1}$ значения пикового угла внутреннего трения (φ_s) увеличиваются почти на 15 %. При вертикальном напряжении 400 и 500 кПа видна зависимость максимальных касательных напряжений (σ_s) от скорости деформации: чем выше скорость, тем ниже σ_s. При меньших значениях скорости значения касательных напряжений близки. При водонасыщении грубозернистого песка монотонная зависимость φ_s от скорости деформации сдвига не наблюдается (см. табл. 5, рис. 9, *b*), разница между максимальным и минимальным значением угла внутреннего трения составляет 7 %. При вертикальном напряжении от 100 до 400 кПа значения максимальных касательных напряжений практически совпадают для одинаковых σ_{11}, при 500 кПа наблюдается разброс значений максимального касательного напряже-

ния, но зависимость их от скорости деформации сдвига не наблюдается. Можно заметить общую закономерность, что при водонасыщении угол внутреннего трения уменьшается, а сцепление растет.

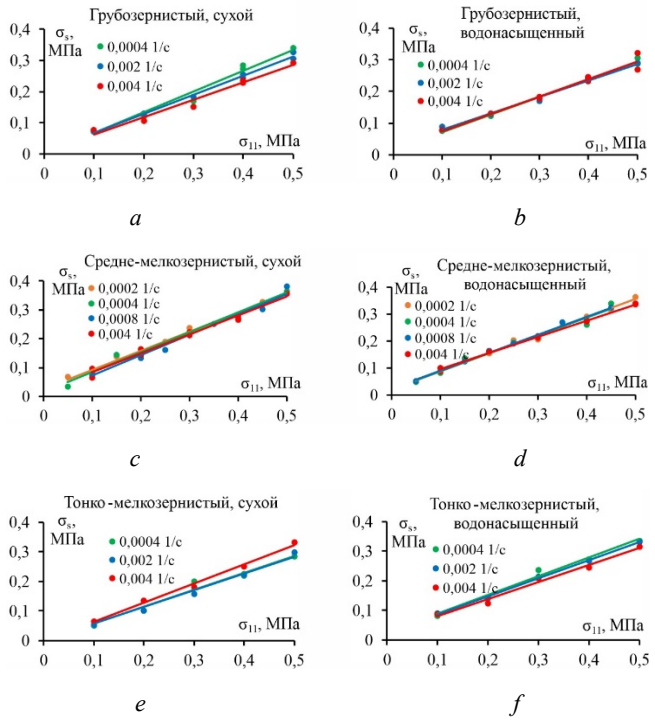


Рис. 9. Зависимость максимальных касательных напряжений (σ_s) от вертикальных напряжений (σ_{11}) для сухих (*a*, *c*, *e*) и водонасыщенных (*b*, *d*, *f*) песков: грубозернистого (*a*, *b*), средне-мелкозернистого (*c, d*) и тонко-мелкозернистого (*e*, *f*)

Fig. 9. Dependence of maximum shear stresses (σ_s) on vertical stresses (σ_{11}) for dry (*a*, *c*, *e*) and water-saturated (*b*, *d*, *f*) sands: coarse-grained (*a*, *b*), medium-fine-grained (*c*, *d*) and fine-grained (*e*, *f*)

Таблица 4

Прочностные свойства на сдвиг сухих песков

Table 4

Shear strength properties of dry sands

Скорость деформации, 1/с	Песок					
	грубозернистый		средне-мелкозернистый		тонко-мелкозернистый	
	φ_s, град	*c*, МПа	φ_s, град	*c*, МПа	φ_s, град	*c*, МПа
$2\cdot10^{-4}$	–	–	34	0,0252	–	–
$4\cdot10^{-4}$	34	0	35	0,0148	30	0
$8\cdot10^{-4}$	–	–	35	0	–	–
$2\cdot10^{-3}$	32	0,0058	–	–	29	0
$4\cdot10^{-3}$	29	0,0062	33	0,0179	33	0

Для средне-тонкозернистого песка (см. табл. 4, 5, рис. 9, *c*, *d*) зависимость угла внутреннего трения от скорости деформации сдвига выражена слабо как в сухом, так и в водонасыщенном состоянии. Разница между максимальным и минимальным значением φ_s не превышает 8 %. Удельное сцепление увеличивается при водонасыщении почти для всех значений скорости деформации, кроме самой медленной. Влияния скорости на максимальные касательные напряжения для средне-тонкозернистого песка не обнаружено.

