Попов, И.А. Компактная аналитическая модель импульсного электродинамического дискового излучателя / И.А. Попов, А.В. Лукин, Н.В. Пискун // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 1. – С. 96–104. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.08

Perm Polytech Style: Popov A.V., Lukin A.V., Piskun N.V. Compact Analytical Model for Electromagnetic Disk-Shaped Underwater Transducer. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 1, pp. 96-104. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.08

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 1, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.08
УДК 534.232

КОМПАКТНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ДИСКОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

И.А. Попов, А.В. Лукин, Н.В. Пискун

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 03 сентября 2023 г.
Одобрена: 22 ноября 2023 г.
Принята к публикации:
12 марта 2024 г.

Ключевые слова:

низкочастотный излучатель, акустическая среда, электромеханическая система, уравнения Лагранжа – Максвелла, функция Грина, электродинамический излучатель, индукционные токи.

АННОТАЦИЯ

Предложена математическая модель импульсного электродинамического излучателя дискового типа, работающего в области низких частот. Объектом исследования выступает известная архитектура электромагнитного акустического излучателя со спиралевидной катушкой и проводящим диском. В настоящей работе выполнено построение уравнений электромеханической системы в форме Лагранжа – Максвелла. С применением функций Грина плоской осесимметричной акустической задачи получена оценка силы реакции жидкости. Проводится сравнение результатов численного решения полученных уравнений и прямого численного расчета в комплексе конечно-элементного анализа COMSOL. Полученная модель показывает хорошее качественное соответствие с результатами конечно-элементного анализа, при этом позволяет производить расчеты с вариацией всех основных параметров модели для проектирования излучателя.

© ПНИПУ

© **Попов Иван Алексеевич** – вед. инж. НОЦ, e-mail: Popov_IA@spbstu.ru.
Лукин Алексей Вячеславович – к. ф.-м. н., доц., e-mail: Lukin_AV@spbstu.ru.
Пискун Надежда Вячеславовна – инж. лаб. «Механика материалов», e-mail: nmojgova@yandex.ru.

Popov Ivan Alekseevich – Leading Engineer, Digital Engineering in Nuclear Energy Scientific Research Center, e-mail: Popov_IA@spbstu.ru.
Lukin Aleksei Vyacheslavovich – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: Lukin_AV@spbstu.ru.
Nadezhda V. Piskun – Engineer, Mechanics of Materials Laboratory, Digital Engineering Advanced Engineering School, e-mail: nmojgova@yandex.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

COMPACT ANALYTICAL MODEL FOR ELECTROMAGNETIC DISK-SHAPED UNDERWATER TRANSDUCER

A.V. Popov, A.V. Lukin, N.V. Piskun

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 03 September 2023
Approved: 22 November 2023
Accepted for publication:
12 March 2024

Keywords:

low-frequency transducer, acoustic medium, electromechanical system, Lagrange-Maxwell equations, Green's function, electrodynamic transducer, eddy currents.

ABSTRACT

This paper proposes a mathematical model for a disk-type pulsed electrodynamic transducer operating in the low-frequency range. A well-known architecture of an electromagnetic acoustic radiator with a helical coil and a conducting disk is studied. In the work, the equations of the electromechanical system in the form of the Lagrange-Maxwell equations are built with the use of the Green's functions of a plane axisymmetric acoustic problem to estimate the reaction force of the fluid. A comparison is made between the results of a numerical solution of the obtained equations and direct numerical calculation in the COMSOL finite element analysis software. The resulting model shows good qualitative agreement with the results of finite element calculations while allowing calculations with a variation for all main model parameters required to design the transducer.

© PNRPU

Введение

В настоящее время большое внимание исследователей сосредоточено на проектировании мощных низкочастотных излучателей, применяемых в геологоразведке и подводных коммуникациях. Существенное продвижение в последнее время наблюдается в проектировании подобных излучателей, работающих на принципе пьезоэффекта и современных мощных магнитострикционных материалов, например, Terfenol-D [1–12]. Такие излучатели, как правило, реализованы по схеме преобразования осевой деформации, развиваемой материалом, в изгибные деформации внешней упругой оболочки (Class IV flextensional transducers [4], рис. 1), за счет чего удаётся увеличить амплитуды перемещений. Данная схема компоновки излучателя не нова. Так, в 1929 г. уже существовали коммерческие образцы [4], однако применение новых сильных монокристаллических пьезоматериалов позволило существенно повысить эффективность работы излучателей. Недостатком всех подобных схем являются существенные ограничения по глубине работы излучателя, при этом применение излучателя на большой глубине имеет непосредственные преимущества в части амплитуды сигнала, достигающего дна, и, как следствие, эффективности прохождения сигналом иловых отложений. Преодолеть принципиальные ограничения схем на пьезо- и магнитострикционных материалах способны электродинамические излучатели.

В настоящей работе рассмотрена классическая схема дискового импульсного излучателя с плоской спиральной катушкой, принципиальная схема представлена на рис. 2. Производя разряд конденсатора, через спиральную катушку создаётся переменное магнитное поле, которое наводит в диске ток в окружном направлении. Наведенный ток противоположен току в спирали, что приводит к возникновению пондеромоторных сил (по своей природе аналогичны силе взаимодействия – притяжения или отталкивания – двух параллельных проводников), выталкивающих диск. В классической работе Н.А. Роя [1] даны принципиальные оценки эффективности излучения и амплитуды сигнала давления при работе излучателя в области высоких частот, что выражается в используемом Роем подходе к оценке параметров электромагнитных и акустических процессов. Как показал численный эксперимент, при попытке применения указанных характеристик к проектированию излучателя малых волновых размеров или с характерными частотами порядка 100 Гц и ниже полученные в статье оценки сильно отличаются от расчета, что делает актуальным рассмотрение данной задачи в более общей постановке.

