ISSN 2712-8008
Том / Volume 26 №1 2026
Домашняя страница журнала: http://vestnik.pstu.ru/geo/
НЕДРОПОЛЬЗОВАНИЕ

УДК 622 + 539.42
Статья / Article
© ПНИПУ / PNRPU, 2026

Изменение морфологии микротрещин при нагружении горных пород

Е.Е. Дамаскинская[1], В.Л. Гиляров[1], Ю.С. Кривоносов[2], А.В. Бузмаков[2], В.Е. Асадчиков[2]

[1]Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе (Российская Федерация, 194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26)
[2]Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» (Российская Федерация, 119333, г. Москва, Ленинский пр., 59)

Changes in the morphology of microcracks under rock loading

Ekaterina E. Damaskinskaya[1], Vladimir L. Hilarov[1], Yuriy S. Krivonosov[2], Alexey V. Buzmakov[2], Victor E. Asadchikov[2]

[1]Ioffe Physical-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences (26 Politechnicheskaya st., St. Petersburg, 194021, Russian Federation)
[2]National Research Center "Kurchatov Institute" (59 Leninsky av., Moscow, 119333, Russian Federation)

Получена / Received: 01.08.2025. Принята / Accepted: 08.12.2025. Опубликована / Published: 12.01.2026

Ключевые слова:
разрушение горных пород, морфология микротрещин, рентгеновская компьютерная микротомография, эволюция дефектов, компьютерное моделирование, метод дискретных элементов, фрактальная размерность.

В работе выполнено прямое наблюдение и анализ морфологии микротрещин, образующихся в образце горной породы под действием одноосной сжимающей нагрузки. В качестве материала для исследований были выбраны песчаник Berea и гранит Westerly. Образцы имели цилиндрическую форму (d = 10 мм, h = 20 мм). Для детектирования дефектов в объеме использовалась рентгеновская компьютерная микротомография. Особенность проводимых экспериментов состоит в том, что выполнялась томографическая съемка образца, находящегося под действием нагрузки. Для этого было разработано специальное переносное нагрузочное устройство, которое обеспечивало необходимую нагрузку, помещалось в камеру томографа и не препятствовало измерению. Томографические измерения были выполнены на конусно-лучевом рентгеновском микротомографе «МИКРОТОМ», разработанном и созданном в НИЦ «Курчатовский институт». На основе анализа томографических изображений вычислены фрактальная размерность (с помощью метода box counting) и относительный объем микротрещин на трех этапах нагружения. Установлено, что оба параметра увеличиваются по мере возрастания нагрузки. Построены трехмерные модели дефектной структуры, которые иллюстрируют изменение морфологии магистральной трещины. Установлено, что на финальной стадии разрушения морфология трещин, образовавшихся в песчанике Berea и граните Westerly, одинакова. С помощью модели дискретных элементов проведены численные эксперименты по разрушению образцов гетерогенных материалов. Исследовано изменение корреляционной фрактальной размерности кластеров дефектов в процессе их роста. Компьютерные эксперименты позволили выявить детали образования фрактальных структур магистральных трещин. Хорошее согласие результатов лабораторного и компьютерного эксперимента позволяет говорить об адекватности предложенной модели и ее способности описывать структуру развивающейся трещины.

Keywords:
rock destruction, microcrack morphology, X-ray computed microtomography, defect evolution, computer modeling, discrete element method, fractal dimension.

This study directly observed and analyzed the morphology of microcracks forming in a rock specimen under uniaxial compressive loading. Berea sandstone and Westerly granite were chosen as the study materials. The specimens had a cylindrical shape (d = 10 mm, h = 20 mm). X-ray computed microtomography was used to detect defects in the volume. A unique feature of the experiments was that the tomographic imaging was performed while the specimen was under load. A special portable loading device was developed for this purpose. It provided the required load, was placed in the tomograph chamber, and did not interfere with the measurements. Tomographic measurements were performed on a MICROTOM cone-beam X-ray microtomograph, developed and manufactured at the National Research Center "Kurchatov Institute". Based on the analysis of tomographic images, the fractal dimension (using the box counting method) and the relative volume of microcracks at three loading stages were calculated. It was found that both parameters increase with increasing load. Three-dimensional models of the defect structure were constructed, which illustrate the change in the morphology of the main crack. It was established that at the final stage of failure, the morphology of cracks formed in Berea sandstone and Westerly granite is similar. Using the discrete element model, numerical experiments on the failure of heterogeneous material specimens were conducted. Changes in the correlation fractal dimension of defect clusters during their growth were studied. Computer experiments made it possible to identify details of the formation of fractal structures of main cracks. Good agreement between the results of the laboratory and computer experiments allows us to conclude that the proposed model is adequate and capable of describing the structure of a developing crack.

Дамаскинская Екатерина Евгеньевна (Author ID in Scopus: 6508118860, ORCID: 0000-0001-6328-0917) – кандидат физико-математических наук, e-mail: Kat.Dama@mail.ioffe.ru. Контактное лицо для переписки.
Гиляров Владимир Леонович (Author ID in Scopus: 56436547900, ORCID: 0000-0002-9211-6144) – доктор физико-математических наук, e-mail: Vladimir.Hilarov@mail.ioffe.ru.
Кривоносов Юрий Станиславович (Author ID in Scopus: 6602881838, ORCID: 0000-0001-7229-4595) – кандидат физико-математических наук, e-mail: krivonosov.y@crys.ras.ru.
Бузмаков Алексей Владимирович (Author ID in Scopus: 8624310500, ORCID: 0000-0003-0539-5606) – доктор физико-математических наук, e-mail: buzmakov@crys.ras.ru.
Асадчиков Виктор Евгеньевич (Author ID in Scopus: 7004211938, ORCID: 0000-0003-3602-7582) – доктор физико-математических наук, e-mail: asad@crys.ras.ru.

Ekaterina E. Damaskinskaya (Author ID in Scopus: 6508118860, ORCID: 0000-0001-6328-0917) – PhD, e-mail: Kat.Dama@mail.ioffe.ru. The contact person for correspondence.
Vladimir L. Hilarov (Author ID in Scopus: 56436547900, ORCID: 0000-0002-9211-6144) – Doctor of Science, e-mail: Vladimir.Hilarov@mail.ioffe.ru.
Yuriy S. Krivonosov (Author ID in Scopus: 6602881838, ORCID: 0000-0001-7229-4595) – PhD, e-mail: krivonosov.y@crys.ras.ru.
Alexey V. Buzmakov (Author ID in Scopus: 8624310500, ORCID: 0000-0003-0539-5606) – Doctor of Science, e-mail: buzmakov@crys.ras.ru.
Victor E. Asadchikov (Author ID in Scopus: 7004211938, ORCID: 0000-0003-3602-7582) – Doctor of Science, e-mail: asad@crys.ras.ru.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:
Изменение морфологии микротрещин при нагружении горных пород / Е.Е. Дамаскинская, В.Л. Гиляров, Ю.С. Кривоносов, А.В. Бузмаков, В.Е. Асадчиков // Недропользование. – 2026. – Т.26, №1. – С. 22–29. DOI: 10.15593/2712-8008/2026.1.2

Please cite this article in English as:
Damaskinskaya E.E., Hilarov V.L., Krivonosov Yu.S., Buzmakov A.V., Asadchikov V.E. Changes in the morphology of microcracks under rock loading. *Perm Journal of Petroleum and Mining Engineering*, 2026, vol.26, no.1, pp. 22-29. DOI: 10.15593/2712-8008/2026.1.2

Введение

Накоплен значительный объем экспериментальных данных, свидетельствующих о том, что разрушение горных пород на разных уровнях – начиная от небольших образцов размером в несколько сантиметров и заканчивая крупными природными явлениями (горными ударами и землетрясениями) – представляет собой сложный многостадийный процесс, протекающий одновременно в пространстве и времени [1–10]. В лабораторных экспериментах установлено, что разрушение горных пород связано с образованием и развитием дефектной структуры – системы микротрещин, появляющихся и растущих под воздействием механической силы. В ряде исследований изучалось влияние структуры материала на особенности геометрии макротрещины, например [11; 12].

