ISSN 2712-8008
Том / Volume 25 №4 2025
Домашняя страница журнала: https://ered.pstu.ru/index.php/geo
НЕДРОПОЛЬЗОВАНИЕ

УДК 622.24
Статья / Article
© ПНИПУ / PNRPU, 2025

Аналитическое решение задачи повышения эффективности цементирования хвостовика с вращением при ненулевом эксцентриситете

Р.И. Шафигуллин[1], И.А. Васильев[2], Н.В. Дубиня[2,3], Е.В. Новикова[2], А.Х. Сафаров[4], И.Г. Фаттахов[4]

[1]ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина (Российская Федерация, 423450, г. Альметьевск, ул. Ленина, 75а)
[2]Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН (ИФЗ РАН) (Российская Федерация, 123242, г. Москва, ул. Б. Грузинская, 10, стр. 1)
[3]Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет) (МФТИ)
(Российская Федерация, 125190, г. Москва, Ленинский пр., 80, корп. 5)
[4]Институт «ТатНИПИнефть» ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина (Российская Федерация, 423462, г. Альметьевск, ул. Советская, 186А)

An Analytical Solution to the Problem of Increasing the Efficiency of Liner Cementing with Rotation at Non-Zero Eccentricity

Rinat I. Shafigullin[1], Ivan A. Vasilev[2], Nikita V. Dubinya[2,3], Elena V. Novikova[2], Albert Kh. Safarov[4], Irik G. Fattakhov[4]

[1]PJSC TATNEFT named after V.D. Shashin (75a Lenina st., Almetyevsk, 423450, Russian Federation)
[2]Schmidt Institute of physics of the Earth of the Russian academy of sciences (Build. 1, 10 B. Gruzinskaya st., Moscow, 123242, Russian Federation)
[3]Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University) (Build. 5, 80 Leninsky av., Moscow, 125190, Russian Federation)
[4]TatNIPIneft R&D Institute of the PJSC TATNEFT named after V.D. Shashin (186a Sovetskaya st., Almetyevsk, 423462, Russian Federation)

Получена / Received: 02.06.2025. Принята / Accepted: 31.10.2025. Опубликована / Published: 21.11.2025

Ключевые слова:
бурение, хвостовик, цементрование, центратор, вращение, аналитические решения, граничные условия прилипания жидкости к поверхности цилиндров, поле скоростей.

Качественное и надежное цементирование стенок является ключевым критерием оценки успешности строительства скважин, что напрямую влияет на продолжительность и эффективность ее дальнейшей эксплуатации. Кроме того, качество цементной крепи непосредственно связано с основными экологическими рисками даже после вывода скважины из состава основного действующего фонда. Иными словами, сохранение прочностных характеристик цементного камня действующих скважин и обеспечение целостности цементного моста в законсервированных и ликвидированных скважинах в условиях, когда число скважин, подлежащих ликвидации, неуклонно растет и, наряду с ужесточением экологических требований и ростом экономических затрат на проведение операций по подземному ремонту, делает поиск и испытание методов по улучшению механических свойств цементного камня актуальной задачей на ближайшее десятилетие. Для этого теоретически анализируются установившееся течение вязкой жидкости в пространстве между двумя соосными цилиндрами, способными вращаться друг относительно друга и вокруг своих осей. На основании этих решений показана возможность исследования эффективности бурения хвостовика с вращением при ненулевом эксцентриситете центратора. В статье описывается теоретическое представление течения жидкости в зазоре между неподвижным внешним цилиндром и внутренним цилиндром, вращающимся вокруг своей оси с угловой скоростью с помощью выражений, полученных из системы уравнений векторного поля скоростей частиц жидкости. Биполярные координаты, связанные с декартовыми координатами, позволяют связать скорость перемещения частиц жидкости в пространстве с геометрическими характеристиками центратора и скважины, внутри которой осуществляется вращение с ненулевым эксцентриситетом. Использование упрощенных аналитических моделей замещения бурового раствора в условиях вращения продемонстрировало повышенную эффективность замещения бурового раствора цементным по сравнению со стандартным замещением без вращения.