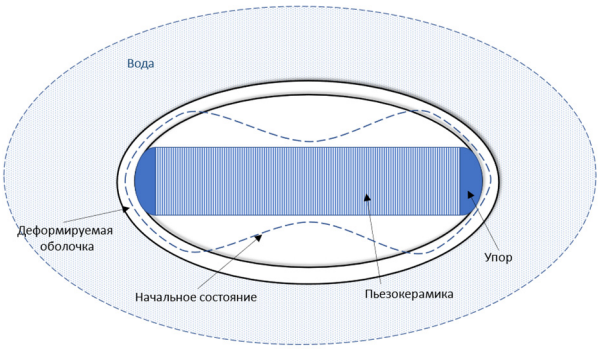


Рис. 1. Схема компоновки пьезоизлучателя – Class IV flextensional transducer

Fig. 1. Principal scheme of Class IV flextensional transducer

Целью исследования является разработка компактной модели электродинамического излучателя дискового типа для характерных частот воздействия порядка 100 Гц и излучателей малых волновых размеров. Разработка связанной модели, позволяющей производить параметрические исследования для обеспечения желаемых

технических требований излучателя, и верификация этой модели прямым конечно-элементным моделирование составляет научную новизну данной работы.

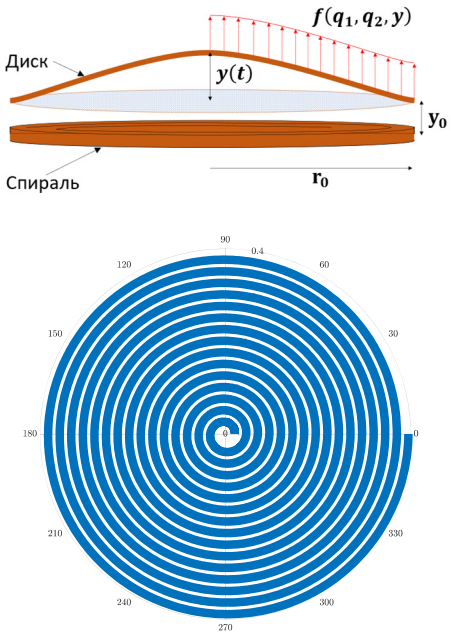


Рис. 2. Принципиальная схема излучателя

Fig. 2. Principal scheme of elecrtodynamic transducer

1. Математическая модель излучателя

Прямой расчет динамики излучателя может быть произведен применением метода конечных элементов (МКЭ), однако такой расчет вычислительно трудоемок, что делает затруднительным его применение при проектировании излучателя (выборе основных размеров и электрических параметров). С практической точки зрения наибольший интерес в применении аналитических методов состоит в разработке такой математической модели, которая позволит производить параметрические расчеты с целью выбора оптимальной конструкции.

Для построения такой модели примем следующие допущения относительно электрической и механической частей конструкции:

- в рассматриваемом частотном диапазоне токи в проводниках захватывают все сечение равномерно;
- для описания интегральных характеристик – самоиндукции и взаимоиндукции контуров – применимо допущение линейности токов;
- самоиндукция диска может быть оценена по самоиндукции спирали, поскольку наведенные токи и токи возбуждения будут подобны в своем пространственном распределении;
- изгиб диска может быть достаточно точно описан одномодовым приближением.

Впоследствии мы будем иметь возможность проверить корректность сделанных допущений путем сравнения с прямым численным расчетом МКЭ. Для описания динамики излучателя применим формализм Лагранжа – Максвелла [6; 7]. Состояние электрической части системы будем описывать при помощи зарядов, циркулирующих в эквивалентных контурах (рис. 3). Запишем магнитную и электрическую энергии системы:

$$W_m = \frac{1}{2}(L + L_0)\dot{q}_1^{\,2} + M\dot{q}_1\dot{q}_2 + \frac{1}{2}L\dot{q}_2^2$$

$$W_{el} = \frac{q_1^2}{2C},$$

где L, L_0 – самоиндукция спирали (диска) и батареи соответственно, M – взаимоиндукция диска и спирали, C – емкость батареи.

Диссипативная функция системы

$$\Psi_{el} = (R_c + R_0)\dot{q}_1^2 + R_d\dot{q}_2^2,$$

где R_c, R_0, R_d – электрические сопротивления спирали, батареи и диска соответственно.

$$R_c = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S},$$

где σ – удельная проводимость материала спирали, $l \approx \pi r_0^2 / b$ – длина спирали, b – ширина поперечного сечения электрода спирали, $S = hb$ – площадь сечения спирали, h – толщина спирали.

Сопротивления диска можно рассчитать аналогично, принимая те же параметры l, b, что и для спирали.

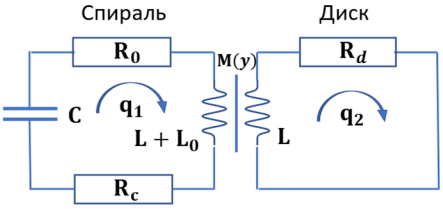


Рис. 3. Электрическая схема излучателя

Fig. 3. Transducer equivalent circuit

Для определения взаимоиндукции и самоиндукции проводников (катушки и диска) применим соотношения из справочника [8]. На рис. 4 представлены обозначения геометрических размеров двух коаксиальных катушек, которые в данном случае моделируют взаимодействие катушки и диска для вычисления их взаимоиндукции.