Цель настоящего исследования заключается в непосредственном изучении и детальном анализе изменений, происходящих в образцах природного гетерогенного материала (горной породы) под влиянием одноосного сжатия. Наиболее эффективным инструментом для решения поставленной задачи является рентгеновская компьютерная микротомография, поскольку именно этот метод позволяет визуализировать внутренние дефекты и определить их геометрические параметры, сохраняя при этом целостность исследуемого образца.

Исследования, проведенные авторами работ [13–22], применяли метод рентгеновской компьютерной микротомографии для изучения образования и эволюции микротрещин, возникающих под действием механических напряжений. Обычно съемка осуществлялась либо после окончания механических тестов, либо последовательно после каждого этапа нагружения [14–16; 23]. Важно отметить, что в процессе сканирования образцы находились вне условий механического нагружения.

В работах [18; 24; 25] представлены случаи, когда томографическое исследование проводилось непосредственно при воздействии нагрузки на образец. Авторы зафиксировали постепенное формирование и распространение системы трещин по мере повышения уровня напряжения. Тем не менее, подробного количественного анализа динамики появления и расширения трещин проведено не было.

Томографические исследования предоставляют возможность анализировать форму и расположение трещин, однако для понимания фундаментальных физических причин возникновения разрушения необходимы знания о локальных значениях механических характеристик, таких как деформации и напряжения. Современные экспериментальные методы пока не способны обеспечить измерения указанных локальных величин. В связи с этим, для выявления закономерностей разрушения широко применяются методы компьютерного моделирования. Большинство ранее предложенных компьютерных моделей (например, [26]), используемых для описания механического поведения горных пород, основаны на представлениях механики сплошных сред, которые не позволяют явно учесть образование дефекта (нарушение сплошности).

Однако для понимания физических закономерностей образования и эволюции дефектов (трещин), наиболее адекватными являются модели, основанные на методе дискретных элементов (Discrete Element Method – DEM) [27–31]. Модель дискретных элементов позволяет явно учитывать локальные нарушения сплошности в процессе деформирования, естественным образом имитируя образование и развитие трещин.

Таблица 1

Минеральный состав песчаника Berea

Минерал	Quartz (кварц)	Plagioglase (плагиоклаз)	K-feldspar (полевой шпат)	Kaolinite (каолинит) (силикат алюминия)	Calcite (кальцит) $CaCO_3$
Состав, %	85–90	1–2	3–6	2–6	6–8
Плотность, кг/м^3	2600–2650	2620–2760	2560	2600	2710

Таблица 2

Минеральный состав гранита Westerly

Минерал	Quartz (кварц)	Plagioglase (плагиоклаз)	K-feldspar (полевой шпат)	Biotite (биотит)	Muscovite (мусковит)
Состав, %	28	33	33	3,5	1,9
Плотность, кг/м^3	2600–2650	2620–2760	2560	2800–3400	2760–3100

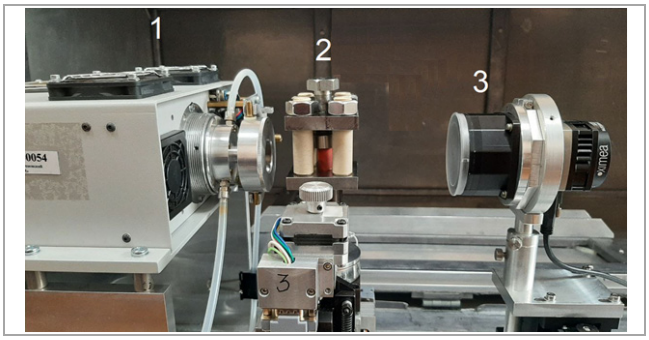


Рис. 1. Экспериментальная установка. Рентгенооптическая часть рентгеновского микротомографа «МИКРОТОМ»:
1 – источник; *2* – нагрузочное устройство с образцом;
3 – детектор

В настоящей работе проведено сравнение особенностей формирования магистральной трещины в рамках численного моделирования разрушения, выполненного методом дискретных элементов, с результатами лабораторных экспериментов.

Эксперимент

В качестве материала для исследований были выбраны песчаник Berea с характерным размером зерна 20 мкм [32] и гранит Westerly со средним размером зерна 0,75 мм [33; 34]. Минеральный состав песчаника приведен в табл. 1, гранита – в табл. 2.

Торцы образцов дополнительно шлифовались для обеспечения их плоскопараллельности. Боковая поверхность образцов перед экспериментами фиксировалась с помощью термоусадочного материала для предотвращения рассыпания в процессе деформирования.

Особенностью проведенных экспериментов является выполнение томографических исследований образцов непосредственно в условиях действующего механического нагружения. Специально для этих целей было разработано мобильное нагрузочное устройство, показанное на рис. 1. Оно позволяло создавать необходимые механические усилия, оставаясь при этом прозрачным для рентгеновского излучения, что обеспечивало возможность успешного проведения томографических измерений.

Томографические измерения были выполнены на конусно-лучевом рентгеновском микротомографе «МИКРОТОМ», разработанном и созданном в НИЦ «Курчатовский институт» [35]. На рис. 1 приведена фотография оптической части микротомографа с установленной на нем нагрузочной ячейкой и

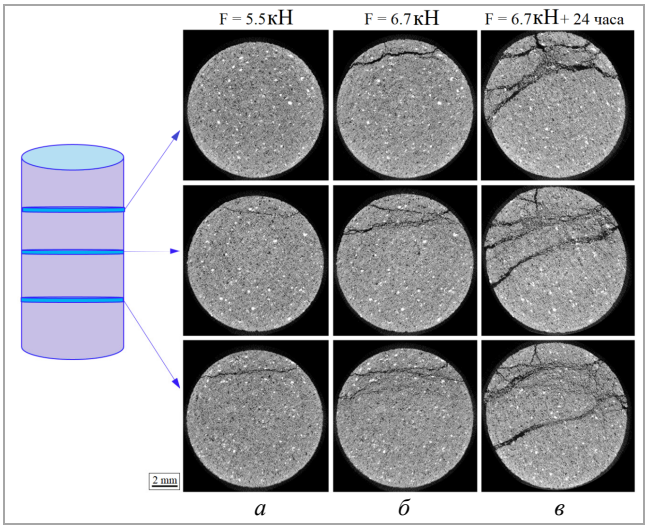


Рис. 2. Распределение рентгенооптической плотности в сечениях образца песчаника, расположенных в верхней, центральной и нижней частях, после первого (*а*), второго (*б*) и третьего (*в*) этапов нагружения

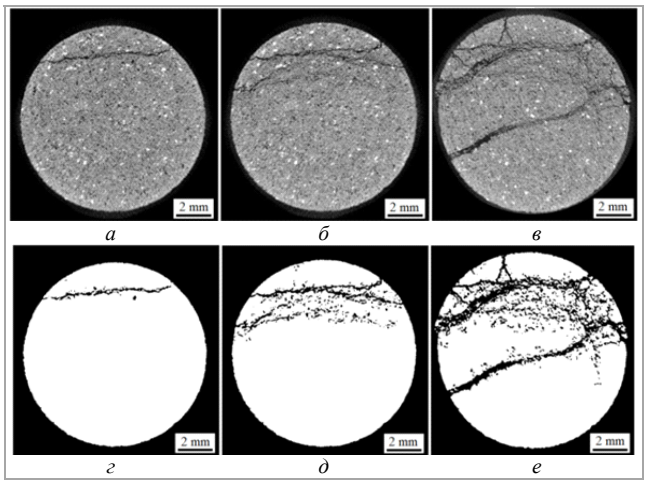


Рис. 3. Томографические сечения образца песчаника (на одной и той же высоте) в градациях серого (сверху) и соответствующие им бинарные изображения (снизу) после каждого этапа нагружения: *а*, *г* – 1-й этап; *б*, *д* – 2-й этап; *в*, *е* – 3-й этап

