Емельянов, И.Г. Предельное состояние стальной конструкции при экстремальной термомеханической нагрузке / И.Г. Емельянов, А.Н. Кислов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 2. – С. 59–68. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.07

Perm Polytech Style: Emel'yanov I.G., Kislov A.N. The Limiting State of a Steel Structure under Extreme Thermomechanical Loadings. *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2024, no. 2, pp. 59-68. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.07

пермский политех

ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА
№ 2, 2024
PNRPU MECHANICS BULLETIN
https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.07
УДК 539.3

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ СТАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

И.Г. Емельянов[1,2], А.Н. Кислов[1]

[1]Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Российская Федерация
[2]Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 10 октября 2023 г.
Одобрена: 25 апреля 2024 г.
Принята к публикации:
21 мая 2024 г.

Ключевые слова:

оболочка вращения,
термомеханическое нагружение,
механические параметры,
нелинейная краевая задача,
метод дискретной ортогонализации,
предельное состояние.

АННОТАЦИЯ

С использованием численных методов решена задача определения прочности и предельного состояния стальной оболочечной конструкции при термомеханической нагрузке. Действующие напряжения определяются путем решения физически нелинейной краевой задачи для оболочки вращения. Используется классическая теория оболочек, основанная на гипотезах Кирхгофа – Лява, и метод интегрирования уравнений оболочек с дискретной ортогонализацией С.К. Годунова. Путем интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений в каждой точке оболочки вычисляются меридиональное, окружное напряжения и соответствующие деформации. При учете пластической деформации материала краевая задача становится нелинейной. Связь между напряжением и деформацией линеаризуется методом дополнительных деформаций. Предложен критерий предельного состояния для тонкостенных конструкций. При отсутствии необходимых параметров для материала конструкции применяется интерполяция и экстраполяция экспериментальных данных на основе нейронных сетей. Метод демонстрируется на примере муфеля, который представляет собой тонкостенную конструкцию в виде оболочки вращения, нагруженную внутренним избыточным давлением водородосодержащего газа и нестационарным тепловым полем. Муфель предназначен для высокотемпературного отжига электролитической стали, и изготовлен из нежаропрочной стали Ст3, механические свойства которой при температуре более 500 °С недостаточно изучены. Однако рабочая температура муфеля может достигать более 1000 °С. Под действием такой тепловой нагрузки в конструкции муфеля образуются заметные остаточные деформации, и муфель может потерять свою несущую способность. Для термомеханических нагрузок определена максимальная температура 1000 °С, при которой наступает предельное состояние и эксплуатация муфеля не допустима. Получено удовлетворительное совпадение с реальной температурой муфеля при эксплуатации 1100 °С, при которой муфель теряет свою несущую способность.

© **Емельянов Игорь Георгиевич** – д. т. н., проф. кафедры строительной механики, гл. н. с. лаборатории конструкционного материаловедения, e-mail: emelyanov.ig.2016@mail.ru.
Кислов Алексей Николаевич – д. ф.-м. н., доц., зав. кафедрой строительной механики, e-mail: a.n.kislov@urfu.ru.

Igor G. Emel'yanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Structural Mechanics, Chief Researcher, Laboratory of Constructional Materials Science, e-mail: emelyanov.ig.2016@mail.ru.
Alexey N. Kislov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Ass. Professor, Head of Department of Structural Mechanics, e-mail: a.n.kislov@urfu.ru.

Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

THE LIMITING STATE OF A STEEL STRUCTURE UNDER EXTREME THERMOMECHANICAL LOADINGS

I.G. Emel'yanov[1,2], A.N. Kislov[1]

[1]Ural Federal University, Ekaterinburg, Russian Federation
[2]Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 10 October 2023
Approved: 25 April 2024
Accepted for publication:
21 May 2024

Keywords:

shell of revolution, thermomechanical loading, mechanical parameters, nonlinear boundary value problem, discrete orthogonalization method, limiting state.

ABSTRACT

Using numerical methods, the problem of determining the strength and limiting state of a steel shell structure under thermomechanical loading is solved. The operating stresses are determined by solving a physically nonlinear boundary value problem for a shell of revolution. The classical theory of shells, based on the Kirchhoff – Love hypotheses, and the method of integrating shell equations with discrete S.K. Godunov orthogonalization are used. By integrating a system of ordinary differential equations at each point of the shell, the meridional and circumferential stresses and the corresponding deformations are calculated. When taking into account the plastic deformation of the material, the boundary value problem becomes nonlinear. The relationship between stress and strain is linearized by the method of additional strains. A limiting state criterion for thin-walled structures is proposed. In the absence of the necessary parameters for the material of construction, interpolation and extrapolation of the experimental data based on neural networks is used. The method uses the example of a muffle, which is a revolution shell structure loaded with an internal excess pressure of a hydrogen-containing gas and a non-stationary thermal field. The muffle is designed for high-temperature annealing of the electrolytic steel, and is made of non-heat-resistant St3 steel, its mechanical properties have not been sufficiently studied at temperatures above 500 °C. However, the operating temperature of the muffle can reach more than 1000 °C. Under the influence of such a thermal load, noticeable residual deformations are formed in the muffle structure and the muffle may lose its load-bearing capacity. For thermomechanical loads, a maximum temperature of 1000 °C is determined at which the limit state occurs and the operation of the muffle is not permissible. A satisfactory agreement was obtained with the actual muffle temperature during operations of 1100 °C, at which the muffle loses its load-bearing capacity.

Введение

С задачей определения прочности тонкостенных металлических конструкций при термомеханических нагрузках достаточно часто сталкиваются в инженерной практике. Проблема определения напряженного состояния оболочечных конструкций при силовой и тепловой нагрузке в упругой постановке хорошо разработана [1–8]. Оболочечные конструкции, в которых возникают пластические деформации, исследовались в работах [9–16].

При оценке прочности металлических конструкций, которые делительное время эксплуатируются в агрессивной среде и повышенной температуре, необходимо учитывать изменение их механических свойств. В связи с этим прогнозирование поведения тонкостенных металлических конструкций, используемых в агрессивных средах и нагруженных тепловой и силовой нагрузкой, является актуальной прикладной задачей. Ее сложность заключается в одновременном учете всех факторов воздействия на материал конструкции, например, механических сил, температуры и агрессивной среды.