Для плоской катушки самоиндукция представляется в виде [8]

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} N^2 \Psi d,$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, $N \approx r_0 / b$ – количество витков катушки, d – средний диаметр катушки, параметр Ψ вычисляется по формуле

$$\Psi = \frac{(1+\rho)^3}{\rho^2}\left(1,7424 + 3,2900\gamma^3 \ln\gamma - 2,2700\gamma^3 + \right.$$
$$\left. + 0,3702\gamma^5 + 0,0826\gamma^7 + 0,0312\gamma^9 + \ldots\right) \ (\rho > 0,5),$$

$$\rho = \Delta r / d, \ \ \gamma = \frac{1-\rho}{1+\rho},$$

где Δr – радиальный размер (разность между внешним и внутренним радиусами катушки).

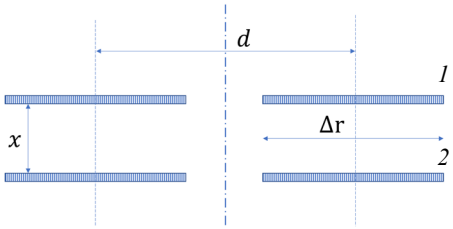


Рис. 4. Расчетная модель взаимодействия спирали и диска в виде коаксиальных плоских катушек для вычисления взаимо- и самоиндукции: *1* – первая; *2* – вторая катушки

Fig. 4. Model of interaction between a spiral and a disk in the form of coaxial flat coils for calculating mutual and self-induction: *1* – first; *2* – second coils

Значение взаимоиндукции катушки и диска вычисляется по формуле для коаксиальных плоских катушек [8]

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} N^2 \Phi d,$$

где $\Phi = \Phi(\rho,\xi)$ – коэффициент, значение которого определяется с диаграммы на рис. 5 [8], $\xi = x / d$.

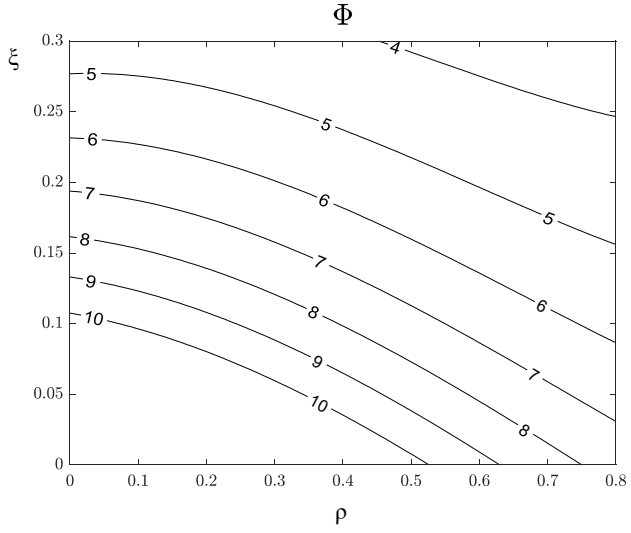


Рис. 5. Графики зависимостей значения коэффициента Φ от параметров ρ и ξ

Fig. 5. Graphs of the dependences of the value of the coefficient Φ on parameters ρ and ξ

В рассматриваемой в дальнейшем модели излучателя представляет интерес случай, когда внутренний радиус катушки и расстояние между катушками x малы, то есть $\rho \to 0.8(1), \xi \to 0$.

Будем рассматривать конструкцию излучателя, где диск жестко закреплен в корпусе по своему контуру, в целях обеспечения герметичности всей системы на больших глубинах. Для описания изгибных осесимметричных колебаний запишем геометрически нелинейные уравнения изгибных колебаний круглой пластины [9]:

$$D\nabla^4 w + \tilde{\rho} h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right) + \tilde{f},$$
$$\nabla^4 \Phi = -\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\frac{\partial^2 w}{\partial r^2},$$

где $w(r,t)$ – прогиб диска, функция $\Phi(r,t)$ – функция напряжений, 2μ – коэффициент демпфирования, $\tilde{f}$ – распределенная внешняя нагрузка, $\tilde{\rho}$ – плотность материала диска, h – толщина диска, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – изгибная жесткость, где E – модуль Юнга материала диска, ν – коэффициент Пуассона материала диска.

Будем искать прогиб в форме одномодового приближения

$$w(r,t) = y(t)\phi(r),$$

где $y(t)$ – модальная координата, $\phi(r)$ – первая осесимметричная собственная форма свободных колебаний диска, нормированная на 1 при $r = 0$.

Можно показать [9], что в этом случае $\Phi(r,t)$ должна удовлетворять следующему уравнению:

$$\Phi(r,t) = \psi(r) y^2,$$

где функция $\psi(r)$ может быть представлена в виде ряда:

$$\psi'(r) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k J_1(\xi_k r), \ \ b_k = \frac{\int_0^1 J_1(\xi_k r)\phi'^2(r)\,dr}{2\xi_k^2 \int_0^1 r J_1^2(\xi_k r)\,dr}.$$

В результате подстановки может быть получено уравнение относительно модальной координаты $y(t)$:

$$\ddot{y}\phi + y\nabla^4\phi = \epsilon\left[(\phi''\psi' + \phi'\psi'')y^3 - 2\mu\dot{y}\phi + \tilde{f}\right].$$

Домножая обе части выражения на $r\phi(r)$ и интегрируя по r в пределах от $[0;1]$, получим уравнение:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \epsilon\left[-2\mu_{mod}\dot{y} - \alpha_3 y^3 + f\right],$$