образцом. В томографе используется микрофокусный полихроматический рентгеновский источник с прострельным анодом из молибдена и размером фокусного пятна 15–20 мкм. Для эксперимента было выбрано ускоряющее напряжение 80 кВ. Томографические проекции образца, измеренные под разными углами, регистрировали рентгеновским детектором XIMEA с матрицей размером 2968 × 5056 элементов и размером пикселя 8,5 мкм. Эксперименты проводили в следующей геометрии: расстояние источник – образец 50 мм и источник – детектор 150 мм, геометрическое увеличение M = 3,0. В каждом эксперименте регистрировали 720 проекций в диапазоне углов 360°. Восстановление трехмерных изображений объектов выполняли с помощью FDK алгоритма [36]. Чтобы уменьшить «эффект чаши», который является артефактом и возникает вследствие «ужесточения» полихроматического пучка при прохождении через образец, между источником и образцом устанавливали Al-фильтр толщиной 0,36 мм для образца песчаника Berea и Cu-фильтр толщиной 0,05 мм для гранита Westerly. Кроме этого, для полного устранения чашевидного артефакта к исходным нормированным и логарифмированным синограммам применяли процедуру автоматической гамма-коррекции, описанной в работе [37]. С учетом предложенной геометрии эксперимента томография была выполнена не для всего образца целиком, а для его центральной части высотой 7 мм.

Эксперимент проходил в несколько этапов. На первом этапе образец песчаника Berea подвергался одноосному сжатию в мобильном устройстве до нагрузки 5,5 кН. Затем устройство с образцом помещали в томограф и проводили съемку. На втором этапе нагрузку увеличивали до 6,7 кН и вновь проводили съемку. Затем образец выдерживали 24 ч под нагрузкой. Далее, при попытке еще увеличить нагрузку образец потерял устойчивость. После чего была выполнена финальная томографическая съемка.

В экспериментах с гранитом Westerly мы не наблюдали поэтапного роста магистральной трещины, то есть до нагрузки 18 кН трещин в образце не было обнаружено. При достижении указанной нагрузки образовалась магистральная трещина, представляющая собой систему трещин. Далее будут описаны морфологические параметры этой трещины.

Важно подчеркнуть, что в течение эксперимента образцы все время находились под действием нагрузки.

Результаты и обсуждение

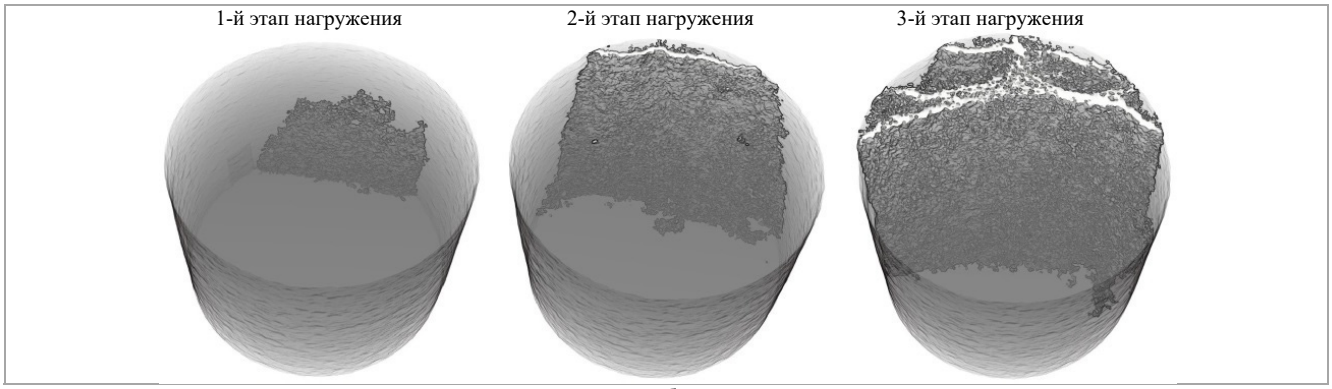
Лабораторный эксперимент. В данных экспериментах контраст связан с поглощением рентгеновских лучей при прохождении через объект исследования. После томографической реконструкции получаются картины распределения рентгенооптической плотности в различных горизонтальных сечениях образца. Градации серого соответствуют различной рентгенооптической плотности материала. Черные линии – трещины.

На рис. 2 показаны сечения образца песчаника Berea, полученные на трех этапах нагружения. Видно, что после первого этапа нагружения трещина проходит не через весь образец (рис. 2, *а*). Увеличение нагрузки привело к распространению трещины (рис. 2, *б*). Выдержка в течение суток при нагрузке 6,7 кН привела к тому, что образец потерял устойчивость. Хорошо видно, что трещина стала еще более разветвленной (рис. 2, *в*).

Для сегментации трещин, образовавшихся в образце, выполнялась бинаризация томограмм с использованием глобального порога. На рис. 3, *а*–*в*, представлены томографические сечения образца, сделанные на одной и той же высоте в нижней части образца после каждого этапа нагружения, а также соответствующие им итоговые бинарные изображения (рис. 3, *г*–*е*), на основе которых далее был выполнен расчет параметров трещин.

Для дальнейшего анализа морфологии системы трещин были вычислены фрактальная размерность и относительный объем. В работах [15; 16; 18; 19] вычислялась фрактальная размерность трещин или пор. Было показано, что фрактальная размерность чувствительна к степени гетерогенности материала, к виду напряженного состояния. В данной работе в качестве количественной характеристики дефектной структуры была выбрана фрактальная размерность, которая вычислялась методом box counting (BCM) [16; 39–42]. По существу, это размерность D_0 из набора фрактальных размерностей Реньи [43]. Применив этот метод, мы рассчитали фрактальную размерность трехмерных поверхностей трещин на основе трехмерных моделей реконструкции трещин.

Установлено, что после 1-го этапа нагружения (при нагрузке 5,5 кН) фрактальная размерность трещины



а *б* *в*

Рис. 4. Трехмерная визуализация системы микротрещин после трех этапов нагружения образца песчаника

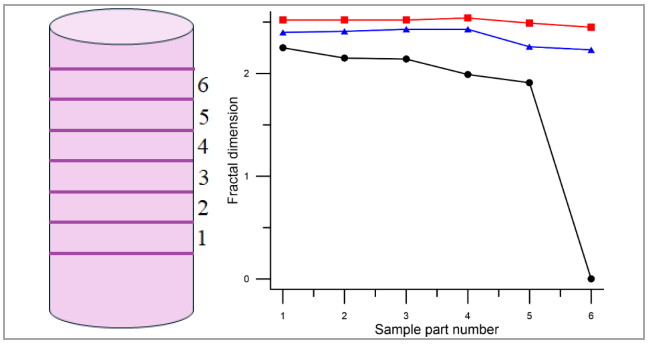


Рис. 5. Значения фрактальной размерности системы трещин в различных частях образца песчаника после 1-го (черная линия), 2-го (синяя линия) и 3-го (красная линия) этапов нагружения

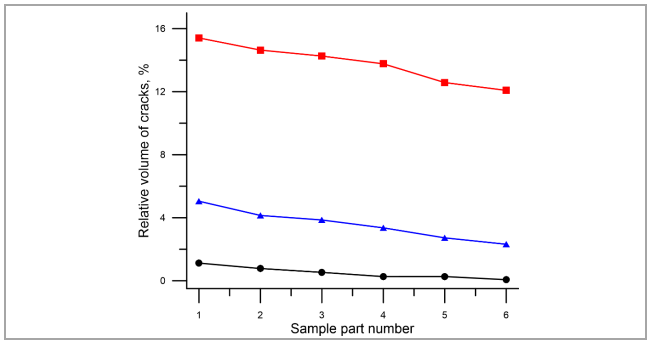


Рис. 6. Значения относительного объема системы трещин в различных частях образца песчаника после 1-го (черная линия), 2-го (синяя линия) и 3-го (красная линия) этапов нагружения

равна 1,8. Это означает, что трещина является ажурной и близкой по размерности к плоскости. Увеличение нагрузки до 6,7 кН приводит к развитию трещины – фрактальная размерность увеличивается до 2,3. На третьем этапе деформирования значение фрактальной размерности достигает величины 2,6. И действительно, видно, что форма трещины становится более разветвленной и занимает, практически, весь объем образца. Это наглядно иллюстрирует трехмерная визуализация системы микротрещин, построенная по результатам томографии (рис. 4). Темно-серые объекты сложной геометрической формы внутри образца – образовавшиеся трещины.