Однако определяют механические параметры материалов обычно в однотипных по характеру нагружения стандартных экспериментах, в которых не учитывают все многообразие возможных сочетаний нагрузок различной физической природы. Поэтому для решения таких задач иногда приходится применять модельные расчеты с использованием интерполяции и экстраполяции. Сложность этих расчетов обусловлена нелинейностью задачи, возникающей при учете воздействующих на конструкцию различных внешних факторов.

В данном исследовании предложен метод определения прочности и предельного состояния тонкостенной металлической конструкции. При определении прочности и предельного состояния металлической конструкции, участвующей в неизотермических процессах нагружения и контактирующей с агрессивной средой, приходится рассматривать несколько самостоятельных задач:

1) разработка модели конструкции, позволяющей определить ее напряженное состояние при термомеханической нагрузке;

2) разработка модели, позволяющей определить нестационарное распределение температуры в конструкции при эксплуатации;

3) определение механических параметров материала конструкции при термомеханической нагрузке с учетом влияния агрессивной среды;

4) выбор модели, определяющей предельное состояние материала в тонкостенной конструкции.

Предлагаемый метод иллюстрируется на примере конструкции муфеля при экстремальной термомеханической нагрузке. Исследуемый муфель является тонкостенной стальной оболочкой вращения, нагруженной внутренним избыточным давлением водородосодержащего

газа и нестационарным тепловым полем. Он предназначен для высокотемпературного отжига электролитической стали, которая располагается внутри защитного муфеля. Температура эксплуатации муфеля в кратковременные моменты может превышать 1000 °C. Однако из экономических соображений муфель изготовлен из нежаростойкого материала – стали Ст3, не предназначенной для эксплуатации при такой повышенной температуре. Под действием экстремальной тепловой нагрузки в конструкции муфеля образуются заметные остаточные деформации, показанные на рис. 1.



Рис. 1. Муфель в горизонтальном положении с остаточными деформациями

Fig. 1. The muffle in a horizontal position with residual deformations

1. Гипотезы и методы решения определения напряженного состояния муфеля

Основной элемент муфеля – это цилиндрическая оболочка, жестко соединенная с плоской круглой крышкой. Конструкция муфеля при эксплуатации располагается вертикально. При эксплуатации на оболочку будут действовать нагрузки от собственного веса, избыточного давления газа и теплового излучения.

В настоящее время существует большое количество вычислительных программ, например, ANSYS [17], ABAQUS [18], которые используются при моделировании напряженного состояния и теплопроводности тонкостенных конструкций. Чаще всего при определении наряженного состояния и распределения температуры применяется метод конечных элементов [19–24]. Описывая геометрию тонкостенных конструкций, обычно применяют конечные элементы, основанные на теории оболочек. Использование такой теории позволяет свести трехмерную задачу континуума к двумерной задаче срединной поверхности оболочки.

Исследуемую оболочку толщиной h отнесем к непрерывной срединной поверхности с криволинейными ортогональными координатами s, θ, γ, где s и θ – меридиональная и окружная координаты, а γ ($-h/2 \le \gamma \le h/2$) – координата в направлении внешней нормали к поверхности оболочки. На рис. 2 показана оболочка вращения, нагруженная на произвольной площадке распределенной нагрузкой p.

При принятии некоторых кинематических гипотез трехмерные уравнения континуума приводятся к системе дифференциальных уравнений в частных производных, определяющей напряженно-деформированное состояние оболочек вращения [4; 5]

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{Y}}}{\partial s} = A_0(s,\theta)\overline{\mathbf{Y}} + \sum_{m=1}^{4} A_m(s,\theta)\frac{\partial^m \overline{\mathbf{Y}}}{\partial \theta^m} + \overline{\mathbf{f}}(s,\theta), \quad (s_0 \le s \le s_L), \tag{1}$$

с граничными условиями на левом и правом торце

$$B_1\overline{\mathbf{Y}}(s_0) = \overline{\mathbf{b}}_1,\ B_2\overline{\mathbf{Y}}(s_L) = \overline{\mathbf{b}}_2\,. \tag{2}$$

Здесь $\overline{\mathbf{Y}}$ – вектор-функция искомого решения, A_m – матрица, элементы которой определяются через геометрические и механические параметры оболочки; компоненты вектора $\overline{\mathbf{f}}$ зависят от приложенных к оболочке поверхностных нагрузок и интегральных характеристик температурного поля; B_i и $\overline{\mathbf{b}}_i$ – заданные матрицы и векторы. Размерность вектора $\overline{\mathbf{Y}}$ зависит от принимаемых гипотез.

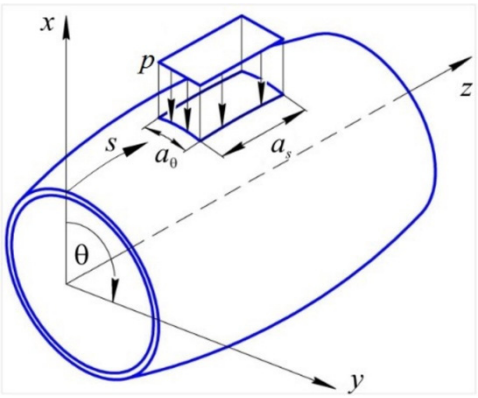


Рис. 2. Оболочка вращения

Fig. 2. The shell of revolution

Классическая теория оболочек, основанная на гипотезах Кирхгофа – Лява [3; 4], обычно используется для описания тонкостенных тел из изотропных материалов, когда для радиуса оболочки R выполняется условие $R/h > 20$. В рамках этой теории система (1) состоит из восьми дифференциальных уравнений в частных производных, а вектор разрешающих функций имеет вид

$$\overline{\mathbf{Y}} = \left\{N_r, N_z, \hat{S}, M_s, u_r, u_z, \nu, \vartheta_s\right\}. \tag{3}$$

где N_r, N_z – радиальное и осевое усилия; u_r, u_z – аналогичные перемещения; $\hat{S}$ – сдвигающее усилие; M_s – меридиональный изгибающий момент; ν – окружное перемещение; ϑ_s – угол поворота нормали.