где параметры $\alpha_3 = -\int_0^1 r\phi(\phi'\psi')'\,dr = \int_0^1 r\phi'^2\psi'\,dr$, $\epsilon = 12(1-\nu^2)h^2/a^2$

$$\mu_{mod} = \int_0^1 \mu r \phi_m^2 dr, \qquad f = \int_0^1 r\tilde{f}\phi dr.$$

Чтобы построить связанную систему уравнений динамики излучателя, необходимо соотнести параметр взаимного расположения катушек x и прогиба диска y. С учетом наличия в конструкции диска изоляционного слоя между спиралью и диском толщиной y_0 примем, что связь выражается соотношением:

$$x = y_0 + \delta y.$$

Для определения эффективных значений взаимной индукции диска и катушки в соответствии с соотношениями из [8] необходимо выразить эффективное взаимное расстояние между токонесущими элементами. При деформировании диска происходит не только изменение расстояния, но и общей картины картины взаимного расположения токов (диск перестает быть плоской катушкой). Можно поставить задачу об оценке эффективного расстояния между плоскими катушками, соответствующего взаимной индуктивности изогнутого по первой осесимметричной собственной форме диска и спирали. Если такая зависимость эффективного взаимного расстояния найдена как функция прогиба $x(y)$, тогда для малых величин прогиба она может быть с достаточно для инженерных расчетов точностью разложена в степенной ряд в окрестности нуля. Соответствующая задача допускает аналитическое исследование, но также может быть проанализирована и численно. Для рассматриваемой формы деформирования диска был получен из анализа отклика системы поправочный коэффициент $\delta = 5/6$.

Уравнения, описывающие электрический процесс, получим, применяя формализм Лагранжа – Максвелла:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_m}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial W_m}{\partial q_j} = -\frac{\partial W_e}{\partial q_j} - \frac{\partial \Psi_{el}}{\partial \dot{q}_j} \qquad j = 1,2.$$

Усилия, действующие на диск, представляются в виде

$$\tilde{f} = \widetilde{f_{em}} - \widetilde{f_a},$$

где $\widetilde{f_a}$ – силы давления жидкости, $\widetilde{f_{em}} = \frac{\partial W_m}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial y}\dot{q}_1\dot{q}_2$ – пондеромоторные силы.

2. Реакция акустической среды

Для описания давления акустической среды на поверхность твердого тела применим функции Грина плоской осесимметричной задачи. Если в плоскости симметрии $z = 0$ (плоскость расположения диска), известна скорость жидкости, то давление можно найти сверткой с функцией Грина [10]:

$$\Lambda_a(r,z,\tau) = \frac{\rho_f}{2\pi r_3}\delta'(\tau - r_3/c), \quad r_3 = \sqrt{r^2+z^2},$$

где ρ_f – плотность жидкости, $\delta(\ )$ – дельта-функция Дирака, c – скорость звука в среде.

Будем считать, что в плоскости диска скорость движения жидкости имеет следующее распределение:

$$v(r,t) = \begin{bmatrix} \dot{y}(t), & 0 \le r \le r0 \\ 0, & r > r_0 \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad v(r,t) = \dot{y}(t)H\left(r_0^2 - r^2\right),$$

где $H(\ )$ – функция Хэвисайда.

Данные условия соответствуют задаче о движении жесткого кругового штампа в жестком акустическом экране. Запишем свертку

$$p(r,z,t) = \frac{\rho_f}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty}\int_0^t \frac{1}{\rho_3}\rho\delta'(\tau - \rho_3/c)\cdot v(t-\tau)\times$$
$$\times H\left(r_0^2 - \rho^2 - r^2 + 2\rho r\cos(\theta-\alpha)\right)d\tau d\rho d\theta,$$

где $\rho_3 = \sqrt{z^2+\rho^2}$.

Для определения давления на диск примем $z = 0$ ($\rho_3 \to \rho$), тогда, выполняя сокращения и интегрируя по τ, получим:

$$p(r,0,t) = \frac{\rho_f}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty}\left[H\left(t-\frac{\rho}{c}\right)\dot{y}\left(t-\frac{\rho}{c}\right) + \delta\left(t-\frac{\rho}{c}\right)\dot{y}\left(t-\frac{\rho}{c}\right)\right]\times$$
$$\times H\left(r_0^2 - \rho^2 - r^2 + 2\rho r\cos(\theta-\alpha)\right)d\rho d\theta.$$

Будем считать, что диск начинает движение из состояния покоя, тогда $\dot{y}(0) = 0$, и последнее слагаемое в квадратных скобках обращается в 0 после интегрирования по ρ. Последний множитель подынтегрального выражения модифицирует верхний предел интеграла. Можно показать, что

$$H\left(r_0^2 - \rho^2 - r^2 + 2\rho r\cos(\theta-\alpha)\right) \ne 0$$
$$\text{на } \rho \in [0;\infty] \leftrightarrow \rho \in [0;\rho_2],$$

$$\rho_2 = r\cos(\theta-\alpha) + \sqrt{r_0^2 - r^2\sin^2(\theta-\alpha)}$$

Следовательно

$$p(r,0,t) = \frac{\rho_f}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\rho_*} \ddot{y}(t-\rho/c)d\rho d\theta =$$
$$= -\frac{1}{2\pi c}\int_{-\pi}^{\pi}\left[\dot{y}\left(t-\frac{\rho_*}{c}\right) - \dot{y}(t)\right]d\theta,$$

$$\rho_* = \min\{tc;\rho_2\}.$$

Вычисление приведенного выше интеграла и общей силы реакции жидкости:

$$F_a = 2\pi\int_0^{r0} p(r,0,t)rdr$$

на малых временах проблематично. С учетом постановки основной задачи – исследовать излучатель малых волновых размеров в области низких частот ($r_0 \ll \lambda = c/f$ – длина звуковой волны) и существования оценки