Затем был выполнен детальный анализ морфологии системы трещин. Для этого весь набор томографических срезов разделили на шесть частей (sample part) по высоте образца, каждая часть содержит 130 томографических срезов, что соответствует ~1,3 мм. На рис. 5 показаны значения фрактальной размерности трещин, вычисленные в каждой части образца на трех этапах нагружения.

Видно, что после первого этапа в верхней части (sample part 6), где трещина еще не образовалась, фрактальная размерность, как и должно быть, равна 0. Далее (sample part 4, 5) фрактальная размерность трещины меньше 2, то есть трещина является ажурной. Ближе к нижнему основанию образца (sample part 1–3) фрактальная размерность трещины больше 2.

После второго этапа нагружения система трещин распространилась (проросла) через весь образец. В верхней части фрактальная размерность близка к 2 (2,3–2,4), то есть трещина имеет форму плоскости. После третьего этапа нагружения фрактальная размерность во всех частях образца достигла значения около 2,5.

Кроме того, вычислялся относительный объем трещины, значения которого показаны на рис. 6. Отчетливо видно, что объем, занимаемый трещиной, растет. Средний относительный объем составляет 0,5, 3,6 и 13,8 % после 1, 2 и 3 этапов нагружения соответственно. Это является еще одним подтверждением того факта, что система трещин постепенно распространяется на весь объем образца.

Подобную картину мы наблюдали и в экспериментах с образцами гранита Westerly. На рис. 7, *а*, показан пример 3D-визуализации системы трещин, образующих магистральную трещину.

Так же, как в экспериментах с песчаником Berea, были вычислены фрактальная размерность системы трещин и относительный объем в отдельных частях образца гранита Westerly. Значения этих параметров приведены на рис. 7, *б*, *в*. Видно, что в различных частях образца фрактальная размерность, практически, одинаковая. Фрактальная размерность всей системы трещин равна 2,46, то есть трещина «стремится» занять весь объем образца. Относительный объем системы трещин равен 16,3 %.

Таким образом, анализ данных экспериментов по деформированию образцов песчаника Berea и гранита Westerly показал, что морфология трещин (на финальной стадии) одинакова: практически равны фрактальная размерность и относительный объем. Этот результат можно интерпретировать следующим образом: материл образца и его дефектная структура (совокупность трещин) находятся в состоянии самоорганизованной критичности. В этом состоянии конкретная структура материала не влияет на морфологию трещин.

Компьютерное моделирование разрушения методом дискретных элементов. Для того чтобы выявить связь локальных параметров, которые не могут быть измерены экспериментально, с макроскопическими

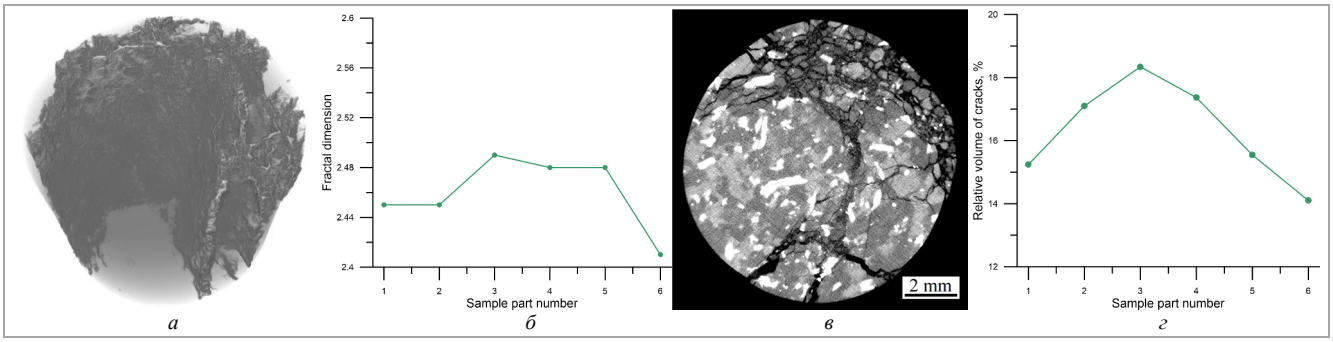


Рис. 7. Трехмерная визуализация системы микротрещин, образовавшихся в граните Westerly и центральное поперечное томографическое сечение образца (*а*); фрактальная размерность (*б*) и относительный объем (*в*) системы трещин в различных частях образца

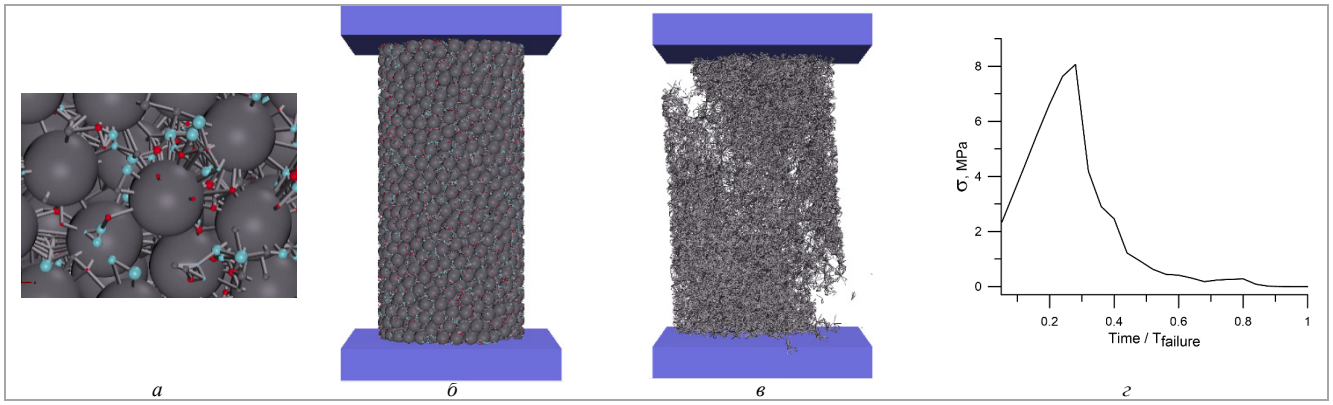


Рис. 8. Компьютерное моделирование: *а* – структура модельного образца: различные материалы показаны разным цветом (ортоклаз – серый; олигоклаз – красный; кварц – голубой). Сферы – частицы, цилиндры – связи; *б* – целый образец в начальный момент времени (плиты моделируют пуансоны пресса); *в* – разрушенный образец; *г* – изменение напряжения на образце в компьютерном эксперименте. Ось абсцисс - нормированное время эксперимента. ($T_{failure}$ – момент времени, в который образец разделился на части)

проявлениями ранее построена компьютерная модель разрушения гетерогенного материала. Модель основана на методе дискретных элементов (DEM) и подробно описана в [44]. В этом методе материал дискретизируется на отдельные независимые элементы различной формы, называемые частицами. В качестве частиц могут выступать зерна минералов, частицы порошков и другие отдельности. В местах соприкосновения частиц возникают контакты. Второй закон Ньютона используется для определения поступательного и вращательного движения каждой частицы, в то время как уравнение состояния материала для каждой связи используется для обновления контактных сил, возникающих из относительного движения в каждом контакте. В настоящей работе применялись Гуковские (упругие) связи конечной прочности на сдвиг и растяжение.

Мы использовали модель связанных частиц (BPM – bonded particle model) [45], которая помогает детально изучить эволюцию дефектов. Расчеты методом дискретных элементов производились в свободно распространяемом пакете программ MUSEN [46]. Модель материала (горной породы) – сферические частицы одного или разных размеров, которые имитируют зерна, и связи между частицами, которые имитируют межзеренные границы.