Учитывая вертикальное расположение муфеля, напряженное состояние исследуемой оболочки при заданной нагрузке будет осесимметричным, следовательно, размерность задачи понизится еще на единицу. Таким образом, задачу определения напряженного состояния оболочки, можно свести к системе шести обыкновенных дифференциальных уравнений [4; 10–12; 25]

$$\frac{d\overline{\mathbf{Y}}}{ds} = A(s)\overline{\mathbf{Y}} + \overline{\mathbf{f}}(s), \quad (s_0 \le s \le s_L), \tag{4}$$

где $\overline{\mathbf{Y}} = \{N_r, N_z, M_s, u_r, u_z, \vartheta_s\}$ – вектор функция искомого решения.

Следовательно, система (4) дополняется граничными условиями (2), в которых матрицы B_i имеют размерность 3×3 и могут быть проинтегрированы, применяя численные методы. При решении краевой задачи (4) используется метод Рунге – Кутта с дискретной ортогонализацией С.К. Годунова [3; 4; 26] в некоторых заданных точках по меридиану оболочки. Этот метод при интегрировании оболочки нормирует результаты решения на каждом заданном шаге и часто применяется при решении разнообразных задач для оболочечных конструкций [4; 10; 12; 25; 27].

Поскольку оболочка муфеля работает при повышенных температурах, то возможно образование пластических деформаций. При учете пластической деформации материала краевая задача становится нелинейной и описывается такой же системой уравнений (4). Связь между напряжением и деформацией будет линеаризоваться методом дополнительных деформаций. Эта связь представляется в виде закона Гука, но с дополнительными членами, учитывающими зависимость механических свойств материала от деформации [11; 12; 25]. При этом объемное напряженное состояние оболочки сопоставляется с одноосным состоянием при простом растяжении образца

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}, \; H = \frac{1+\mu^*}{\sqrt{3}}\varepsilon, \tag{5}$$

где σ и ε – напряжения и деформации при простом растяжении образца, а μ^* – коэффициент поперечной деформации, который определяется как

$$\mu^* = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2E}\frac{\sigma}{\varepsilon}. \tag{6}$$

где E – модуля Юнга, μ – коэффициент Пуассона [11; 12]. Интенсивности касательных напряжений S и деформаций сдвига H для оболочки определяются следующим образом

$$S = \sqrt{(\sigma_s^2 - \sigma_s\sigma_\theta + \sigma_\theta^2)/3}, \tag{7}$$

$$H = \sqrt{[(\varepsilon_s - \varepsilon_\gamma)^2 + (\varepsilon_\gamma - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_s)^2]/6}, \tag{8}$$

где σ_s и σ_θ – соответственно меридиональное и окружное напряжения, а ε_s, ε_θ, ε_γ – компоненты деформаций по меридиану, окружности и нормали к поверхности оболочки [11; 12].

После интегрирования системы (4) в каждой точке оболочки будет определены σ_s и σ_θ напряжения, а также соответствующие деформации ε_s, ε_θ, ε_γ.

2. Эксплуатационные условия и критерий работы муфеля

Температура муфеля при эксплуатации. Высокотемпературный отжиг электролитической стали состоит из следующих этапов: регулируемый нагрев, выдержка, нерегулируемое охлаждение под муфелем. При эксплуатации нагревание муфеля осуществляется по достаточно сложному закону с небольшой скоростью нагревания, которая автоматически контролируется с помощью термопар. Для исследуемой конструкции используем допущение, что температура по телу оболочки в направлении меридиональной и окружной координаты распространяется равномерно. Учитывая небольшую толщину оболочки, температура по толщине будет одинакова. Следовательно, механические свойства материала одинаковы для всех точек оболочки муфеля. По мере прогрева свойства материала будут изменяться пропорционально времени *t*. Таким образом, для исследуемой оболочечной конструкции отпадает необходимость решения задачи теплопроводности. Следует добавить, что задача нестационарной теплопроводности и определение распределения температуры в зависимости от времени для оболочек вращения уже была рассмотрена [28; 29]. Изменение механических параметров материала оболочки будет зависеть только от времени прогрева *t*, т.е. от времени эксплуатации конструкции.

Механические параметры материала. Цилиндрическая оболочка муфеля изготовлена из стали Ст3, которая, несмотря на широкое применение, имеет определенные ограничения. Механические свойства стали при нагревании до температуры 250 °С практически не меняются. В интервале температур от 250 до 300 °С прочность стали несколько повышается, пластичность снижается. Нагревание выше температуры 400 °С приводит к падению предела текучести и временного сопротивления, а при температуре 600–650 °С наступает температурная пластичность и сталь теряет свою несущую способность. Поэтому механические свойства стали при температуре более 500 °С недостаточно изучены. В табл. 1 приведены экспериментальные значения предела прочности σ_{ult} (напряжение предельного сопротивления при разрыве материала образца) и предела текучести σ_Y для различных температур для стали Ст3 [30].

Таблица 1

Значения пределов прочности и текучести для стали Ст3 (МПа)

Table 1

Values of the tensile and yield strengths for St3 steel (MPa)

T, °C	σ_{ult}	σ_Y
20	422	206
200	500	216
300	490	206
400	275	157
500	216	126
600	210	
800	80	
900	70	
1000	50	
1100	40	

Известно, что деформация, соответствующая пределу прочности, равна $\varepsilon_{ult} = 0,05 - 0,1$. Зависимость модуля Юнга от температуры имеет вид [30]

$$E = E_0(1 - 0,00074 \cdot T), \tag{9}$$

где $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа при $T = 0$ °C.

Учитывая экспериментальные данные, приведенные в табл. 1, диаграмма «напряжение – деформация» $\sigma = f(\varepsilon)$ для данной стали может быть аппроксимирована билинейными прямыми с точками предела текучести σ_Y, ε_Y и предела прочности σ_{ult}, ε_{ult} для различных температур. В табл. 2 представлены значения деформаций для построения диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$ исследуемого материала.