Таблица 5

Прочностные свойства на сдвиг водонасыщенных песков

Table 5

Shear strength properties of water-saturated sands

Скорость деформации, 1/с	Песок					
	грубозернистый		средне-мелкозернистый		тонко-мелкозернистый	
	φ_s, град	*c*, МПа	φ_s, град	*c*, МПа	φ_s, град	*c*, МПа
$2\cdot10^{-4}$	–	–	34	0,0193	–	–
$4\cdot10^{-4}$	29	0,0169	33	0,0226	32	0,0243
$8\cdot10^{-4}$	–	–	34	0,0238	–	–
$2\cdot10^{-3}$	27	0,0279	–	–	32	0,0248
$4\cdot10^{-3}$	29	0,0196	31	0,0348	30	0,0229

Тонко-мелкозернистый песок в сухом состоянии обнаруживает отсутствие сцепления, максимальные значения φ_s и σ_s при максимальной скорости деформации сдвига $\left(4\cdot10^{-3}\,c^{-1}\right)$ (см. табл. 4, рис. 9, *e*). Для скоростей деформации сдвига $4\cdot10^{-4}$ и $2\cdot10^{-3}\,c^{-1}$ значения φ_s практически совпадают. Разница между максимальным и минимальным значениями φ_s составляет 12 %. Для водонасыщенного тонко-мелкозернистого песка (см. табл. 5, рис. 9, *f*) наблюдаются, наоборот, минимальные значения φ_s и σ_s при максимальной скорости деформации сдвига. При более медленных скоростях деформации значения φ_s совпадают. Разница между максимальным и минимальным значениями φ_s составляет 6 %. Следует заметить, что значения σ_s для скоростей деформации сдвига $4\cdot10^{-4}$ и $2\cdot10^{-3}\,c^{-1}$ почти при всех значениях σ_{11} практически совпадают. При водонасыщении у песка увеличивается удельное сцепление (см. табл. 5).

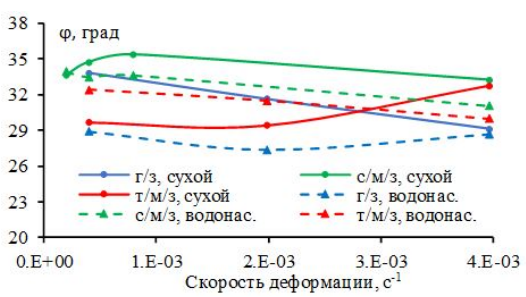


Рис. 10. Зависимость угла внутреннего трения (φ_s) от скорости деформации

Fig. 10. Dependence of the internal friction angle (φ_s) on the strain rate

На рис. 10 значения угла внутреннего трения для всех песков сведены на один график. Как видим, получены возрастающие, убывающие и немонотонные зависимости. Для водонасыщенных песков влияние скорости деформации на φ_s несущественно, разница между максимальным и минимальным значениями φ_s для разных скоростей не превышает 7 %.

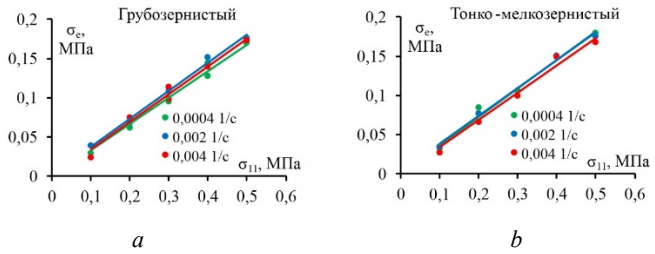


Рис. 11. Зависимость предела упругости (σ_e) по сдвигу от вертикальных напряжений (σ_{11}) для водонасыщенных песков: грубозернистого (*a*) и тонко-мелкозернистого (*b*)

Fig. 11. Dependence of shear elastic limit (σ_e) on vertical stresses (σ_{11}) for water-saturated sands: coarse-grained (*a*) and fine-grained (*b*)

Проанализируем деформационные свойства на сдвиг грубозернистого и тонко-мелкозернистого водонасыщенных песков. На рис. 11 представлены графики зависимости предела упругости по сдвигу (σ_e) от вертикальных напряжений (σ_{11}) для различных скоростей деформации, по которым определялись углы φ_e наклона графиков $\sigma_e = \sigma_e(\sigma_{11})$ и пределы упругости σ_e^0 при $\theta = 0$, которые приведены в табл. 6.