В модели BPM зарождение трещин определяется разрывом связей между частицами, а их распространение – слиянием множества разорванных связей. Для того чтобы получить трещину из набора связей, разорвавшихся от начала эксперимента до определенного времени, необходима процедура кластеризации (объединение разорванных связей согласно выбранному алгоритму, что будет описано далее). Таким образом, под дефектами в данной работе понимаются кластеры разорванных связей.

Схема компьютерного эксперимента аналогична описанной в работе [44]. Моделировалось одноосное сжатие: образец помещался в виртуальный пресс, нижняя плита которого была неподвижна, а верхняя перемещалась вниз с постоянной скоростью (см. рис. 6). Эксперимент заканчивался, когда образец разделялся на части. В процессе эксперимента через равные промежутки времени – интервал сохранения данных – записывался большой набор механических параметров, который использовался для дальнейшего анализа. В настоящей работе такими параметрами были координаты центров связей, разорванных в процессе деформирования образца, и времена разрыва этих связей. Интервал сохранения данных выбирался исходя из условия стационарности процесса на его протяжении.

Были проведены численные эксперименты с различными по структуре образцами. Варьировались материал и размеры частиц, материал и диаметр связей. Во всех случаях удалось обнаружить общие закономерности фрактальных свойств очагов разрушения (магистральных трещин) [47]. В данной работе эти результаты приведены на примере одного типа образцов.

В модели, так же как и в лабораторном эксперименте, образцы имеют форму цилиндров диаметром 10 мм и высотой 20 мм. Цилиндр заполняется сферическими частицами из кварца, ортоклаза и олигоклаза (число частиц 33 670). Размеры частиц представляют собой набор величин со средним значением 0,08 мм и стандартным отклонением 0,025 мм, полученный генератором случайных чисел с нормальным распределением. Диаметр одной из фракций ортоклаза

увеличен на порядок для повышения степени гетерогенности. Все связи имеют свойства ортоклаза, диаметр 0,04 мм. Схематично фрагмент структуры данного образца показан на рис. 8, *а*.

На рис. 8, *г*, показано изменение напряжения в процессе эксперимента. Видно, что данный образец разрушился хрупко, что характерно для песчаника.

Для исследования эволюции дефектов была проведена кластеризация разорванных связей с помощью алгоритма DBSCAN (Density-based spatial clustering of applications with noise [48]), который выполняет кластеризацию на основе плотности составляющих кластер объектов.

Кластеризация связей, разорвавшихся от начала нагружения до момента времени t_n, позволяет получить картину трещин, которые образовались к моменту t_n. При этом размер трещины принимается равным числу связей, объединенных в данный кластер.

В компьютерных экспериментах, так же как и в лабораторных, мы изучали фрактальные свойства магистральной трещины. Фрактальная размерность вычислялась исходя из пространственного расположения связей, образующих трещину в различные моменты времени.

В качестве основной характеристики рассматривается корреляционная фрактальная размерность D_2, рассчитанная на основании корреляционной функции Грассбергера и Прокаччи [49] (корреляционного интеграла):

$$C(r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=j+1}^{N} H(r - r_{ij}). \qquad (1)$$

Здесь r_{ij} – расстояние между парой разорванных связей, в качестве координат которых выбирались координаты их центров; N – число анализируемых разрывов; H – функция Хевисайда, равная единице, если ее аргумент неотрицателен, и равная нулю в противоположном случае. Таким образом, функция (1) равна числу пар событий, расстояние между которыми не превосходит r. Если рассматриваемая система обладает масштабной инвариантностью, зависимость $C(r) \propto r^d$, то есть представляет собой степенную функцию с показателем степени, равным фрактальной размерности множества. Размерность d в этом случае называется корреляционной фрактальной размерностью. Как показано в [49; 50], эта величина равна размерности D_2 из набора фрактальных размерностей Реньи [50].

Изменение фрактальной размерности максимального кластера в процессе компьютерного эксперимента показано на рис. 9. В начале трещина представляет собой дефект, близкий к плоскому, с фрактальной размерностью ($D_2 \sim 2$). Его рост приводит к тому, что разрушение захватывает все больший объем, что сопровождается увеличением фрактальной размерности. Более детально развитие магистральной трещины описано нами в [51].

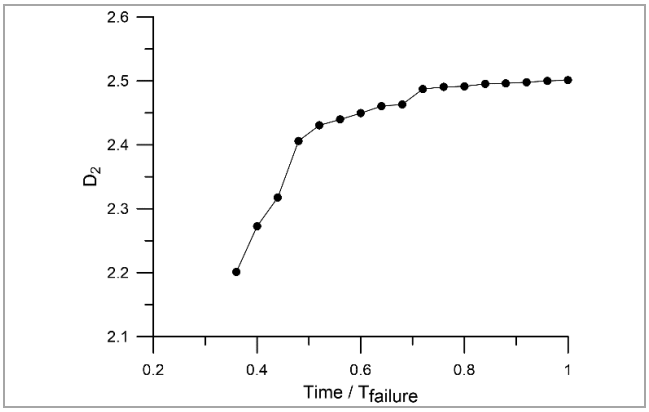


Рис. 9. Изменение фрактальной размерности магистральной трещины в компьютерном эксперименте

Заключение

В работе с помощью рентгеновской компьютерной микротомографии выполнено непосредственное наблюдение дефектов в образцах песчаника Berea и гранита Westerly. Особенность экспериментов заключается в том, что в процессе всего исследования образец находится под действием нагрузки. Исследована морфология микротрещин, развивающихся в объеме образца горной породы. На основе анализа томографических срезов вычислены относительная объемная доля и фрактальная размерность трещин на трех этапах нагружения. Установлено, что оба параметра увеличиваются по мере увеличения нагрузки. Это показывает, что система микротрещин становится более развитой и постепенно занимает все больший объем. Данный вывод иллюстрируют построенные трехмерные модели дефектной структуры.

Установлено, что на финальной стадии разрушения морфология трещин, образовавшихся в песчанике Berea и граните Westerly, одинакова. По всей видимости, это связано с тем, что на данной стадии процесса разрушения дефектная структура (совокупность трещин) находится в состоянии самоорганизованной критичности. В этом состоянии конкретная структура материала не влияет на морфологию трещин.

С помощью компьютерной модели разрушения гетерогенного материала, основанной на методе дискретных элементов, исследовано развитие дефектов в процессе нагружения. Компьютерные эксперименты позволили выявить детали образования фрактальных структур магистральных трещин. Хорошее согласие результатов лабораторного и компьютерного эксперимента позволяет говорить о возможности модели описывать структуру развивающейся трещины.

Библиографический список

1. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite / D.A. Lockner, J.D. Byerlee, V. Kuksenko [et al.] // Nature. – 1991. – No. 350. – P. 39–42. DOI: 10.1038/350039a0
2. Determination of the anisotropy of elastic waves monitored by a sparse sensor network / M. Petružálek, J. Vilhelm, V. Rudajev [et al.] // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. – 2013. – No. 60. – P. 208–216. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2012.12.020
3. Stable and unstable damage evolution in rocks with implications to fracturing of granite / Y. Hamiel, O. Katz, V. Lyakhovsky [et al.] // Geophys. J. Int. – 2006. – No. 167. – P. 1005–1016. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2006.03126.x
4. A two-stage model of fracture of rocks / V. Kuksenko, N. Tomilin, E. Damaskinskaya, D. Lockner // Pure Appl. Geophys. – 1996. – No. 146 (2). – P. 253–263. DOI: 10.1007/BF00876492
5. Regularities in transient modes in the seismic process according to the laboratory and natural modeling / V.B. Smirnov, A.V. Ponomarev, P. Benard, A.V. Patonin // Izv. Phys. Solid Earth. – 2010. – No. 46. – P. 104–135. DOI: 10.1134/S1069351310020023
6. Laboratory acoustic emission study for earthquake generation process / Xinglin Lei, Shengli Ma // Earthq Sci. – 2014. – No. 27 (6). – P. 627–646. DOI: 10.1007/s11589-014-0103-y
7. Tal, Y. Experimental and modeling study of the effect of fault roughness on dynamic frictional sliding / Y. Tal, T. Goebel, J-P. Avouac // Earth and Planetary Science Letters. – 2020. – No. 536. – P. 116133. DOI: 10.1016/j.epsl.2020.116133
8. Ben-Zion, Y. Accelerating seismic release and related aspects of seismicity patterns on earthquake faults / Y. Ben-Zion, V. Lyakhovsky // Pure Appl. Geophys. – 2002. – No. 159. – P. 2385–2412. DOI: 10.1007/s00024-002-8740-9