Влияние водородосодержащей среды на механические свойства материала. При эксплуатации внутренняя поверхность оболочки муфеля контактирует с защитным газом, содержащим водород. Известно, что при оценке прочности различных конструкций необходимо учитывать изменения прочностных свойств металлов при наводороживании. При эксплуатации элемента конструкции связь между напряжением σ, деформацией ε, концентрацией водорода c, температурой элемента T и временем эксплуатации t можно представить в виде $\sigma = f(\varepsilon, T, c, t)$.

Задача диффузии водорода и определение распределения концентрации водорода в оболочке вращения в зависимости от времени рассмотрена в работах [28; 29]. В нашей задаче изменение механических свойств от воздействия водорода учитывать не будем, поскольку защитный газ содержит его в небольшом количестве (только 5,5 %).

Критерий предельного состояния оболочки. Критерием прочности материала конструкций обычно принимается условие, когда интенсивность касательных напряжений S в конструкции достигает напряжений разрушения для материала образца при растяжении

$$S = \sigma_{ult} / \sqrt{3}. \tag{10}$$

Когда выполняется это условие, нарушается сплошность материала в наиболее нагруженной точке конструкции, однако конструкция при этом может не потерять свою несущею способность. Критерий (10) обычно используют только для хрупких материалов.

Таблица 2

Значения деформаций для стали Ст3

Table 2

Values of the strains for St3 steel

T, °C	ε_{ult}	ε_Y
20	0,05	0,00103
200	0,05	0,00126
300	0,1	0,0013
400	0,1	0,0011
500	0,1	0,001

Существует деформационный критерий, который заключается в том, что деформация материала оболочки в любом направлении должна быть ограничена условием $\varepsilon \le \varepsilon_{ult}$. Однако точно определить предельную деформацию при разрыве материала образца ε_{ult} в эксперименте достаточно сложно, поэтому будем использовать прочностной критерий.

Известно, что напряжения в произвольной точке оболочки определяются двумя слагаемыми от продольных усилий N_s, N_θ и изгибающих моментов M_s, M_θ, которые за пределом текучести вносят неодинаковый вклад в запас прочности оболочечной конструкции [31]. При выполнении неравенства

$$S > \sigma_{ult} / \sqrt{3} \tag{11}$$

оболочка может еще нести эксплуатационную нагрузку за счет менее нагруженной ее части около срединной поверхности. Поскольку интенсивность касательных напряжений $S(\gamma)$ изменяется по толщине оболочки, то в работе [32] введено понятие интегральной интенсивности касательных напряжений S_h. Она определяет несущую способность оболочки по всей толщине за пределом текучести и учитывает моментное напряженное состояние, которое обычно возникает в тонкостенных элементах

$$S_h = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} S(\gamma) d\gamma. \tag{12}$$

При достижении S_h определенного значения в оболочке будет образовываться так называемый «пластический шарнир» – потеря несущей способности оболочки в целом.

Таким образом, принимаемый критерий предельного состояния будет заключаться в том, что разрушение тонкостенной конструкции в процессе эксплуатации проис-

ходит, когда в наиболее нагруженной точке тонкостенной конструкции интегральная интенсивность касательных напряжений S_h достигает напряжения предельного сопротивления при разрыве материала образца σ_{ult}. Следовательно,

$$\sigma_{ult} = S_h\sqrt{3}. \qquad (13)$$

3. Результаты и обсуждения

Конструкция муфеля нагружена внутренним избыточным давлением p = 0,037 МПа, весом муфеля 1100 кг и переменной температурой T. Длина цилиндрической оболочки L = 3,0 м с внешним диаметром 1,576 м. Толщина оболочки и крышки h = 8 мм. На рис. 3 показана расчетная схема муфеля.

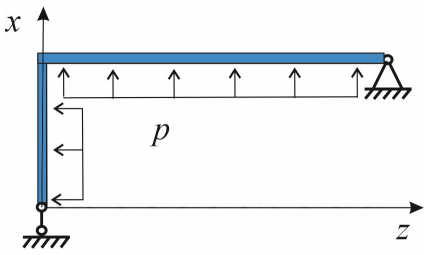


Рис. 3. Расчетная схема муфельной конструкции, находящейся под действием внутреннего давления

Fig. 3. Design diagram of a muffle construction subjected to internal pressure

Из этой расчетной схемы видно, что при x = 0 будет выполнятся r = 0 (r – радиус срединной поверхности оболочки). Это точка является особой точкой при исследований замкнутой по меридиану оболочки. Некоторые элементы в матрице A_m уравнения (1) содержат в знаменателе r. Поэтому проинтегрировать оболочку при наличии особой точки на круговой крышке невозможно. Однако существует простой прием, позволяющий обойти эту проблему – «выкалывание» особой точки, т. е. задавая условие x = 0,001, получим r = 0,001. Поскольку при x = 0 проинтегрировать систему уравнений (4) нельзя, граничные условия (2) устанавливаются с учетом реальной деформации плоской крышки муфеля. На левом торце муфеля ($s = s_0$; $x = 0,001$; $z = 0$) – шарнирно подвижная опора, принимаем $M_S = u_r = N_Z = 0$. В конце цилиндрической оболочки на правом торце ($s = s_L$; $x = 0,784$; $z = 3$) – шарнирно неподвижная опора, принимаем $M_S = u_r = u_Z = 0$.

Предельное состояние конструкции муфеля может наступить при экстремальном повышении давления p или температуры T. Ограничимся рассмотрением случая определения максимальной температуры эксплуатации муфеля, при которой наступает предельное состояние.

При интегрировании системы уравнений (4) радиус крышки делится на 40 шагов интегрирования и ортогонализации, а длина цилиндрической оболочки – на 120 шагов. Расчет проводился для различных температурных режимов эксплуатации муфеля от 20 до 500 °C при механических свойствах материала, приведенных в табл. 1.

На рис. 4 показано распределение меридиональных σ_s и окружных σ_θ напряжений, а также распределение интенсивности касательных напряжений S по меридиональной координате s при температуре эксплуатации 20 °C. Напряжения даны для внешней поверхности муфеля. Наиболее нагруженная точка конструкции муфеля находится на цилиндрической оболочке вблизи места соединения с крышкой.