Как видим (рис. 11, табл. 6), углы φ_e не зависят от скорости деформации в диапазоне от $4\cdot10^{-3}$ до $4\cdot10^{-4}\ c^{-1}$ и получились практически одинаковые для грубозернистого и тонко-мелкозернистого песков.

Таблица 6

Деформационные свойства на сдвиг водонасыщенных песков

Table 6

Shear strength properties of water-saturated sands

Скорость деформации, 1/с	Песок			
	грубозернистый		тонко-мелкозернистый	
	φ_e, град	σ_e^0, МПа	φ_e, град	σ_e^0, МПа
$4\cdot10^{-4}$	19	0	19	0,0034
$2\cdot10^{-3}$	20	0,0015	20	0,0034
$4\cdot10^{-3}$	19	0	19	0

На рис. 12 показаны графики зависимости упругого модуля сдвига (μ_0) и секущего модуля сдвига (μ_s), соответствующего началу разрушения песка, от вертикальных напряжений (σ_{11}) для водонасыщенных песков разной крупности. Видно, что все зависимости линейные, и они слабо зависят от скорости деформации сдвига в диапазоне от $4\cdot10^{-3}$ до $4\cdot10^{-4}\ c^{-1}$.

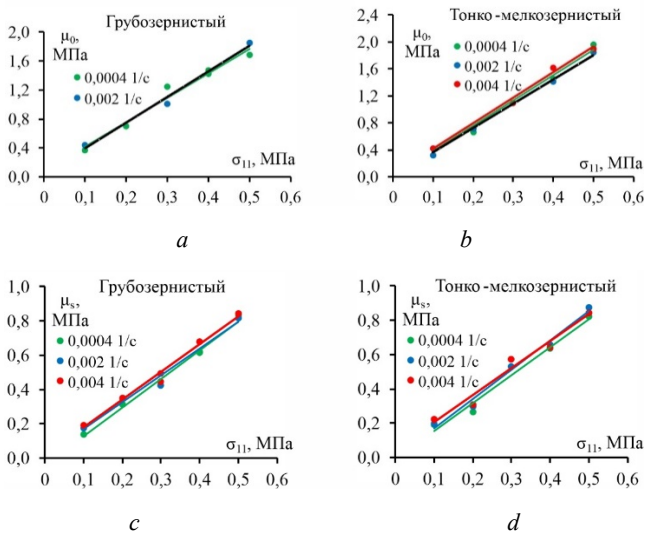


Рис. 12. Зависимости упругого модуля сдвига (μ_0) (*a, b*) и секущего модуля сдвига (μ_s) (*c, d*) (соответствующего началу разрушения) от вертикальных напряжений (σ_{11}) для водонасыщенных песков: грубозернистого (*a, c*) и тонко-мелкозернистого (*b, d*)

Fig. 12. Dependences of elastic shear modulus (μ_0) (*a, b*) and secant shear modulus (μ_s) (*c, d*) (corresponding to the beginning of destruction) on vertical stresses (σ_{11}) for water-saturated sands: coarse-grained (*a, c*) and fine-grained (*b, d*)

Заключение

Описаны результаты опытов, проведенных методом компрессионного сжатия и многоплоскостного среза. Показано, что в исследуемом диапазоне достаточно медленного нагружения объемные и сдвиговые свойства трех различных типов песков не показывают зависимости от скорости нагружения. Этот факт проверен для сухих и водонасыщенных песков. Выявлено, что разброс экспериментальных данных в опытах на сдвиг существенно меньше, чем в опытах на компрессионное сжатие.

Представлена методика пересчета полученных экспериментальных данных для получения материальных параметров деформационной теории пластичности. Для ее реализации предложена схема модифицированного опыта на сжатие.

Авторы выражают благодарность доценту кафедры инженерной и экологической геологии геологического факультета МГУ А.Ю. Мирному за помощь в организации экспериментов и консультации и студентам Е.А. Орлову, К.А. Миниханову и С.Д. Третьякову за выполнение экспериментов.

Экспериментальные исследования песчаного грунта проводились на автоматизированном испытательном комплексе АСИС, приобретенном за счёт средств Программы развития Московского университета (контракт № 1040-44-2019 от 24.09.2019). В работе использовался рентгеновский компьютерный микротомограф Yamato TDM-1000H-II (Япония), полученный в рамках реализации Программы развития МГУ имени М.В. Ломоносова.