$0 < \rho_2 \le 2r_0$ при $r \in [0; r_0]$, можно принять, что интересующее нас время соответствует интервалу $t > 2r_0 / c$. Тогда верхний предел интеграла определяется однозначно, и можно продолжить вычисления:

$$p(r,0,t) = -\frac{c\rho_f}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left[\dot{y}(t-\rho_2/c)-\dot{y}(t)\right]d\theta \ .$$

Интеграл имеет типичную для рассматриваемого класса задач структуру: реакция в жидкости определяется не только мгновенной скоростью движения, но и предысторией. Существуют хорошие оценки интегральной реакции жидкости на штамп, полученные из физических соображений [11], однако приведенное выше выражение отличается тем, что является точным решением задачи в соответствующей временной зоне. Структура выражения давления жидкости и общей силы реакции указывает, что система уравнений динамики будет содержать интегро-дифференциальное уравнение. Для практических вычислений представляет интерес рассмотреть главную часть выражения при условии, что $\rho_2 / c \ll 1$. Раскроем зависимость в ряд Тейлора относительно нуля

$$\dot{y}(t-\rho_2/c) = \dot{y}(t) - \ddot{y}(t)\rho_2/c + \cdots$$

Производя сокращения, получим

$$p(r,0,t) = \frac{\rho_f}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ddot{y}(t)\rho_2\,d\theta = \frac{2\rho_f r_0}{\pi}E\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right)\ddot{y}(t),$$

где $E\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right)$ – полный эллиптический интеграл Якоби второго рода.

Тогда реакция жидкости

$$F_a = 2\pi\int_0^{r0} p(r,0,t)\,rdr = \frac{8}{3}\pi r_0^3\rho_f\,\ddot{y}(t), \qquad t > \frac{2r_0}{c}$$

$$m_f = \frac{8}{3}\pi r_0^3\rho_f .$$

Значение присоединенной массы жидкости m_f соответствует известным в литературе значениям присоединенной массы жидкости диска. Таким образом, показано, что в первом приближении реакция жидкости состоит только в инерционной добавке к массе диска. В рамках изложенного подхода возможно уточнение модели за счёт удержания следующих членов в ряду.

В интервале $t < 2r_0 / c$ оценку силы давления жидкости можно получить, если принять $\rho_* = tc$, тогда в случае $\dot{y}(0) = 0$ получим формулу, аналогичную классическому решению для поршня:

$$F_a = \rho_f c\pi r_0^2\ \dot{y}(t), \qquad t < t < 2r_0 / c \ .$$

3. Результаты вычислений

Для проверки полученной системы уравнений и выражения реакции акустического пространства произведем расчет при значениях физических параметров, приведенных в таблице.

Числовые параметры тестового расчета

Numerical data for test simulation

Наименование величины	Обозначение	Значение
Емкость батареи	C	30 мФ
Сопротивление источника питания	R_0	50 мОм
Индуктивность источника питания	L_0	25 мкГн
Сопротивления спирали и диска	R_c, R_d	1,5 мОм
Толщина диска	h	8 мм
Радиус спирали/диска	r_0	0,2 м
Ширина поперечного сечения электрода спирали	b	12 мм
Модуль Юнга меди	E	110 ГПа
Коэффициент Пуассона меди	ν	0,34
Плотность меди	ρ	8960 кг/м^3
Плотность воды	ρ_f	1000 кг/м^3
Скорость звука в воде	c	1480 м/с
Толщина изоляционного слоя	y_0	2 мм

Эталонным решением будет выступать расчет полной связанной задачи механо-электромагнито-акустики в комплексе КЭ-анализа COMSOL [5]. Посредством МКЭ [29; 30] задача решалась в осесимметричной постановке, вид геометрической модели дискового излучателя представлен на рис. 6, *а*. Расчет механики производился только для диска с граничными условиями заделки по контуру. Расчет электромагнитных процессов производился для всей расчетной области с подключением электрического контура, схема которого изображена на рис. 6, *б*. Взаимодействие магнитного поля и механической области (диска) моделируется через связь Lorentz Coupling, взаимодействие акустического поля и диска учитывается через границу областей Acoustic Structure boundary.

На графиках ниже представлены значения перемещения и скорость центральной точки диска, ток в цепи возбуждения, реакция акустического пространства, давление на диске и на удалении 1 м от излучателя. На рис. 7 представлены результаты для начального электрического напряжения батареи 1 кВ, на рис. 8 – 4,5 кВ.

Исходя из представленных графиков, можно сделать вывод, что полученная компактная модель электродинамического излучателя дискового типа верно описывает импульс тока при любых значениях питающего напряжения, а также достаточно точно предсказывает амплитуду перемещений и скорости колебаний диска. Однако наблюдается расхождение частоты колебаний, полученных на КЭ и компактной модели излучателя, причем, чем выше питающее напряжение, тем сильнее расхождение частот. При значении питающего напряжения 4,5 кВ на результатах расчета КЭ-модели наблюдается возбуждение более высоких форм колебаний ввиду нелинейности системы, одномодовая компактная аналитическая модель их не описывает.



a *b*

Рис. 6. Вычислительная модель излучателя: *a* – геометрическая модель дискового излучателя; *b* – эквивалентная электрическая схема

Fig. 6. Computational model of transducer: *a* – geometrical model of electrodynamic disk transducer; *b* – equivalent electrical circuit