9. Identifying fault heterogeneity through mapping, spatial anomalies in acoustic emission statistics / T.H.W. Goebel, T.W. Becker, D. Schorlemmer [et al.] // Journal of Geophysical Research. – 2012. – No. 117. – P. B03310. DOI: 10.1029/2011JB008763
10. Compositional and microchemical evidence of piezonuclear fission reactions in rock specimens subjected to compression tests / A. Carpinteri, A. Chiodoni, A. Manuello, R. Sandrone // Strain. – 2011. – No. 47. – P. 282–292. DOI: 10.1111/j.1475-1305.2010.00767.x
11. Micro-cracking morphology and dynamic fracturing mechanism of natural brittle sandstone containing layer structure under compression / Y. Cheng, Zh. Song, Zh. Liu [et al.] // Construction and Building Materials. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2024.136051
12. Lee, J. Crack coalescence morphology in rock-like material under compression / J. Lee, Y.D. Ha, J.-W. Hong // Int J Fract. – 2017. – No. 203. – P. 211–236. DOI: 10.1007/s10704-016-0138-2
13. Multi-resolution X-ray micro-computed tomography images of carbonate rocks from brazilian pre-salt / A.D. Vidal, A.P.M. Neta, J. de Castro V. Fernandes [et al.] // Scientific Data. – 2024. – No. 11. – Art. 1361. DOI: 10.1038/s41597-024-04198-9
14. High-resolution tomography of cracks, voids and micro-structure in greywacke and limestone / S. Zabler, A. Rack, I. Manke [et al.] // Journal of Structural Geology. – 2008. – No. 30. – P. 876–887. DOI: 10.1016/j.jsg.2008.03.002
15. Mesoscopic damage evolution characteristics of sandstone with original defects based on micro-ct image and fractal theory / Y. Zuo, Zh. Hao, H. Liu [et al.] // Arabian Journal of Geosciences. – 2022. – No. 15. – P. 1673. DOI: 10.1007/s12517-022-10896-8
16. The fractal characteristics and energy mechanism of crack propagation in tight reservoir sandstone subjected to triaxial stresses / Y. Yang, Y. Ju, F. Li [et al.] // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2016. – No. 32. – P. 415–422. DOI: 10.1016/j.jngse.2016.04.049
17. Simulating stress-dependent fluid flow in a fractured core sample using real-time X-ray CT data / T. Kling, Da Huo, J.-O. Schwarz [et al.] // Solid Earth. – 2016. – No. 7. – P. 1109–1124. DOI: 10.5194/se-7-1109-2016
18. Re, J.X. Computerized tomography examination of damage tests on rocks under triaxial compression / J.X. Re // Soil and Rock Behavior and Modeling. – 2012. DOI: 10.1061/40862(194)34
19. Computation of fractal dimension of rock pores based on gray CT images / R.D. Peng, Y.C. Yang, Y. Ju [et al.] // Chinese Sci Bull. – 2011. – No. 56. – P. 3346–3357. DOI: 10.1007/s11434-011-4683-9
20. CT identification and fractal characterization of 3D propagation and distribution of hydrofracturing cracks in low-permeability heterogeneous rocks / P. Liu, Y. Ju, F. Gao [et al.] // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 2018. – No. 123. – P. 2156–2173. DOI: 10.1002/2017JB015048
21. X-ray microcomputed tomography (μCT) for mineral characterization: a review of data analysis methods / P.I. Guntoro, Y. Ghorbani, P.-H. Koch, J. Rosenkranz // Minerals. – 2019. – No. 9. – P. 183. DOI: 10.3390/min9030183
22. Cnudde, V. High-resolution X-ray computed tomography in geosciences: A review of the current technology and applications / V. Cnudde, M.N. Boone // Earth-Science Reviews. – 2013. – No. 123. – P. 1–17. DOI: 10.1016/j.earscirev.2013.04.003
23. Yang, Sh.-Q. Experimental study of mechanical behavior and X-Ray micro CT observations of sandstone under conventional triaxial compression / Sh.-Q. Yang, P.G. Ranjith, Y.-L. Gui // Geotech. Test. J. – 2015. – No. 38 (2). – P. 179–197. DOI: 10.1520/GTJ20140209
24. Zhou, X.P. Real-time computerized tomography (CT) experiments on limestone damage evolution during unloading / X.P. Zhou, Y.X. Zhang, Q.L. Ha // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2008. – No. 50. – P. 49–56. DOI: 10.1016/j.tafmec.2008.04.005
25. Synchrotron 4D X-Ray imaging reveals strain localization at the onset of system-size failure in porous reservoir rocks / N. Kandula, J. McBeck, B. Cordonnier [et al.] // Pure Appl. Geophys. – 2022. – No. 179. – P. 325–350. DOI: 10.1007/s00024-021-02902-z
26. Krajcinovic, D. Damage mechanics / D. Krajcinovic // Mechanics of Materials. – 1989. – No. 8 (2–3). – P. 117–197. DOI: 10.1016/0167-6636(89)90011-2
27. Lisjak, A. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses / A. Lisjak, G. Grasselli // J. Rock Mech. Geotech. Eng. – 2014. – No. 6 (4). – P. 301–314. DOI: 10.1016/j.jrmge.2013.12.007
28. Cundall, P.A. A discrete numerical model for granular assemblies / P.A. Cundall, O.D. Strack // Geotechnique. – 1979. – No. 29 (1). – P. 47–65. DOI: 10.1680/geot.1979.29.1.47
29. Zhang, Q. A numerical study on cracking processes in limestone by the b-value analysis of acoustic emissions / Q. Zhang, X.-P. Zhang // Computers and Geotechnics. – 2017. – No. 96. DOI: 10.1016/j.compgeo.2017.07.013
30. Hazzard, J.F. Dynamic modelling of induced seismicity / J.F. Hazzard, R.P. Young // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2004. – No. 41. – P. 1365–1376. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2004.09.005
31. Invernizzi, S. Particle-based numerical modeling of AE statistics in disordered materials / S. Invernizzi, G. Lacidogna, A. Carpinteri // Meccanica. – 2013. – No. 48. – P. 211–220. DOI: 10.1007/s11012-012-9595-5
32. Rock properties of Berea sandstone, Baker dolomite, and Indiana limestone / P.L. Ghurcher, P.R. French, J.G. Shaw, L.L. Schramm // SPE International Symposium on Oil field Chemistry. – 1991. – SPE21044. – P. 431-446. DOI: 10.2118/21044-MS
33. Tullis, J. Experimental deformation of dry Westerly granite / J. Tullis, R.A. Yund // J. Geophys. Res. – 1977. – No. 82 (36). – P. 5705–5718. DOI: 10.1029/JB082i036p05705
34. Stesky, R.M. Mechanisms of high temperature frictional sliding in Westerly granite / R.M. Stesky // Canadian Journal of Earth Science. – 1978. – No. 15 (3). – P. 361–375. DOI: 10.1139/e78-042
35. Лабораторный конусно-лучевой рентгеновский микротомограф / Ю.С. Кривоносов, А.В. Бузмаков, М.Ю. Григорьев [и др.] // Кристаллография. – 2023. – № 68 (1). – С. 160–165. DOI: 10.31857/S0023476123010149
36. Feldkamp, L.A. Practical con-beam algorithm / L.A. Feldkamp, L.C. Davis, J.W. Kress // Journal of the Optical Society of America A. – 1984. – No. 1. – P. 612–619. DOI: 10.1364/JOSAA.1.000612
37. Ingacheva, A.S. Polychromatic CT data improvement with one-parameter power correction / A.S. Ingacheva, M.V. Chukalina // Mathematical Problems in Engineering. – 2019. – Art. 1405365. DOI: 10.1155/2019/1405365
38. Foroutan-Pour, K. Advances in the implementation of the box-counting method of fractal dimension estimation / K. Foroutan-Pour, P. Dutilleul, D.L. Smith // Applied Mathematics and Computation. – 1999. – No. 105 (2–3). – P. 195–210. DOI: 0.1016/S0096-3003(98)10096-6
39. 3D numerical reconstruction of well-connected porous structure of rock using fractal algorithms / Y. Ju, J.T. Zheng, M. Epstein [et al.] // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 2014. – No. 279 (7). – P. 212–226. DOI: 10.1016/j.cma.2014.06.035
40. An effective method to compute the box-counting dimension based on the mathematical definition and intervals / J. Wu, X. Jin, S. Mi, J. Tang // Results in Engineering. – 2020. – No. 6. – P. 100106. DOI: 10.1016/j.rineng.2020.100106
41. Jie, X. A modified box-counting method to estimate the fractal dimensions / X. Jie, G. Lacidogna // Applied Mechanics and Materials. – 2011. – No. 58–60. – P. 1756–1761. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.58-60.1756
42. Study on the crack morphology of rock under three axis stress / X. Lu, Zh. Meng, Zh. Zhang, L. Xia // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. – 2018. – No. 170. – P. 022156. DOI: 10.1088/1755-1315/170/2/022156
43. Божокин, С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божокин, Д.А. Паршин; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – Ижевск, 2001. – 128 с.
44. Гиляров, В.Л. Моделирование акустической эмиссии и разрушения поликристаллических гетерогенных материалов методом дискретных элементов / В.Л. Гиляров, Е.Е. Дамаскинская // ФТТ. – 2022. – № 64 (6). – С. 676-683. DOI: 10.21883/FTT.2022.06.52394.295
45. Potyondy, D.O. A bonded-particle model for rock / D.O. Potyondy, P.A. Cundall // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. – 2004. – No. 41. – P. 1329–1364. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2004.09.011
46. Dosta, M. MUSEN: An open-source framework for GPU-accelerated DEM simulations / M. Dosta, V. Skorych // SoftwareX. – 2020. – No. 12. – P. 100618. DOI: 10.1016/j.softx.2020.100618
47. Hilarov, V.L. Fractal features of fracture centers in heterogeneous materials revealed by discrete element method / V.L. Hilarov, E.E. Damaskinskaya // Mater. Sci. Engin. Technol. – 2023. – No. 54 (12). – P. 1554–1559. DOI: 10.1002/mawe.202300073
48. Density-based clustering in spatial databases: the algorithm GDBSCAN and its applications / J. Sander, M. Ester, H.-P. Kriegel, X. Xu // Data Mining and Knowledge Discovery. – 1998. – No. 2. – P. 169–194. DOI: 10.1023/A:1009745219419
49. Grassberger, P. Measuring the strangeness of strange attractors / P. Grassberger, I. Procaccia // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1983. – No. 9 (1–2). – P. 189–208. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90298-1
50. Шустер, Г. Маломерный хаос / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
51. Дамаскинская, Е.Е. Особенности эволюции дефектной структуры в модели дискретных элементов / Е.Е. Дамаскинская, В.Л. Гиляров // ФТТ. – 2024. – № 66 (1). – С. 142–148. DOI: 10.61011/FTT.2024.01.56950.233