Библиографический список

1. Шешенин, С.В. Моделирование нелинейной консолидации пористых сред / С.В. Шешенин, Н.Б. Артамонова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 1. – С. 167–176. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.1.13

2. Артамонова, Н.Б. Связанная задача консолидации в нелинейной постановке. Теория и метод решения / Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т. 26, № 1. – С. 122–138. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2020.26.01.122_138.08

3. Шешенин, С.В. Моделирование нелинейной связанной задачи консолидации / С.В. Шешенин, Н.Б. Артамонова // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т. 26, № 3. – С. 341–361. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2020.26.03.341_361.04

4. Artamonova, N.B. Finite element implementation of a geometrically and physically nonlinear consolidation model / N.B. Artamonova, S.V. Sheshenin // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2023. – Vol. 35, iss. 4. – P. 1291–1308. DOI: 10.1007/s00161-022-01124-5

5. Ильюшин, А.А. Пластичность Ч. 1. Упруго-пластические деформации / А.А. Ильюшин. – М., Л.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.

6. Быков, Д.Л. Основные уравнения и теоремы для одной модели физически нелинейной среды / Д.Л. Быков // Инж. журн. МТТ. – 1966. – № 4. – С. 58–64.

7. Агахи, К.А. К теории пластичности материалов, учитывающей влияние гидростатического давления / К.А. Агахи, В.Н. Кузнецов // Упругость и неупругость. – Вып. 5. – М.: Изд-во МГУ, 1978. – С. 46–52.

8. Ломакин, Е.В. Определяющие соотношения деформационной теории для дилатирующих сред / Е.В. Ломакин // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1991. – № 6. – С. 66–75.

9. Ломакин, Е.В. Определяющие соотношения для материалов со свойствами, зависящими от вида деформированного состояния / Е.В. Ломакин, П.В. Тишин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 1. – С. 52–62. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.1.06

10. Зарецкий, Ю.К. Лекции по современной механике грунтов / Ю.К. Зарецкий. – Ростов-н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1989. – 607 с.

11. Мирный, А.Ю. Испытания методом многоплоскостного среза и простого сдвига / А.Ю. Мирный, И.Х. Идрисов // Независимый электронный журнал «ГеоИнфо». – 2020. – № 6.

12. Mamo, B. Effect of strain rate on shear strength parameter of sand / B. Mamo, K. Banoth, A. Dey // Proceedings of the 50th Indian Geotechnical conference, Pune, Maharashtra, India. – 2015.

13. Basudhar, P.K. Strain rate effect on shear strength of rounded and angular sand / P.K. Basudhar, I.P. Acharya, Anubhav // Proceedings of IGC 2018 “Geotechnical Characterization and Modelling”. Lecture Notes in Civil Engineering (ed. by Madhavi Latha Gali, Raghuveer Rao Pallepati). – 2018. – Vol. 85. – P. 183–194.

14. Yamamuro, J.A. Effects of strain rate on instability of granular soils / J.A. Yamamuro, P.V. Lade // Geotechnical Testing Journal. – 1993. – Vol. 16, no. 3. – P. 304–313.

15. Болдырев, Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов / Г.Г. Болдырев. – Пенза: ПГУАС, 2008. – 696 с.

16. Тензорная компакция пористых пород: теория и экспериментальная верификация / И.А. Пантелеев, В. Ляховский, В.А. Мубассарова, В.И. Карев, Н.И. Шевцов, Э. Шалев // Записки Горного института. – 2022. – Т. 254. – С. 234–243. DOI: 10.31897/PMI.2022.30

17. A thermo-poro-mechanical constitutive and numerical model for deformation in sedimentary basins / A. Brüch, S. Maghous, F.L.B. Ribeiro, L. Dormieux // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2018. – Vol. 160. – P. 313–326. DOI: 10.1016/j.petrol.2017.10.036

18. Revil, A. Permeability of shaly sands / A. Revil, L.M. Cathles // Water Resources Research. – 1999. – Vol. 35, no. 3. – P. 651–662.

19. Revil, A. Mechanical compaction of sand/clay mixtures / A. Revil, D. Grauls, O. Brevart // Journal of Geophysical Research. – 2002. – Vol. 107, no. B11. – P. 1–15. DOI: 10.1029/2001JB000318

20. A numerical model for coupled fluid flow and matrix deformation with applications to disequilibrium compaction and delta stability / C. Morency, R.S. Huismans, C. Beaumont, P. Fullsack // Journal of Geophysical Research. – 2007. – Vol. 112, no. B10. – P. 1–25. DOI: 10.1029/2006JB004701

21. Brezzi, F. Mixed and hybrid finite element methods / F. Brezzi, M. Fortin. – New York: Springer-Verlag, 1991. – 223 p.