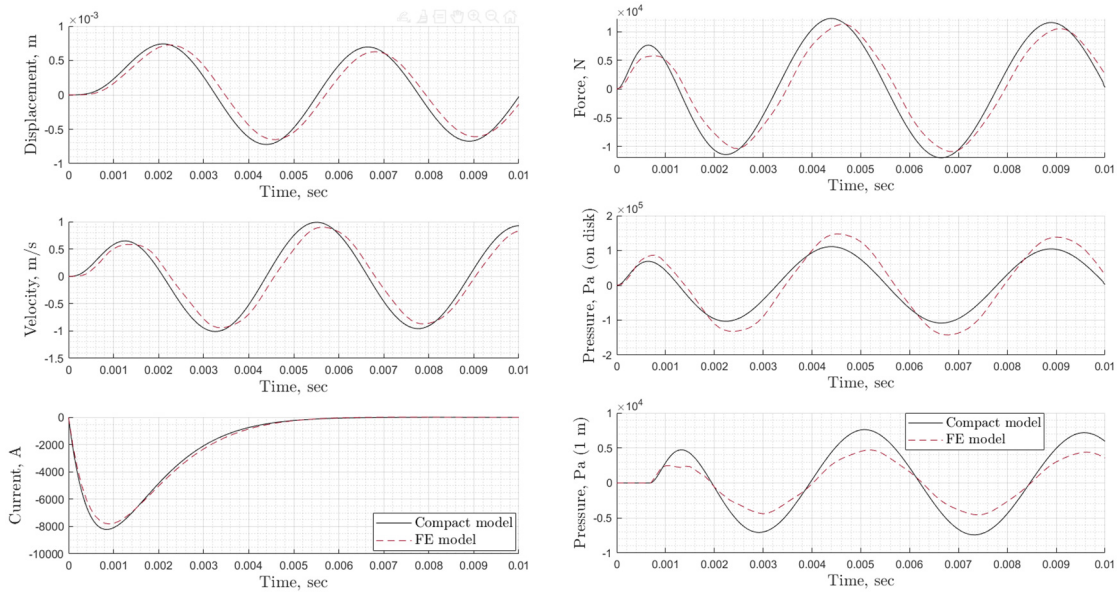


Рис. 7. Результаты расчета для начального электрического напряжения 1 кВ

Fig. 7. Results for initial voltage 1 kV

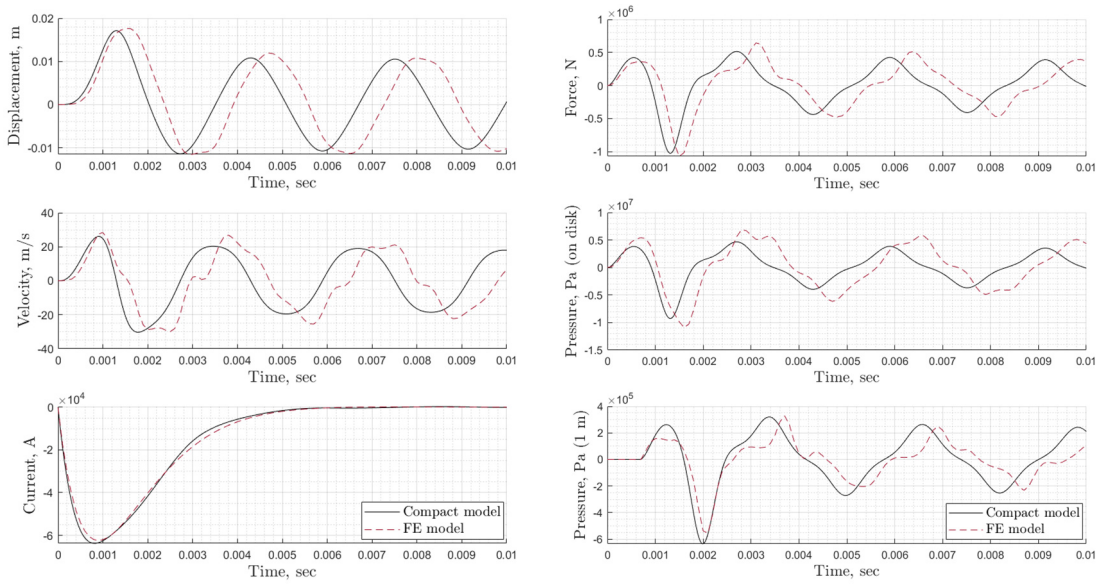


Рис. 8. Результаты расчета для начального электрического напряжения 4,5 кВ

Fig. 8. Results for initial voltage 4.5 kV

Заключение

Предложена математическая модель электромагнитного дискового излучателя малых волновых размеров. Для описания колебаний диска используется модель, учитывающая геометрическую нелинейность, влияние закрепления внешнего периметра диска на изгибные колебания вследствие развития напряжений в плоскости диска. Применение указанной модели позволило с хорошей точностью воспроизвести эффект роста частоты колебаний при увеличении амплитуды колебаний, что согласуется с численным решение методом конечных элементов. Предложенная схема учета реакции жидкости согласуется с профилем давления в численном расчете, что подтверждает, что главный член разложения силы реакции найден верно. Описание электрической части системы с помощью эквивалентных электрических цепей показало хорошее соответствие с результатами прямого численного решения уравнений Максвелла.

Предложенный подход позволяет проводить на модели с тремя степенями свободы (одна механическая, две электрические) исследование динамики дискового излучателя малых волновых размеров, работающего в низкочастотной области без существенной потери точности в сравнении с прямым конечно-элементным расчетом, при этом длительность расчета предложенной компактной модели составляет доли секунды, в сравнении с единицами часов МКЭ, что позволяет применять модель при параметрическом исследовании в поиске оптимальной конструкции.