Keywords:
drilling, liner, cementing, stabilizer, rotation, analytical solutions, boundary conditions of liquid adhesion to the surface of cylinders, velocity field.

High-quality and reliable wall cementing is a key criterion for evaluating the success of well construction, which directly affects the duration and efficiency of its further operation. In addition, the quality of the cement support is directly related to the main environmental risks, even after the well is removed from the main operating stock. In other words, maintaining the strength characteristics of the cement stone of existing wells and ensuring the integrity of the cement bridge in mothballed and liquidated wells in conditions where the number of wells to be liquidated is steadily increasing along with stricter environmental requirements and increasing economic costs of underground repair operations makes the search and testing of methods to improve the mechanical properties of cement stone relevant. the task for the next decade. For this purpose, the article considers a theoretical analysis of the steady flow of a viscous liquid in the space between two coaxial cylinders capable of rotating relative to each other and around their axes. Based on these solutions, it is shown that it is possible to study the efficiency of drilling a shaft with rotation at a non-zero eccentricity of the centralizer. This article describes the theoretical representation of fluid flow in the gap between a stationary outer cylinder and an inner cylinder rotating around its axis with angular velocity using expressions derived from the system of equations of the velocity vector field of liquid particles. Bipolar coordinates associated with Cartesian coordinates make it possible to relate the velocity of movement of liquid particles in space to the geometric characteristics of the centralizer and the well, inside which rotation with non-zero eccentricity is carried out. The use of simplified analytical models of drilling mud replacement under rotational conditions demonstrated an increased efficiency of cement drilling mud replacement compared to standard replacement without rotation.

Шафигуллин Ринат Ильдусович – заместитель генерального директора по ремонту, бурению скважин и повышению нефтеотдачи пластов (e-mail: shafigullin@tatneft.ru, тел.: +007 (855) 330 72 60).
Васильев Иван Алексеевич – младший научный сотрудник лаборатории фундаментальных проблем нефтегазовой геофизики и геофизического мониторинга (202) (e-mail: Vasilev.ivan@phystech.edu, тел.: +007 (910) 113 98 97).
Дубиня Никита Владиславович – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией фундаментальных проблем нефтегазовой геофизики и геофизического мониторинга (202) (e-mail: Dubinya.NV@gmail.com, тел.: +007 (903) 789 57 07).
Новикова Елена Валерьевна – научный сотрудник лаборатории фундаментальных проблем нефтегазовой геофизики и геофизического мониторинга (202) (e-mail: helenvn97@gmail.com, тел.: +007 (964) 704 10 93).
Сафаров Альберт Хамитович – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории разработки биотехнологий отдела интенсификации притока (e-mail: SafarovAH@tatnipi.ru, тел.: +007 (855) 331 08 00).
Фаттахов Ирик Галиханович – доктор технических наук, доцент, директор по повышению нефтеотдачи пластов, волновым и биотехнологиям (e-mail: fattakhovig@tatneft.ru, тел.: +007 (855) 331 08 00).