Одним из способов оценки правильности численного решения задачи для оболочек может быть совпадение полученного напряженного состояния на участках оболочки вдали от краев с напряженным состоянием, вычисленным с использованием простых аналитических формул. Полученные напряжения в цилиндрической части муфеля сравнивались с напряжениями, вычисленными для цилиндрической оболочки, нагруженной внутренним давлением с использованием безмоментной теории [33]

$$\sigma_\theta = pR_{cp}/h = 3,72 \text{ МПа},$$
$$\sigma_s = pR_{cp}/2h = 1,86 \text{ МПа}, \qquad (14)$$

где R_{cp} – срединный радиус оболочки.

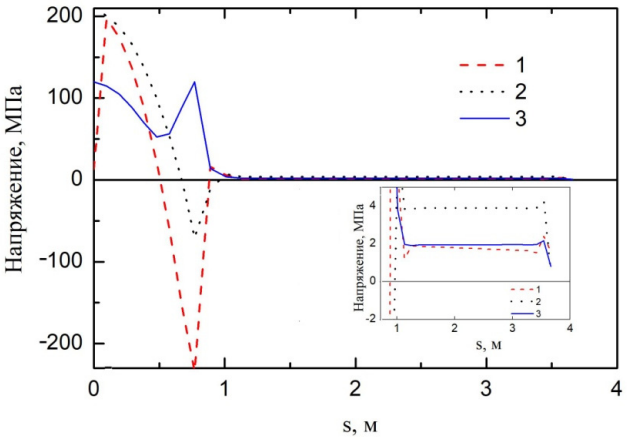


Рис. 4. Зависимость меридионального напряжения (кривая *1*), окружного напряжения (кривая *2*) и интенсивности касательных напряжений (кривая *3*) от координаты s

Fig. 4. Dependence of meridional stress (curve *1*), circumferential stress (curve *2*) and shear stress intensity (curve *3*) on coordinate s

Получено хорошее совпадение кольцевых и меридиональных напряжений (14) с напряжениями для цилиндрической части оболочки. Это видно на вставке рис. 4 в более крупном масштабе.

В табл. 3 приведены значения интенсивности касательных напряжений S для наиболее нагруженной точки муфеля – точки на цилиндрической оболочке вблизи с соединением с крышкой. Приведено по три значения S на внутренней, срединной и внешней поверхности оболочки: $\gamma = -h/2$, $\gamma = 0$, $\gamma = h/2$. Также в табл. 3 приведены значения интегральной интенсивности касательных напряжений в оболочке $S_h\sqrt{3}$, вычисленной с использованием соотношения (12), для температур до 500 °C.

Необходимо заметить, что при температуре 20 °C в наиболее нагруженной точке муфеля появляется пластическая деформация. Требуется 7 приближений (итераций) нелинейной краевой задачи, чтобы достигнуть решения с заданной точностью 0,01. При 500 °C требуется еще больше итераций – 34.

Поскольку для расчетов при температурах более 500 °C нет необходимой информации по механическим свойствам используемой стали муфеля, то для определения предельной способности его работы необходимо применять как методы интерполяции, так и экстраполяционные методы прогнозирования.

Таблица 3

Значения интенсивности касательных напряжений и интегральной интенсивности касательных напряжений (МПа)

Table 3

Values of the shear stress intensity and the integral intensity of shear stresses (MPa)

T, °C	$S(\gamma = -h/2)$	$S(\gamma = 0)$	$S(\gamma = h/2)$	$S_h\sqrt{3}$
20	120,28	2,39	120,22	137
200	126,13	2,28	126,07	144
300	119,95	2,39	119,91	137
400	91,64	2,64	91,54	104
500	82,01	5,97	81,89	96

При интерполяции и экстраполяции экспериментальных данных будем использовать метод нейронных сетей [34–37]. Моделирование с помощью нейронных сетей является многопараметрической задачей нелинейной оптимизации. Необходимые значения предельного сопротивления материала и прогнозируемые значения интенсивности касательных напряжений в интервале температур от 500 до 1100 °C определялись с применением одного из вариантов нейронных сетей. Этот метод представлен в последних версиях пакета символьной математики Wolfram Mathematica 11.3 и обладает возможностями для компьютерного обучения нейронных сетей. Использовалась трехслойная нейронная сеть с гиперболическим тангенсом в качестве функции активации.

Используя значения напряжения σ_{ult} из табл. 1 для температур до 1100 °C включительно, определялась интерполяционная функция предельного сопротивления материала $L_1 = \sigma_{ult}(T)$. График этой функции приведен на рис. 5 (кривая *1*). Используя значения напряжения $S_h\sqrt{3}$ из табл. 3 для температур до 500 °C, была определена экстраполяционная функция интегральной интенсивности касательных напряжений $L_2 = S_h(T)\sqrt{3}$ для температур более 500 °C. График функции дан на рис. 5 (кривая *2*).

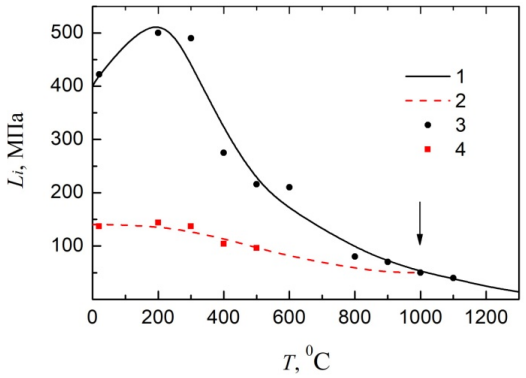


Рис. 5. Предел прочности материала L_1 (кривая *1*) и интегральная интенсивность касательных напряжений L_2 (кривая *2*) как функции температуры. Точками показаны значения из работы [30], а квадратами – из табл. 3. Стрелка указывает температуру предельного состояния

Fig. 5. The ultimate strength of the material L_1 (curve *1*) and the integral intensity of shear stresses L_2 (curve *2*) as functions of temperature. The dots show the values from [30] and the squares show the values of from Table 3. The downward arrow indicates the temperature of the limiting state

Учитывая принятый критерий разрушения для оболочки (13), можно найти температуру конструкции T^*: $L_1(T^*) = L_2(T^*)$, при которой она теряет свою несущую способность. Данная температура определяет наступление предельного состояния, при котором эксплуатация конструкции невозможна. Исходя из предложенной математической модели работы конструкции в экстремальных условиях эксплуатации, предельное состояние конструкции муфеля, судя по рис. 5, должно наступать при температуре T^* = 1000 °C.