Библиографический список

1. Рой, Н.А. Импульсные электродинамические излучатели / Н.А. Рой // Акустический журнал – 1970. – Т. XVI, вып. 1. – С. 121–128.
2. Xiping, Mo Thirty years' progress of underwater sound projectors in China / Mo Xiping, Zhu Houqing // AIP Conference Proceedings 1495, 94. – 2012. – P. 94–104. DOI: 10.1063/1.4765910
3. Bertrand, Dubus. Ultra-low frequency underwater acoustic projectors: Present status and future trends / Dubus Bertrand // The Journal of the Acoustical Society of America. Proceedings of Meetings on Acoustics – 2013. – Vol. 19. – P. 1–6. DOI: 10.1121/1.4800545
4. Butler, J.L. Transducers and Arrays for Underwater Sound. Ed.2 / J.L. Butler, Ch.H. Sherman // Springer. – 2016. DOI: 10.1007/978-3-319-39044-4
5. COMSOL Multiphysics [Электронный ресурс]. – URL: www.comsol.com
6. Неймарк, Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1967. – 520 с.
7. Мартыненко, Ю.Г. Динамика твердого тела в электрических и магнитных полях / Ю.Г. Мартыненко. – М.: Наука, 1988. – 368 с.
8. Калантаров, П.Л. Расчет индуктивностей: справочная книга / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Ленинград: ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ, 1986. – 447 с.
9. Nayfeh, Ali H. Linear and nonlinear structural mechanics / Ali H. Nayfeh, Frank P. Pai // Wiley. – 2004. – 746 p.
10. Волны в сплошных средах / А.Г. Горшков, А.Л. Медведский, Л.Н. Рабинский, Д.В. Тарлаковский. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
11. Слепян, Л.И. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики / Л.И. Слепян, Ю.С. Яковлев. – Л.: Судостроение, 1980. – 344 с.
12. Butler, J.L. Rare earth iron octagonal transducer / J.L. Butler, S.J. Ciosek // J. Acoust. Soc. Am. – 1980. – Vol. 67. – P. 1809–1811.
13. Butler, S.C. A broadband hybrid magnetostrictive/piezoelectric transducer array / S.C. Butler, F.A. Tito // Oceans 2000 MTS/IEEE Conference Proceedings, Providence, RI. – 2000. – Vol 3, September (2000). – P. 1469–1475.
14. Development of a dual-layer structure for cymbal transducer arrays to achieve a wider Bandwidth / J. Mudiyala, H. Shim, D. Kim, Y. Roh // Sensors. – 2022. – Vol. 22. – P. 6614.
15. C.H. Sherman, Underwater sound transducers – a review. IEEE Trans. Sonics Ultrason. Su-22, 281–290 (1975).
16. Stansfield D. Underwater electroacoustic transducers / D. Stansfield. – Bath University Press, Bath, UK, 1991.
17. Spherical–Omnidirectional Piezoelectric Composite Transducer for High Frequency Underwater Acoustics / Y. Zhang, L. Wang, L. Qin, C. Zhong, S. Hao // IEEE TRANSACTIONS ON ULTRASONICS, FERROELECTRICS, AND FREQUENCY CONTROL. – 2021. – Vol. 68, no. 5.
18. Benthien, G.W. Modeling of sonar transducers and arrays / G.W. Benthien, S.L. Hobbs // Tech Doc. 3181, April, San Diego, CA, 2004.
19. Abdulla, Z. Design of Wideband tonpilz transducers for underwater SONAR applications with finite element model / Z. Abdulla, S. Naz, M.A.Z. Raja, A. Zameer // Appl. Acoust. – 2021. – Vol. 183. – P. 108293.
20. Aronov, B. The energy method for analyzing the piezoelectric electroacoustic transducers / B. Aronov // J. Acoust. Soc. Am. – 2005. – Vol. 117. – P. 210–220.
21. Design and construction of magnetostrictive transducers // Summary Technical Report of Division 6. – 1946. – Vol. 13.
22. Teng, D. Effect of concave stave on class i Barrel-Stave flextensional transducer / D. Teng, X. Liu, F. Gao // Micromachines. – 2021. – Vol. 12. – P. 1258.
23. Pyun, J.Y. Design of piezoelectric acoustic transducers for underwater applications / J.Y. Pyun, Y.H. Kim, K.K. Park // MDPI Sensors. – 2023. – Vol. 23(4). – P. 1821.
24. Robinson, H. In high pressure characterization of single crystal cylinder transducers / H. Robinson // U.S. Navy Workshop on Acoustic Transduction Materials and Devices, State College, PA 2007.
25. GMA phased array for active echo control of underwater target / J. Tang, Y. Bai, L. Yan, W. Wang // Appl. Acoust. – 2022. – Vol. 190. – P. 108646.
26. Butler, J.L. Transducer figure of merit / J.L. Butler // J. Acoust. Soc. Am. – 2012. – Vol. 132. – P. 2158–2160.
27. Butler, J.L. A tri-modal directional transducer / J.L. Butler, A.L. Butler, J.A. Rice // J. Acoust. Soc. Am. – 2004. – Vol. 115. – P. 658–665.
28. Butler, J.L. Multimode synthesized beam transducer apparatus / J.L. Butler, A.L. Butler. – U.S. Patent 6,734,604 B2, (11 May, 2004).
29. Zienkiewicz, O.C. The finite element method / O.C. Zienkiewicz. – McGraw-Hill Book Company, Maidenhead, 1986.
30. Bathe, K.J. Finite element procedures in engineering analysis / K.J. Bathe. – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982.