Rinat I. Shafigullin (Author ID in Scopus: 38661795100, ORCID: 0009-0002-4639-4650) Deputy General Director for Repair, Well Drilling and Enhanced Oil Recovery (tel.: +7 (855) 330 72 60, e-mail: shafigullin@tatneft.ru)
Ivan A. Vasilev (Author ID in Scopus: 57321697100, ORCID: 0009-0004-4564-9564) – Junior Researcher at the Laboratory of Fundamental Problems of Oil and Gas Geophysics and Geophysical Monitoring (tel.: +7 (910) 113 98 97, e-mail: Vasilev.ivan@phystech.edu)
Nikita V. Dubinya (Author ID in Scopus: 57142625800, ORCID: 0000-0002-1599-8737) – PhD in Physics and Mathematics, Leading Researcher, Head of the Laboratory of Fundamental Problems of Oil and Gas Geophysics and Geophysical Monitoring (tel.: +7 (903) 789 57 07, e-mail: Dubinya.NV@gmail.com). The contact person for correspondence
Elena V. Novikova (Author ID in Scopus: 57324010500, ORCID: 0000-0001-6354-4652) – Researcher at the Laboratory of Fundamental Problems of Oil and Gas Geophysics and Geophysical Monitoring (tel.: +7 (964) 704 10 93, e-mail: helenvn97@gmail.com)
Albert Kh. Safarov (Author ID in Scopus: 7004636709, ORCID: 0000-0002-6275-3046, Doctor in Engineering, Associate Professor, Leading Researcher at the Biotechnology Development Laboratory of the Inflow Stimulation Department (tel.: +7 (855) 331 08 00, e-mail: SafarovAH@tatnipi.ru)
Irik G. Fattakhov (Author ID in Scopus: 48560997700, ORCID: 0000-0002-3086-4323) – Doctor in Engineering, Associate Professor, Director of Enhanced Oil Recovery, Wave and Biotechnology (tel.: +7 (855) 331 08 00, e-mail: fattakhovig@tatneft.ru).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:
Аналитическое решение задачи повышения эффективности цементирования хвостовика с вращением при ненулевом эксцентриситете / Р.И. Шафигуллин, И.А. Васильев, Н.В. Дубиня, Е.В. Новикова, А.Х. Сафаров, И.Г. Фаттахов // Недропользование. – 2025. – Т.25, №4. – С. 308–314. DOI: 10.15593/2712-8008/2025.4.4

Please cite this article in English as:
Shafigullin R.I., Vasilev I.A., Dubinya N.V., Novikova E.V., Safarov A.Kh., Fattakhov I.G. An Analytical Solution to the Problem of Increasing the Efficiency of Liner Cementing with Rotation at Non-Zero Eccentricity. *Perm Journal of Petroleum and Mining Engineering*, 2025, vol.25, no.4, pp. 308-314. DOI: 10.15593/2712-8008/2025.4.4

Введение

Работа посвящена исследованию эффективности бурения с применением современных технологий. Основное внимание уделяется вопросу возможности проведения бурения, допускающего вращение центратора не только вокруг собственной оси, но и вокруг оси скважины. В общем виде задача о бурении с центратором может быть сформулирована как многофазное течение в области, ограниченной самим центратором и стенками скважины. Ключевыми компонентами жидкости, которые следует рассматривать в первую очередь, являются буровой раствор и цементный раствор. Цементный раствор подается в рассматриваемую область с заданными параметрами (давлением и/или расходом), что приводит к замещению бурового раствора. Обе жидкости являются существенно нелинейными с точки зрения реологии, что вносит дополнительную сложность в математическое описание процесса.

В простейшей одномерной постановке можно изучить течение жидкости в рассматриваемой области как течение между двумя цилиндрами, один из которых вращается относительно другого. Течение жидкости, подающейся под давлением в область, ограниченную двумя цилиндрами, давно и успешно исследуется в литературе. К пионерским работам можно отнести теоретические исследования Н.П. Петрова [1] и О. Рейнольдса [2], посвященные течению вязкой жидкости в случае осесимметричного вращения цилиндров с постоянными угловыми скоростями. В качестве практического применения эти результаты были использованы для описания трения в подшипниках – необходимо отметить, что эта область приложения теоретических решений до сих остается наиболее популярной. Случай наличия эксцентриситета между цилиндрами был рассмотрен в работах [3–5], где были найдены точные и приближенные решения задачи о течении вязкой ньютоновской жидкости в определенных упрощениях. Однако в этих и других работах, опубликованных в XIX и XX вв., отсутствует возможность получить поле скоростей жидкости между цилиндрами, когда центры цилиндров движутся относительно друг друга [6–9]. Необходимый для решения такой задачи математический аппарат был разработан существенно позднее: впервые задача о поле скоростей жидкости, находящейся в области, ограниченной двумя цилиндрами, оси которых движутся друг относительно друга, была решена в работе [10]. В данной работе подход, основанный на рассмотрении бигармонического уравнения, описывающего течение в полости между двумя цилиндрами [11–14], использовался для случая, когда один из них может свободно двигаться относительно другого. В работе [15] получено приближенное решение задачи о движении цилиндра произвольного контура внутри неподвижного цилиндра. Наконец, точное решение задачи для случая произвольного движения круговых эксцентрических цилиндров (вращательного вокруг оси, проходящей через центр сечения цилиндра, и поступательного) было представлено в работах [16–20], на которых в значительной степени будут основываться дальнейшие расчеты.