References

1. Lockner D.A., Byerlee J.D., Kuksenko V. et al. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite. *Nature*, 1991, no. 350, pp. 39-42. DOI: 10.1038/350039a0
2. Petružálek M., Vilhelm J., Rudajev V. et al. Determination of the anisotropy of elastic waves monitored by a sparse sensor network. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2013, no. 60, pp. 208-216. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2012.12.020
3. Hamiel Y., Katz O., Lyakhovsky V. et al. Stable and unstable damage evolution in rocks with implications to fracturing of granite. *Geophys. J. Int.*, 2006, no. 167, pp. 1005-1016. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2006.03126.x
4. Kuksenko V., Tomilin N., Damaskinskaya E., Lockner D. A two-stage model of fracture of rocks. *Pure Appl. Geophys.*, 1996, no. 146 (2), pp. 253-263. DOI: 10.1007/BF00876492
5. Smirnov V.B., Ponomarev A.V., Benard P., Patonin A.V. Regularities in transient modes in the seismic process according to the laboratory and natural modeling. *Izv. Phys. Solid Earth*, 2010, no. 46, pp. 104-135. DOI: 10.1134/S1069351310020023
6. Lei Xinglin, Ma Shengli. Laboratory acoustic emission study for earthquake generation process. *Earthq Sci.*, 2014, no. 27 (6), pp. 627-646. DOI: 10.1007/s11589-014-0103-y
7. Tal Y., Goebel T., Avouac J-P. Experimental and modeling study of the effect of fault roughness on dynamic frictional sliding. *Earth and Planetary Science Letters*, 2020, no. 536, 116133 p. DOI: 10.1016/j.epsl.2020.116133
8. Ben-Zion Y., Lyakhovsky V. Accelerating seismic release and related aspects of seismicity patterns on earthquake faults. *Pure Appl. Geophys.*, 2002, no. 159, pp. 2385-2412. DOI: 10.1007/s00024-002-8740-9