Заключение

В работе предложен метод определения прочности и предельного состояния стальных тонкостенных конструкций при экстремальной термомеханической нагрузке. Метод основан на решении физически нелинейной краевой задачи для оболочки вращения. В отсутствии возможности экспериментально исследовать материал конструкции на все многообразие возможных сочетаний нагрузок различной физической природы, которые могут действовать на конструкцию при эксплуатации, в работе используются модельные представления в виде интерполяции и экстраполяции. При решении рассматриваемой задачи применяются модифицированные программы с открытым кодом, основанные на методе дискретной ортогонализации и методе прогнозирования с

использованием нейронных сетей. Метод демонстрируется на примере конструкции защитного муфеля для высокотемпературного отжига электролитической стали. При расчете на конструкцию муфеля действуют постоянные механические нагрузки от собственного веса, избыточного давления и теплового излучения. Для данных нагрузок определена максимальная температура 1000 °C, при которой наступает предельное состояние и эксплуатация муфеля недопустима. Получено удовлетворительное совпадение с реальной температурой муфеля при эксплуатации 1100 °C, при которой он полностью теряет свою несущую способность.

Библиографический список

1. Власов, В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В.З. Власов. – М.; Л.: Гостехиздат, 1949. – 784 с.
2. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судостроение, 1962. – 431 с.
3. Бидерман, В.Л. Механика тонкостенных конструкций / В.Л. Бидерман. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
4. Григоренко, Я.М. Методы расчета оболочек. Т. 4. Теория оболочек переменной жесткости / Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко. – Киев: Наук. думка, 1981. – 543 с.
5. Grigorenko, Ya.M. Some approaches to the solution of problems on thin shell with variable geometrical and mechanical parameters / Ya.M. Grigorenko, A.T. Vasilenko // Int. Appl. Mech. – 2002. – Vol. 38, no. 11. – P. 1309–1341.
6. Grigorenko, Ya.M. Using discrete Fourier series to solve boundary-value stress problems for elastic bodies with complex geometry and structure. deviator / Ya.M. Grigorenko // Int. Appl. Mech. – 2009. – Vol. 45, no. 5. – P. 469–513.
7. Ganeeva, M.S. Large deflections and stability of spherical segment under thermal and force loading / M.S. Ganeeva, V.E. Moiseeva, Z.V. Skvortsova // Lobachevskii J. Math. – 2019. – Vol. 40, no. 6. – P. 734–739.
8. Grigorenko, Ya.M. Stress state of non-thin nearly circular cylindrical shells made of continuously inhomogeneous materials / Ya.M. Grigorenko, O.Ya. Grigorenko, L.S. Rozhok // Int. Appl. Mech. – 2022. – Vol. 58, no. 3. – P. 381–388. DOI: 10.1007/s10778-022-01163-0
9. Илюшин, А.А. Пластичность / А.А. Илюшин. – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
10. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А.В. Кармишин, В.А. Лясковец, В.И. Мяченков, А.Н. Фролов. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
11. Шевченко, Ю.Н. Методы расчета оболочек. Т. 3. Теория упругопластических оболочек при неизотермических процессах нагружения / Ю.Н. Шевченко, И.В. Прохоренко. – Киев: Наук. думка, 1981. – 295 с.
12. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ / Ю.Н. Шевченко, М.Е. Бабешко, В.В. Пискун, И.В. Прохоренко, В.Г. Савченко. – Киев: Наук. думка, 1980. – 196 с.
13. Shevchenko, Yu.N. Thermoviscoelastoplastic processes in the deformation of elements of a solid / Yu.N. Shevchenko // Int. Appl. Mech. – 1994. – Vol. 30, no 3. – P. 165–183.
14. Shevchenko, Yu.N. The thermoviscoelastoplastic state of shells of revolution under axisymmetric deformation along various flat paths / Yu.N. Shevchenko, M.E. Babeshko // Int. Appl. Mech. – 2001. – Vol. 37, no. 8. – P. 967–997.
15. Babeshko, M.E. Elastoplastic stress–strain state of flexible layered shells made of isotropic and transversely isotropic materials with different moduli and subjected to axisymmetric loading / M.E. Babeshko, Yu.N. Shevchenko // Int. Appl. Mech. – 2007. – Vol. 43, no. 11. – P. 1208–1217.
16. Babeshko, M.E. Describing the thermoplastic deformation of compound shells under axisymmetric loading with allowance for the third invariant of the stress deviator / M.E. Babeshko, Yu.N. Shevchenko // Int. Appl. Mech. – 2011. – Vol. 46, no. 12. – P. 1362–1371.
17. ANSYS 10.0. Documentation. – Houston: Swanson Analysis Systems, 2005.
18. ABAQUS. Analysis user's Manual. Version 6.11. – ABAQUS, Inc, 2011.
19. Bucalem, M.L. Finite element analysis of shell structures / M.L. Bucalem, K.J. Bathe // ARCO. – 1997. – Vol. 4, no. 1. – P. 3–61. DOI: 10.1007/BF02818930
20. Mousa, A. A Shallow Shell Finite Element for the Linear and Non-linear Analysis of Spherical Shells / A. Mousa, M. Djoudi // IJCEE-IJENS. – 2015. – Vol. 15, no. 5. – P. 24–28.
21. Feumo, A.G. Finite Element Model for Linear Elastic Thick Shells Using Gradient Recovery Method / A.G. Feumo, R. Nzengwa, J. Nkongho Anyi // Mathematical Problems in Engineering. – 2017. – Vol. 2017, no. 2. – P. 1–14. DOI: 10.1155/2017/5903503
22. Petrolo, M. Best theory diagrams for multilayered structures via shell finite elements / M. Petrolo, E. Carrera // Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci. – 2019. – Vol. 6, no. 4. – P. 2–23. DOI: 10.1186/s40323-019-0129-8
23. Сухомлинов, Л.Г. Численное моделирование локально нагруженных через шпангоуты трехслойных композитных цилиндрических оболочек / Л.Г. Сухомлинов, М.В. Шиврин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 3. – С. 163–174. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.15
24. Рогожникова, Е.Н. Расчет НДС и оценка прочности сегментированной цилиндрической оболочки из композиционных материалов с металлическими вкладышами / Е.Н. Рогожникова, А.Н. Аношкин, Р.В. Бульбович // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 1. – С. 102–114. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.1.09
25. Емельянов, И.Г. Контактные задачи теории оболочек / И.Г. Емельянов. – Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – 185 с.
26. Годунов, С.К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / С.К. Годунов // Успехи математических наук. – 1961. – Т. 16, № 3. – С. 171–174.
27. Чупин, В.В. Исследование закритических деформаций пологих сферических панелей постоянной толщины / В.В. Чупин, Д.Е. Черногубов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2023. – Т. 15, № 3. – С. 55–61.
28. Емельянов, И.Г. Термодиффузионная задача наводороживания стальной оболочечной конструкции / И.Г. Емельянов, В.И. Миронов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 3. – С. 27–35.
29. Emel'yanov, I.G. Stressed state of a steel construction working in hydrogen containing environment / I.G. Emel'yanov, A.A. Polyakov, A.S. Hodak // J. of Phys.: Conf. Series. – 2019. – Vol. 1391. – P. 012027.