Можно говорить, что в данной работе представлено решение задачи, наиболее приближенной к случаю бурения с центратором с ненулевым эксцентриситетом. При этом были использованы следующие предположения: течение однофазное, ламинарное (число Рейнольдса мало по сравнению с единицей), уравнения движения жидкости решаются в линейном приближении Стокса:

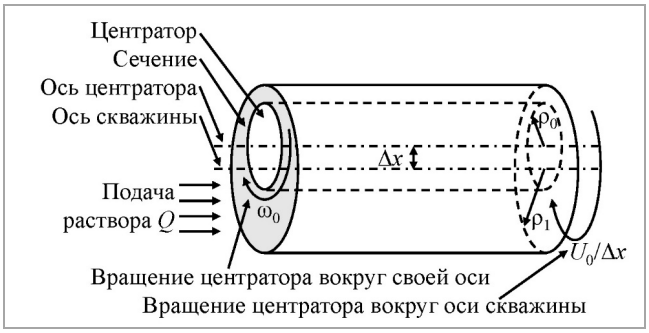


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи

жидкость вязкая, несжимаемая, описывается линейной реологией Ньютона. В качестве инструмента для решения поставленной задачи используется применение конформных отображений поперечного сечения на диск для поступательного движения внутреннего цилиндра и биполярных координат для описания вращения – современные методы аналитического решения задач гидродинамики [21]. При этом перемешивание жидкости – актуальная задача с позиции эффективности бурения с центратором – может быть рассмотрено, если известно распределение скоростей жидкости, получаемое из точного аналитического решения [22]. Вопрос нелинейности реологии жидкости в подобных задачах имеет решающее значение.

Для подробного изучения отдельных эффектов влияния многофазности и нелинейности реологии бурового и цементного растворов на эффективность перемешивания можно рассматривать различные подходы, однако в рамках настоящего исследования ставится задача параметрического анализа эффективности бурения с вращением центратора с ненулевым эксцентриситетом [23–25].

Постановка задачи движения вязкой несжимаемой жидкости внутри двух цилиндров, один из которых неподвижен

На рис. 1 продемонстрирована схема решаемой задачи. Рассматривается пространство, заключенное между двумя цилиндрами: внешним цилиндром, представляющим собой скважину с радиусом ρ_1, и внутренним цилиндром с радиусом $\rho_0 < \rho_1$, представляющим собой центратор. Оси двух цилиндров параллельны и находятся на расстоянии Δx друг от друга: величина Δx в дальнейшем будет называться эксцентриситетом. Внешний цилиндр неподвижен, тогда как движение внутреннего цилиндра представляет собой суперпозицию двух вращений: вращения вокруг собственной оси с угловой скоростью вращения ω_0 и вращения вокруг оси скважины с угловой скоростью $U_0/\Delta x$. Второе вращение удобно рассматривать именно в такой постановке, так как в каждый момент времени вращение центратора вокруг оси скважины можно представить в виде поступательного движения, когда все точки внутреннего цилиндра двигаются со скоростью U_0. Изначально рассматриваемое пространство заполнено вязкой несжимаемой жидкостью – буровым раствором; с одной стороны области с расходом Q подается цементный раствор, который также может быть рассмотрен как вязкая несжимаемая жидкость. При численном моделировании можно рассмотреть более сложную вязкопластическую реологию растворов, однако при построении аналитического решения будет предполагаться, что обе жидкости линейные, при этом их плотности и вязкости близки друг к другу. Массовые силы также не учитываются в данной постановке задачи.