9. Goebel T.H.W., Becker T.W., Schorlemmer D. et al. Identifying fault heterogeneity through mapping, spatial anomalies in acoustic emission statistics. *Journal of Geophysical Research*, 2012, no. 117, B03310 p. DOI: 10.1029/2011JB008763
10. Carpinteri A., Chiodoni A., Manuello A., Sandrone R. Compositional and microchemical evidence of piezonuclear fission reactions in rock specimens subjected to compression tests. *Strain*, 2011, no. 47, pp. 282-292. DOI: 10.1111/j.1475-1305.2010.00767.x
11. Cheng Y., Song Zh., Liu Zh. et al. Micro-cracking morphology and dynamic fracturing mechanism of natural brittle sandstone containing layer structure under compression. *Construction and Building Materials*. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2024.136051
12. Lee J., Ha Y.D., Hong J.-W. Crack coalescence morphology in rock-like material under compression. *Int. J. Fract.*, 2017, no. 203, pp. 211-236. DOI: 10.1007/s10704-016-0138-2
13. Vidal A.D., Neta A.P.M., J. de Castro V. Fernandes et al. Multi-resolution X-ray micro-computed tomography images of carbonate rocks from brazilian pre-salt. *Scientific Data*, 2024, no. 11, Art. 1361. DOI: 10.1038/s41597-024-04198-9
14. Zabler S., Rack A., Manke I. et al. High-resolution tomography of cracks, voids and micro-structure in greywacke and limestone. *Journal of Structural Geology*, 2008, no. 30, pp. 876-887. DOI: 10.1016/j.jsg.2008.03.002
15. Zuo Y., Hao Zh., Liu H. et al. Mesoscopic damage evolution characteristics of sandstone with original defects based on micro-ct image and fractal theory. *Arabian Journal of Geosciences*, 2022, no. 15, 1673 p. DOI: 10.1007/s12517-022-10896-8
16. Yang Y., Ju Y., Li F. et al. The fractal characteristics and energy mechanism of crack propagation in tight reservoir sandstone subjected to triaxial stresses. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2016, no. 32, pp. 415-422. DOI: 10.1016/j.jngse.2016.04.049
17. Kling T., Huo Da, Schwarz J.-O. et al. Simulating stress-dependent fluid flow in a fractured core sample using real-time X-ray CT data. *Solid Earth*, 2016, no. 7, pp. 1109-1124. DOI: 10.5194/se-7-1109-2016
18. Re J.X. Computerized tomography examination of damage tests on rocks under triaxial compression. *Soil and Rock Behavior and Modeling*, 2012. DOI: 10.1061/40862(194)34
19. Peng R.D., Yang Y.C., Ju Y. et al. Computation of fractal dimension of rock pores based on gray CT images. *Chinese Sci. Bull.*, 2011, no. 56, pp. 3346-3357. DOI: 10.1007/s11434-011-4683-9
20. Liu P., Ju Y., Gao F. et al. CT identification and fractal characterization of 3D propagation and distribution of hydrofracturing cracks in low-permeability heterogeneous rocks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2018, no. 123, pp. 2156-2173. DOI: 10.1002/2017JB015048
21. Guntoro P.I., Ghorbani Y., Koch P.-H. Rosenkranz, J. X-ray microcomputed tomography (μCT) for mineral characterization: a review of data analysis methods. *Minerals*, 2019, no. 9, 183 p. DOI: 10.3390/min9030183
22. Cnudde V., Boone M.N. High-resolution X-ray computed tomography in geosciences: A review of the current technology and applications. *Earth-Science Reviews*, 2013, no. 123, pp. 1-17. DOI: 10.1016/j.earscirev.2013.04.003
23. Yang Sh.-Q., Ranjith P.G., Gui Y.-L. Experimental study of mechanical behavior and X-Ray micro CT observations of sandstone under conventional triaxial compression. *Geotech. Test. J.*, 2015, no. 38 (2), pp. 179-197. DOI: 10.1520/GTJ20140209
24. Zhou X.P., Zhang Y.X., Ha Q.L., Zhou X.P. Real-time computerized tomography (CT) experiments on limestone damage evolution during unloading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2008, no. 50, pp. 49-56. DOI: 10.1016/j.tafmec.2008.04.005
25. Kandula N., McBeck J., Cordonnier B. et al. Synchrotron 4D X-Ray imaging reveals strain localization at the onset of system-size failure in porous reservoir rocks. *Pure Appl. Geophys.*, 2022, no. 179, pp. 325-350. DOI: 10.1007/s00024-021-02902-z
26. Krajcinovic D. Damage mechanics. *Mechanics of Materials*, 1989, no. 8 (2-3), pp. 117-197. DOI: 10.1016/0167-6636(89)90011-2
27. Lisjak A., Grasselli G. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses. *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 2014, no. 6 (4), pp. 301-314. DOI: 10.1016/j.jrmge.2013.12.007
28. Cundall P.A., Strack O.D. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, no. 29 (1), pp. 47-65. DOI: 10.1680/geot.1979.29.1.47
29. Zhang Q., Zhang X.-P. A numerical study on cracking processes in limestone by the b-value analysis of acoustic emissions. *Computers and Geotechnics*, 2017, no. 96. DOI: 10.1016/j.compgeo.2017.07.013
30. Hazzard J.F., Young R.P. Dynamic modelling of induced seismicity. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, no. 41, pp. 1365-1376. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2004.09.005
31. Invernizzi S., Lacidogna G., Carpinteri A. Invernizzi S. Particle-based numerical modeling of AE statistics in disordered materials. *Meccanica*, 2013, no. 48, pp. 211-220. DOI: 10.1007/s11012-012-9595-5
32. Ghurcher P.L., French P.R., Shaw J.G., Schramm L.L. Rock properties of Berea sandstone, Baker dolomite, and Indiana limestone. *SPE International Symposium on Oil field Chemistry*, 1991, SPE21044, pp. 431-446. DOI: 10.2118/21044-MS
33. Tullis J., Yund R.A. Experimental deformation of dry Westerly granite. *J. Geophys. Res.*, 1977, no. 82 (36), pp. 5705-5718. DOI: 10.1029/JB082i036p05705
34. Stesky R.M. Mechanisms of high temperature frictional sliding in Westerly granite. *Canadian Journal of Earth Science*, 1978, no. 15 (3), pp. 361-375. DOI: 10.1139/e78-042
35. Krivonosov Iu.S., Buzmakov A.V., Grigor'ev M.Iu. et al. Laboratornyi konusno-luchevoi rentgenovskii mikrotomograf [Laboratory cone-beam X-ray microtomograph]. *Kristallografiia*, 2023, no. 68 (1), pp. 160-165. DOI: 10.31857/S0023476123010149
36. Feldkamp L.A., Davis L.C., Kress J.W. Practical con-beam algorithm. *Journal of the Optical Society of America A*, 1984, no. 1, pp. 612-619. DOI: 10.1364/JOSAA.1.000612
37. Ingacheva A.S., Chukalina M.V. Polychromatic CT data improvement with one-parameter power correction. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, Art. 1405365. DOI: 10.1155/2019/1405365
38. Foroutan-Pour K., Dutilleul P., Smith D.L. Advances in the implementation of the box-counting method of fractal dimension estimation. *Applied Mathematics and Computation*, 1999, no. 105 (2-3), pp. 195-210. DOI: 0.1016/S0096-3003(98)10096-6
39. Ju Y., Zheng J.T., Epstein M. et al. 3D numerical reconstruction of well-connected porous structure of rock using fractal algorithms. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 2014, no. 279 (7), pp. 212-226. DOI: 10.1016/j.cma.2014.06.035
40. Wu J., Jin X., Mi S., Tang J. An effective method to compute the box-counting dimension based on the mathematical definition and intervals. *Results in Engineering*, 2020, no. 6, 100106 p. DOI: 10.1016/j.rineng.2020.100106
41. Jie X., Lacidogna G. A modified box-counting method to estimate the fractal dimensions. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, no. 58-60, pp. 1756-1761. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.58-60.1756
42. Lu X., Meng Zh., Zhang Zh., Xia L. Study on the crack morphology of rock under three axis stress. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ.* Sci., 2018, no. 170, 022156 p. DOI: 10.1088/1755-1315/170/2/022156
43. Bozhokin S.V., Parshin D.A. Fraktaly i mul'tifraktaly [Fractals and multifractals]. NITs “Reguliarnaia i khaoticheskaia dinamika”. Izhevsk, 2001, 128 p.
44. Giliarov V.L., Damaskinskaia E.E. Modelirovanie akusticheskoi emissii i razrusheniia polikristallicheskikh geterogennykh materialov metodom diskretnykh elementov [Modeling of fracture and acoustic emission in polycrystalline solids with the discrete elements method]. *FTT*, 2022, no. 64 (6), pp. 676-683. DOI: 10.21883/FTT.2022.06.52394.295
45. Potyondy D.O., Cundall P.A. A bonded-particle model for rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2004, no. 41, pp. 1329-1364. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2004.09.011
46. Dosta M., Skorych V. MUSEN: An open-source framework for GPU-accelerated DEM simulations. *SoftwareX*, 2020, no. 12, 100618 p. DOI: 10.1016/j.softx.2020.100618
47. Hilarov V.L., Damaskinskaya E.E. Fractal features of fracture centers in heterogeneous materials revealed by discrete element method. *Mater. Sci. Engin. Technol.*, 2023, no. 54 (12), pp. 1554-1559. DOI: 10.1002/mawe.202300073
48. Sander J., Ester M., Kriegel H.-P., Xu X. Density-based clustering in spatial databases: the algorithm GDBSCAN and its applications. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 1998, no. 2, pp. 169-194. DOI: 10.1023/A:1009745219419
49. Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1983, no. 9 (1-2), pp. 189-208. DOI: 10.1016/0167-2789(83)90298-1
50. Shuster G. Malomernyi khaos [Small-scale chaos]. Moscow: Mir, 1988, 240 p.
51. Damaskinskaia E.E., Giliarov V.L. Osobennosti evoliutsii defektnoi struktury v modeli diskretnykh elementov [Features of defect structure evolution in the discrete element model]. *FTT*, 2024, no. 66 (1), pp. 142-148. DOI: 10.61011/FTT.2024.01.56950.233

Финансирование. Работа выполнена в рамках Государственного задания ФТИ им. А.Ф. Иоффе в части постановки задачи, анализа результатов и компьютерного моделирования.

Работа проведена в рамках выполнения Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» в части проведения томографических экспериментов и в рамках Соглашения № 075-15-2025-458 с Министерством науки и высшего образования РФ в части математической обработки томографических данных.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.