30. Марочник сталей и сплавов / А.С. Зубченко [и др.]; под ред. А.С Зубченко. – М.: Машиностроение, 2003. – 784 с.

31. Новожилов, В.В. Вопросы механики сплошной среды / В.В. Новожилов. – Л.: Судостроение, 1989. – 400 с.

32. Emelyanov, I.G. Strength analysis of thin-wall structures operating in aggressive environments for prolonged periods / I.G. Emelyanov, A.N. Kislov // Mat. Phys. and Mech. – 2022. – Vol. 50, no. 3. – P. 475–484. DOI: 10.18149/MPM.5032022_10

33. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.

34. Голубев, Ю.Ф. Нейросетевые методы в мехатронике / Ю.Ф. Голубев. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2007. – 157 с.

35. Aladjev, V.Z. Toolbox for Mathematica programmers / V.Z. Aladjev, V.A. Vaganov. – Seattle: An Amazon.com Company, 2016. – 630 p.

36. Lemzikov, A.V. Training artificial neural networks for predicting properties of steels / A.V. Lemzikov, S.P. Kundas // Informatika. – 2009. – Vol. 24, no. 4. – P. 101–111.

37. Prediction of strength properties of natural fiber-porous composites by neural networks / L. Yussupova, A. Sokolovskiy, S. Munasipov, L. Kulkaeva, M. Kunelbayev // Mat. Phys. and Mech. – 2021. – Vol. 47, no. 4. – P. 613–620. DOI: 10.18149/MPM.4742021_9

References

1. Vlasov V.Z. Obshchaya teoriya obolochek i yeye prilozheniya v tekhnike [General theory of shells and its applications in technology]. *Moscow, Gostekhizdat*, 1949, 784 p.

2. Novozhilov V.V. Teoriya tonkikh obolochek [Thin shell theory]. *Leningrad, Shipbuilding*, 1962, 431 p.

3. Biderman V.L. Mekhanika tonkostennykh konstruktsiy [Mechanics of thin-walled structures]. *Moscow, Mashinostroeniye*, 1977, 488 p.

4. Grigorenko Ya.M., Vasilenko A.T. Metody rascheta obolochek. T. 4. Teoriya obolochek peremennoy zhestkosti [Methods for calculating shells. Vol. 4. Theory of shells of variable stiffness]. *Kyiv, Nauk. dumka*, 1981, 543 p.

5. Grigorenko Ya.M., Vasilenko A.T. Some approaches to the solution of problems on thin shell with variable geometrical and mechanical parameters. *Int. Appl. Mech*., 2002, Vol. 38, No. 11, pp. 1309-1341.

6. Grigorenko Ya.M. Using discrete Fourier series to solve boundary-value stress problems for elastic bodies with complex geometry and structure. Deviator. *Int. Appl. Mech*., 2009, Vol. 45, No. 5, pp. 469-513.

7. Ganeeva M.S., Moiseeva V.E., Skvortsova Z.V. Large deflections and stability of spherical segment under thermal and force loading. *Lobachevskii J. Math.*, 2019, Vol. 40, No 6, pp. 734-739.

8. Grigorenko Ya.M., Grigorenko O.Ya., Rozhok L.S. Stress State of Non-Thin Nearly Circular Cylindrical Shells Made of Continuously Inhomogeneous Materials. *Int. Appl. Mech*., 2022, Vol. 58, No. 3, pp. 381-388. doi: 10.1007/s10778-022-01163-0.

9. Ilyushin A.A. Plastichnost [Plastic]. *Moscow, Gostekhizdat*, 1948, 376 p.

10. Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I., Frolov A.N. Statika i dinamika tonkostennykh obolochechnykh konstruktsiy [Statics and dynamics of thin-walled shell structures]. *Moscow, Mashinostroeniye*, 1975, 376 p.

11. Shevchenko Yu.N., Prokhorenko I.V. Metody rascheta obolochek. T. 3. Teoriya uprugo-plasticheskikh obolochek pri neizotermicheskikh protsessakh nagruzheniya [Methods for calculating shells. Vol. 3. Theory of elastic-plastic shells under non-isothermal loading processes]. *Kyiv, Nauk. dumka*, 1981, 295 p.

12. Shevchenko Yu.N., Babeshko M.E., Piskun V.V., Prokhorenko I.V., Savchenko V.G. Resheniye osesimmetrichnoy zadachi termoplastichnosti dlya tonkostennykh i tolstostennykh tel vrashcheniya na YES EVM [Solution of the axisymmetric problem of thermoplasticity for thin-walled and thick-walled bodies of revolution on a computer]. *Kyiv, Nauk. dumka*, 1980, 196 p.