Аналитическое решение задачи

Основной интерес для теоретического решения представляет течение жидкости между вращающимся и неподвижным цилиндрами в поперечном сечении, отмеченном на рис. 1 серым цветом. Течение вдоль оси скважины практически полностью контролируется скоростью подачи раствора и перепадом давлений и практически не оказывает влияния на перемешивание [25]. В связи с этим далее детально рассмотрено движение жидкостей в поперечном сечении. Вводится система координат *xy* с центром на оси скважины, вращающаяся вместе с центратором таким образом, чтобы ось центратора всегда находилась на оси *x* введенной системы координат. Вызванное вращениями течение жидкости представляет собой суперпозицию двух движений: движения, вызванного вращением центратора вокруг своей оси и вращением центратора вокруг оси скважины [26, 27]. После разделения переменных векторное поле скоростей частиц жидкости **w** может быть представлено в виде:

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_x\left(\omega_0, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) + w_x\left(U, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) \\ w_y\left(\omega_0, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) + w_y\left(U, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) \\ w_z\left(Q, \rho_0, \rho_1\right) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $w_x(\omega_0,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ и $w_y(\omega_0,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ – компоненты скорости частиц жидкости при течении, вызванном вращением центратора вокруг своей оси; $w_x(U,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ и $w_y(U,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ – компоненты скорости частиц жидкости при течении; вызванном вращением центратора вокруг оси скважины; $w_z(Q,\rho_0,\rho_1)$ – поступательное движение жидкости вдоль оси скважины, определяемое параметрами подачи цементного раствора. Здесь третья ось системы координат сонаправлена с осью скважины [28].

Благодаря тому, что движение жидкости в плоскости поперечного сечения можно представить в виде суперпозиции двух отдельных течений, есть возможность искать решение задачи для двух указанных вращений по отдельности [29].

В первую очередь рассмотрим течение жидкости в зазоре между неподвижным внешним цилиндром и внутренним цилиндром, вращающимся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_0. Аналитическое решение данной задачи было получено в работах [5, 6]. Это решение имеет вид:

$$w_x\left(\omega_0\right) = \left(\left(\mathrm{ch}\eta - \cos\xi\right)N'\left(\eta\right) + M'\left(\eta\right) - \frac{M\left(\eta\right)\mathrm{sh}\eta}{\mathrm{ch}\eta - \cos\xi}\right)\times$$
$$\times\frac{\partial\eta/\partial y}{\mathrm{ch}\eta - \cos\xi} + \frac{M\left(\eta\right)\sin\xi\,\partial\eta/\partial x}{\left(\mathrm{ch}\eta - \cos\xi\right)^2},$$
$$w_y\left(\omega_0\right) = \frac{M\left(\eta\right)\sin\xi\,\partial\eta/\partial y}{\left(\mathrm{ch}\eta - \cos\xi\right)^2} -$$
$$-\left(\left(\mathrm{ch}\eta - \cos\xi\right)N'\left(\eta\right) + M'\left(\eta\right) - \frac{M\left(\eta\right)\mathrm{sh}\eta}{\mathrm{ch}\eta - \cos\xi}\right)\frac{\partial\eta/\partial x}{\mathrm{ch}\eta - \cos\xi}, \quad (2)$$

где обозначения $w_x(\omega_0,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ и $w_y(\omega_0,\Delta x,\rho_0,\rho_1)$ сокращены до $w_x(\omega_0)$ и $w_y(\omega_0)$, а функции $N(\eta)$ и $M(\eta)$ имеют вид:

$$N\left(\eta\right) = A\eta - F\mathrm{ch}2\eta - G\mathrm{sh}2\eta,$$
$$M\left(\eta\right) = B\mathrm{sh}\eta + C\mathrm{ch}\eta + E\eta\mathrm{sh}\eta + F\mathrm{ch}\eta\mathrm{ch}2\eta + G\mathrm{ch}\eta\mathrm{sh}2\eta, \quad (3)$$