22. Elman, H.C. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Numerical mathematics and scientific computation / H.C. Elman, D.J. Silvester, A.J. Wathen. – New York: Oxford University Press, 2005. – 400 p.

23. Киселев, Ф.Б. Разностная схема для задачи нестационарной фильтрации в слоистых грунтах / Ф.Б. Киселев, С.В. Шешенин // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1996. – № 4. – С. 129-135.

24. Быченков, Ю.В. Итерационные методы решения седловых задач / Ю.В. Быченков, Е.В. Чижонков. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 349 с.

25. Победря, Б.Е. Задача в напряжениях / Б.Е. Победря, С.В. Шешенин, Т. Холматов. – Ташкент: ФАН, 1988. – 197 с.

26. Киселев, Ф.Б. Моделирование контакта подземных сооружений с упруговязкопластическим грунтом / Ф.Б. Киселев, С.В. Шешенин // Вестник МГУ. Сер.1. Математика. Механика. – 2006. – №3. – С. 61–65.

27. ГОСТ 12536-2014. Грунты. Методы лабораторного определения гранулометрического (зернового) и микроагрегатного состава. – М.: Стандартинформ, 2019.

28. ГОСТ 25100-2020. Грунты. Классификация. – М.: Стандартинформ, 2020.

29. ГОСТ 12248.4-2020. Грунты. Определение характеристик деформируемости методом компрессионного сжатия. – М.: Стандартинформ, 2020.

30. ГОСТ Р 71042–2023. Грунты. Определение характеристик прочности методом простого сдвига. – М., 2023.

References

1. Sheshenin S.V., Artamonova N.B. The simulation of the nonlinear consolidation of porous media. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2022, no. 1, pp. 167–176.

2. Artamonova N.B., Sheshenin S.V. Svyazannaya zadacha konsolidatsii v nelineynoy postanovke. Teoriya i metod resheniya [A coupled consolidation problem in a nonlinear formulation. Theory and method of solution]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii*, 2020, vol. 26, no. 1, pp. 122–138. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2020.26.01.122_138.08

3. Sheshenin S.V., Artamonova N.B. Modelirovaniye nelineynoy svyazannoy zadachi konsolidatsii [Modeling of a nonlinear coupled consolidation problem]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii*, 2020, vol. 26, no. 3, pp. 341–361. DOI: 10.33113/mkmk.ras.2020.26.03.341_361.04

4. Artamonova N.B., Sheshenin S.V. Finite element implementation of a geometrically and physically nonlinear consolidation model. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 2023, vol. 35, iss. 4, pp. 1291–1308. DOI: 10.1007/s00161-022-01124-5

5. Ilyushin A.A. Plastichnost'. Part 1. Uprugo-plasticheskiye deformatsii [Plasticity. Part 1. Elastoplastic deformations]. Moscow, Leningrad, Gostekhizdat, 1948, 376 p.

6. Bykov D.L. Osnovnyye uravneniya i teoremy dlya odnoy modeli fizicheski nelineynoy sredy [Basic Equations and Theorems for a Model of a Physically Nonlinear Medium]. *Engineering Journal of Solid Mechanics*, 1966, no. 4, pp. 58–64.

7. Agakhi K.A., Kuznetsov V.N. K teorii plastichnosti materialov, uchityvayushchey vliyaniye gidrostaticheskogo davleniya [To the theory of plasticity of materials, taking into account the effect of hydrostatic pressure]. *Elasticity and inelasticity*, iss. 5. Moscow, Publishing House of Moscow State University, 1978, pp. 46–52.

8. Lomakin E.V. Constitutive relations of deformation theory for dilatant media. *Mechanics of Solids*, 1991, vol. 26, no. 6, pp. 66–75.

9. Lomakin E.V., Tishin P.V. Constitutive relations for materials with strain state dependent properties. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, no. 1, pp. 52-62. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.1.06

10. Zaretskiy Y.K. Lektsii po sovremennoy mekhanike gruntov [Lectures on modern soil mechanics.]. Rostov-on-Don, Rostov University Press, 1989, 607 p.

11. Mirny A.Y., Idrisov I.Kh. Ispytaniya metodom mnogoploskostnogo sreza i prostogo sdviga [Multiplane shear test and simple shift]. *Independent Electronic Journal "GeoInfo"*, 2020, no. 6.