References

1. Roi N.A. Impul'snye elektrodinamicheskie izluchateli // Akusticheskii zhurnal – 1970. – Vol XVI Issue 1. – p.121-128.
2. Xiping Mo, Houqing Zhu. Thirty years' progress of underwater sound projectors in China// AIP Conference Proceedings 1495, 94. – 2012. – pp. 94-104. doi: 10.1063/1.4765910.
3. Bertrand Dubus. Ultra-low frequency underwater acoustic projectors: Present status and future trends// The Journal of the Acoustical Society of America. Proceedings of Meetings on Acoustics – 2013. – Vol. 19. – pp.1-6. – doi: 10.1121/1.4800545
4. John L. Butler, Charles H. Sherman. Transducers and Arrays for Underwater Sound. Ed.2// Springer. – 2016. – doi: 10.1007/978-3-319-39044-4.
5. COMSOL Multiphysics. www.comsol.com
6. Neimark Iu.I., Fufaev N.A. Dinamika negolonomnykh sistem. – M.: Nauka, 1967. – 520p.
7. Martynenko Iu.G. Dinamika tverdogo tela v elektricheskikh i magnitnykh poliakh. – M.: Nauka, 1988. – 368p.
8. Kalantarov P.L., Tseitlin L.A. Raschet induktivnostei. Spravochnaia kniga. – Leningrad: ENERGOATOMIZDAT, 1986. – 447 s.
9. Nayfeh Ali H., Pai Frank P. Linear and Nonlinear Structural Mechanics//Wiley. – 2004. – 746p.
10. Gorshkov A.G., Medvedskii A.L., Rabinskii L.N., Tarlakovskii D.V. Volny v sploshnykh sredakh. – M.: FIZMATLIT, 2004. – 472p.
11. Slepian L.I., Iakovlev Iu.S. Integral'nye preobrazovaniia v nestatsionarnykh zadachakh mekhaniki. – Leningrad.: izd. «Sudostroenie», 1980. – 344p.
12. J.L. Butler, S.J. Ciosek, Rare earth iron octagonal transducer. J. Acoust. Soc. Am. 67, p.1809–1811 (1980).
13. S.C. Butler, F.A. Tito, A broadband hybrid magnetostrictive/piezoelectric transducer array. Oceans 2000 MTS/IEEE Conference Proceedings, Providence, RI, vol 3, September (2000), pp. 1469–1475
14. J. Mudiyala, H. Shim, D. Kim, Y. Roh – Development of a Dual-Layer Structure for Cymbal Transducer Arrays to Achieve a Wider Bandwidth. Sensors #22, 6614 (2022).
15. C.H. Sherman, Underwater sound transducers—a review. IEEE Trans. Sonics Ultrason. Su-22, 281–290 (1975).
16. D. Stansfield, Underwater Electroacoustic Transducers (Bath University Press, Bath, UK, 1991).
17. Y. Zhang, L. Wang, L. Qin , C. Zhong, S. Hao – Spherical–Omnidirectional Piezoelectric Composite Transducer for High Frequency Underwater Acoustics. IEEE TRANSACTIONS ON ULTRASONICS, FERROELECTRICS, AND FREQUENCY CONTROL, VOL. 68, NO. 5, MAY 2021.
18. G.W. Benthien, S.L. Hobbs, Modeling of Sonar Transducers and Arrays. Tech Doc. 3181, April, 2004, available on CD, Spawar Systems Center, San Diego, CA
19. Z. Abdulla, S. Naz, M.A.Z. Raja, A. Zameer – Design of Wideband Tonpilz Transducers for Underwater SONAR Applications with Finite Element Model. Appl. Acoust. 2021, 183, 108293.
20. B. Aronov, The energy method for analyzing the piezoelectric electroacoustic transducers. J. Acoust. Soc. Am. 117, 210–220 (2005).
21. Design and Construction of Magnetostrictive Transducers. Summary Technical Report of Division 6, vol 13 (National Defense Research Committee, 1946).
22. D. Teng, X. Liu, F. Gao – Effect of Concave Stave on Class I Barrel-Stave Flextensional Transducer. Micromachines #12, 1258 (2021).
23. J.Y. Pyun, Y.H. Kim, K.K. Park – Design of Piezoelectric Acoustic Transducers for Underwater Applications. MDPI Sensors #23(4), 1821 (2023).
24. H. Robinson, in High Pressure Characterization of Single Crystal Cylinder Transducers. 2007 U.S. Navy Workshop on Acoustic Transduction Materials and Devices, State College, PA.
25. J. Tang,Y. Bai, L. Yan, W. Wang – GMA Phased Array for Active Echo Control of Underwater Target. Appl. Acoust. 2022, 190, 108646.
26. J.L. Butler, Transducer figure of merit. J. Acoust. Soc. Am. 132, 2158–2160 (2012).
27. J.L. Butler, A.L. Butler, J.A. Rice, A tri-modal directional transducer, J. Acoust. Soc. Am. 115, 658–665 (2004).
28. J.L. Butler, A.L. Butler, Multimode Synthesized Beam Transducer Apparatus, U.S. Patent 6,734,604 B2, (11 May, 2004)
29. O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method (McGraw-Hill Book Company, Maidenhead, 1986).
30. K.J. Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982).

Финансирование. Исследование частично финансируется Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы Исследовательского центра мирового уровня: Передовые цифровые технологии (соглашение № 075-15-2020-311 от 20.04.2022).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Financing. The research is partially funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under the World Class Research Center: Advanced Digital Technologies program (agreement No. 075-15-2020-311 dated 04/20/2022).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.