где коэффициенты *A*, *B*, *C*, *E*, *F*, *G* определяются из граничных условий прилипания жидкости к поверхности цилиндров:

$$A = a\mathrm{cth}\beta\frac{+U_0 sh\eta_0\left(\beta + ch\alpha.sh\beta\right) - U_0 ch\eta_0 sh\alpha.sh\beta}{\beta\left(ch\alpha.ch\beta - 1\right) - sh\beta\left(ch\alpha - ch\beta\right)},$$
$$E = a\frac{-U_0 sh\eta_0 sh\alpha.ch\beta - U_0 ch\eta_0\left(1 - ch\alpha.ch\beta\right)}{\beta\left(ch\alpha.ch\beta - 1\right) - sh\beta\left(ch\alpha - ch\beta\right)},$$
$$C = \frac{sh\eta_0}{2}\left(Esh\eta_0 + Ach\eta_0 + aU_0\right) + \frac{sh\eta_1}{2}\left(Esh\eta_1 + Ach\eta_1\right), \quad (4)$$
$$B = -E\eta_0 - ch\eta_0\left(Esh\eta_0 + Ach\eta_0 + aU_0\right),$$
$$F = -\frac{A}{2}\frac{sh\alpha}{ch\beta}, \quad G = \frac{A}{2}\frac{ch\alpha}{ch\beta},$$

где использованы обозначения $\alpha = \eta_0 + \eta_1$, $\beta = \eta_1 - \eta_0$, причем:

$$\eta_0 = \ln\frac{\sqrt{a^2 + \rho_0^2} + a}{\rho_0}, \quad \eta_1 = \ln\frac{\sqrt{a^2 + \rho_1^2} + a}{\rho_1}. \quad (5)$$

Координаты ξ и η – биполярные координаты, связанные с декартовыми координатами *x*, *y* следующим образом:

$$\xi = \mathrm{arctg}\frac{x - c + a}{y} - \mathrm{arctg}\frac{x - c - a}{y},$$
$$\eta = \frac{1}{2}\ln\frac{\left(x - c + a\right)^2 + y^2}{\left(x - c - a\right)^2 + y^2}, \quad (6)$$

где постоянные *a* и *c* определяются геометрическими характеристиками рассматриваемой задачи:

$$a = \frac{\sqrt{\left(\Delta x^2 - \rho_1^2 - \rho_0^2\right)^2 - 4\rho_1^2\rho_0^2}}{2\Delta x},$$
$$c = -a\mathrm{cth}\left(\ln\frac{\sqrt{a^2 + \rho_1^2} + a}{\rho_1}\right). \quad (7)$$

Постановка задачи движения вязкой несжимаемой жидкости внутри двух цилиндров, один из которых движется поступательно относительно другого

В качестве второй задачи следует рассмотреть поступательное движение центратора в плоскости *xy*. В отсутствие вращения центратора вокруг собственной оси в каждый момент времени все его точки будут двигаться с некоторой скоростью *U*. В используемой системе координат у этой скорости *U* могут быть ненулевые компоненты U_x и U_y, причем вращение вокруг центра скважины связано только с компонентой U_y. Тем не менее, не будем пренебрегать компонентой U_x – скоростью движения центратора по направлению к оси скважины, – поскольку этот параметр, как будет показано ниже, может быть использован для опосредованного анализа неидеальности бурения – указанных выше искривлений траектории и роста зенитного угла [30, 31].

В работе [32] решение задачи о течении жидкости между двумя цилиндрами, внешний из которых неподвижен, а внутренний двигается поступательно со скоростью *U*, было получено в результате использования конформного отображения области между двумя окружностями с несовпадающими центрами на диск, заключенный между двумя окружностями с совпадающими

центрами [33, 34]. Для любой пары координат (x, y) вводится комплексная координата $\zeta = x + iy$, где i – мнимая единица. Аналитическая функция для используемого конформного отображения рассматриваемой области на кольцо комплексной плоскости имеет вид $r_0 \le |q| \le r_1$ ($q = q_{Re} + iq_{Im}$, $|q| = q_{Re}^2 + q_{Im}^2$):

$$q = \frac{x + iy + x_0 - b}{x + iy + x_0 + b}, \tag{8}$$

где

$$b = \frac{\sqrt{\left(\Delta x^2 - \rho_1^2 - \rho_0^2\right)^2 - 4\rho_1^2\rho_0^2}}{2\Delta x}, \quad r_1 = \frac{\sqrt{b^2 + \rho_1^2} - b}{\rho_1},$$
$$x_0 = b\frac{1 + r_1^2}{1 - r_1^2}, \qquad r_0 = \frac{\sqrt{b^2 + \rho_0^2} - b}{\rho_0}. \tag{9}$$