12. Mamo B., Banoth K., Dey A. Effect of strain rate on shear strength parameter of sand. *Proceedings of the 50th Indian Geotechnical conference*, Pune, Maharashtra, India, 2015.

13. Basudhar P.K., Acharya I.P., Anubhav. Strain rate effect on shear strength of rounded and angular sand. *Proceedings of IGC 2018 "Geotechnical Characterization and Modelling". Lecture Notes in Civil Engineering* (ed. by Madhavi Latha Gali, Raghuveer Rao Pallepati), 2018, vol. 85, pp. 183–194.

14. Yamamuro J.A., Lade P.V. Effects of strain rate on instability of granular soils. *Geotechnical Testing Journal*, 1993, vol. 16, no. 3, pp. 304–313.

15. Boldyrev G.G. Metody opredeleniya mekhanicheskikh svoystv gruntov [Methods for determining the mechanical properties of soils]. Penza, PGUAS, 2008, 696 p.

16. Panteleev I.A., Lyakhovsky V., Mubassarova V.A., Karev V.I., Shevtsov N.I., Shalev E. Tensor compaction of porous rocks: theory and experimental verification. *Journal of Mining Institute*, 2022, vol. 254, pp. 234–243. DOI: 10.31897/PMI.2022.30

17. Brüch A., Maghous S., Ribeiro F.L.B., Dormieux L. A thermo-poro-mechanical constitutive and numerical model for deformation in sedimentary basins. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018, vol. 160, pp. 313–326. DOI: 10.1016/j.petrol.2017.10.036

18. Revil A., Cathles L.M. Permeability of shaly sands. *Water Resources Research*, 1999, vol. 35, no. 3, pp. 651–662.

19. Revil A., Grauls D., Brevart O. Mechanical compaction of sand/clay mixtures. *Journal of Geophysical Research*, 2002, vol. 107, no. B11, pp. 1–15. DOI:10.1029/2001JB000318

20. Morency C., Huismans R.S., Beaumont C., Fullsack P. A numerical model for coupled fluid flow and matrix deformation with applications to disequilibrium compaction and delta stability. *Journal of Geophysical Research*, 2007, vol. 112, no. B10, pp. 1–25. DOI: 10.1029/2006JB004701

21. Brezzi F., Fortin M. Mixed and hybrid finite element methods. New York, Springer-Verlag, 1991, 223 p.

22. Elman H.C., Silvester D.J., Wathen A.J. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Numerical mathematics and scientific computation. New York, Oxford University Press, 2005, 400 p.

23. Kiselev F.B., Sheshenin S.V. A finite-difference scheme for a nonstationary filtration problem in layered soils. *Mechanics of Solids*, 1996, vol. 31, no. 4, pp. 109-116.

24. Bychenkov Yu.V., Chizhonkov E.V. Iteratsionnyye metody resheniya sedlovykh zadach [Iterative methods for solving saddle problems]. Moscow, BINOM. Knowledge laboratory, 2010, 349 p.

25. Pobedrya B.E., Sheshenin S.V., Kholmatov T. Zadacha v napryazheniyakh [Problem in terms of stresses]. Tashkent, FAN, 1988, 197 p.

26. Kiselev F.B., Sheshenin S.V. Modelirovaniye kontakta podzemnykh sooruzheniy s uprugovyazkoplasticheskim gruntom [Modeling the contact of underground structures with elastoviscoplastic soil]. *Bulletin of Moscow State University. Series 1. Mathematics. Mechanics*, 2006, no. 3, pp. 61–65.

27. GOST 12536-2014 "Grunty. Metody laboratornogo opredeleniya granulometricheskogo (zernovogo) i mikroagregatnogo sostava" ["Soils. Methods for laboratory determination of granulometric (grain) and microaggregate composition"]. Moscow, Standartinform, 2019.

28. GOST 25100-2020 "Grunty. Klassifikatsiya" ["Soils. Classification"]. Moscow, Standartinform, 2020.

29. GOST 12248.4-2020 "Grunty. Opredeleniye kharakteristik deformiruyemosti metodom kompressionnogo szhatiya" ["Soils. Determination of the deformability characteristics by the compression test"]. Moscow, Standartinform, 2020.

30. GOST R 71042–2023 "Grunty. Opredeleniye kharakteristik prochnosti metodom prostogo sdviga" ["Soils. Determination of strength characteristics by the simple shear method"]. Moscow, 2023.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation as part of the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics under the agreement № 075-15-2022-284.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.