13. Shevchenko Yu.N. Thermoviscoelastoplastic processes in the deformation of elements of a solid. *Int. Appl. Mech*., 1994, Vol. 30, No. 3, pp. 165-183.

14. Shevchenko Yu.N, Babeshko M.E. The thermoviscoelastoplastic state of shells of revolution under axisymmetric deformation along various flat paths. *Int. Appl. Mech*., 2001, Vol. 37, No. 8, pp. 967-997.

15. Babeshko M.E, Shevchenko Yu.N. Elastoplastic stress–strain state of flexible layered shells made of isotropic and transversely isotropic materials with different moduli and subjected to axisymmetric loading. *Int. Appl. Mech*., 2007, Vol. 43, No. 11, pp. 1208-1217.

16. Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N. Describing the thermoplastic deformation of compound shells under axisymmetric loading with allowance for the third invariant of the stress deviator. *Int. Appl. Mech*., 2011, Vol. 46, No. 12, pp. 1362-1371.

17. ANSYS 10.0. Documentation. *Houston, Swanson Analysis Systems*, 2005.

18. ABAQUS. Analysis user's Manual. Version 6.11. *ABAQUS, Inc*, 2011.

19. Mousa A., Djoudi M. A Shallow Shell Finite Element for the Linear and Non-linear Analysis of Spherical Shells. *IJCEE-IJENS*, 2015, Vol. 15, No. 5, pp. 24-28.

20. Bucalem M.L., Bathe K.J. Finite element analysis of shell structures. *ARCO*, 1997, Vol. 4, No. 1, pp. 3-61. doi: 10.1007/BF02818930.

21. Feumo A.G., Nzengwa R., Nkongho Anyi J. Finite Element Model for Linear Elastic Thick Shells Using Gradient Recovery Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, Vol. 2017, No. 2, pp. 1-14. doi: 10.1155/2017/5903503.

22. Petrolo, M., Carrera, E. Best theory diagrams for multilayered structures via shell finite elements. *Adv. Model. and Simul. in Eng*. Sci., 2019, Vol. 6, No. 4, pp. 2-23. doi: 10.1186/s40323-019-0129-8.

23. Sukhomlinov L.G., Shivrin M.V. Chislennoye modelirovaniye lokal'no nagruzhennykh cherez shpangouty trekhsloynykh kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek [The numerical simulation of composite sandwich cylindrical shells reinforced with circular frames under local loadings]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, No. 3, pp. 163-174. doi: 10.15593/perm.mech/2021.3.15.

24. Rogozhnikova E.N., Anoshkin A.N., Bulbovich R.V. Raschet NDS i otsenka prochnosti segmentirovannoy tsilindricheskoy obolochki iz kompozitsionnykh materialov s metallicheskimi vkladyshami [Calculation of VAT and assessment of the strength of a segmented cylindrical shell made of composite materials with metal inserts]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2022, No. 1, pp. 102-114. doi: 10.15593/perm.mech/2022.1.09.

25. Emel'yanov I.G. Kontaktnyye zadachi teorii obolochek [Contact problems of shell theory]. *Ekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences*, 2009, 185 p.

26. Godunov S.K. O chislennom reshenii kraevyh zadach dlya sistem obyknovennyh linejnyh differencial'nyh uravnenij [On the numerical solution of boundary value problems for systems of

ordinary linear differential equations]. *Uspekhi matematicheskih nauk*, 1961, Vol. 16, No. 3, pp. 171-174.

27. Chupin V.V., Chernogubov D.E. Issledovaniye zakriticheskikh deformatsiy pologikh sfericheskikh paneley postoyannoy tolshchiny [Study of supercritical deformations of flat spherical panels of constant thickness]. *SUSU Bulletin, series Mathematics. Mechanics. Physics*, 2023, Vol. 15, No. 3, pp. 55-61.

28. Emel'yanov I.G., Mironov V.I. Termodiffuzionnaya zadacha navodorozhivaniya stal'noy obolochechnoy konstruktsii [A thermaldiffusion problem of hydrogenation of a steel shell structure]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, No. 3, pp. 27-35.

29. Emel'yanov I.G., Polyakov A.A., Hodak A.S. Stressed state of a steel construction working in hydrogen containing environment. *J. of Phys.: Conf. Series*, 2019, Vol. 1391, pp. 012027.

30. Zubchenko A.S., et al. Marochnik staley i splavov [Brand of steels and alloys]. *Moscow, Mashinostroeniye*, 2003, 784 p.

31. Novozhilov V.V. Voprosy mekhaniki sploshnoy sredy [Questions of continuum mechanics]. *Leningrad, Shipbuilding*, 1989, 400 p.

32. Emelyanov I.G., Kislov A.N. Strength analysis of thin-wall structures operating in aggressive environments for prolonged periods. *Mat. Phys. and Mech*., 2022, Vol. 50, No. 3, pp. 475-484. doi: 10.18149/MPM.5032022_10.

33. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov [Handbook of strength of materials]. *Kyiv, Nauk. dumka*, 1988, 736 p.

34. Golubev Yu.F. Neyrosetevyye metody v mekhatronike [Neural network methods in mechatronics]. *Moscow, Publishing house Mosk. university*, 2007, 157 p.

35. Aladjev V.Z., Vaganov V.A. Toolbox for Mathematica programmers. *Seattle, An Amazon.com Company*, 2016, 630 p.

36. Lemzikov A.V., Kundas S.P. Training artificial neural networks for predicting properties of steels. *Informatika.*, 2009, Vol. 24, No. 4, pp. 101-111.

37. Yussupova L., Sokolovskiy A., Munasipov S., Kulkaeva L., Kunelbayev M. Prediction of strength properties of natural fiber-porous composites by neural networks. *Mat. Phys. and Mech*., 2021, Vol. 47, No. 4, pp. 613-620. doi: 10.18149/MPM.4742021_9.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.
Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Вклад авторов равноценен.

Funding. The study was not sponsored.
Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.
The contribution of the authors is equivalent.