Решение задачи для комплексной переменной q было получено в частном случае движения внутреннего цилиндра в направлении оси внешнего цилиндра в работе [35] и в общем случае произвольного поступательного движения в работе [36–39]. Решение разделяется на две части, зависящие от скоростей U_x и U_y, представленные ниже. Общее решение представимо в виде:

$$\begin{aligned} w_x\left(U, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) &= w_x\left(U_x, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) + \\ &+ w_x\left(U_y, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right), \\ w_y\left(U, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) &= w_y\left(U_x, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) + \\ &+ w_y\left(U_y, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Каждая компонента скорости зависит от двух скоростей, задающих движение центратора в направлении оси x (А) и оси y (Б). В точных решениях, представленных ниже, использованы дополнительные переменные: $r = |q| = q_{Re}^2 + q_{Im}^2$, $\sigma = q/r = (q_{Re} + iq_{Im})/r$.

А. Поступательное движение внутреннего цилиндра в направлении оси x – движение центратора в направлении оси скважины:

$$w_x\left(U_x, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) = \frac{U_x}{2K_u}\left(-\frac{u_1\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)}{r^4\left(\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)^2 + \left(\sigma_{\mathrm{Im}} r\right)^2\right)} + u_2\sigma_{\mathrm{Re}}\left(\frac{1 - r^2}{r^3}\right) + \frac{u_3}{r^4}\right),$$
$$w_y\left(U_x, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) = \frac{U_x}{2K_u}\left(\frac{u_1\sigma_{\mathrm{Im}} r}{r^4\left(\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)^2 + \left(\sigma_{\mathrm{Im}} r\right)^2\right)} + u_2\sigma_{\mathrm{Im}}\left(\frac{1 + r^2}{r^3}\right)\right), \tag{11}$$

где

$$K_u = -r_0^2 + r_1^2 + \left(r_0^2 + r_1^2\right)\ln\frac{r_0}{r_1},$$
$$u_1 = \left(-1 + r^2\right)^2\left(r^2 - r_0^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right),$$
$$u_2 = -\left(r^2 - r_0^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right), \tag{12}$$
$$u_3 = -\left[\left(r^2 - r_0^2 + 2r^2r_0^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right) - 2r^4\left(r_0^2 + r_1^2\right)\ln\frac{r}{r_1}\right].$$

Б. Поступательное движение внутреннего цилиндра в направлении оси y – движение центратора перпендикулярно направлению к оси скважины:

$$w_x\left(U_y, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) = \frac{U_y}{2K_v}\left(\frac{v_1\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)}{r^4\left(\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)^2 + \left(\sigma_{\mathrm{Im}} r\right)^2\right)} + v_2\sigma_{\mathrm{Re}}\left(\frac{1 + r^2}{r^3}\right) + \frac{v_3}{r^4}\right),$$
$$w_y\left(U_y, \Delta x, \rho_0, \rho_1\right) = \frac{U_y}{2K_v}\left(-\frac{v_1\sigma_{\mathrm{Im}} r}{r^4\left(\left(\sigma_{\mathrm{Re}} r - 1\right)^2 + \left(\sigma_{\mathrm{Im}} r\right)^2\right)} + v_2\sigma_{\mathrm{Im}}\left(\frac{1 - r^2}{r^3}\right)\right), \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned} K_v &= -\left(-1 + r_0^2\right)\left(r_0^2 - r_1^2\right)\left(-1 + r_1^2\right) + \\ &+ \left(\left(-1 + r_0^2\right)^2 r_1^2 + r_0^2\left(-1 + r_1^2\right)^2\right)\ln\frac{r_0}{r_1}, \\ v_1 &= \left(r^2 - r_0^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right)\times \\ &\times\left(1 - r_0^2r_1^2 + 2r^2\left(-1 + r_0^2\right)\left(-1 + r_1^2\right) + r^4\left(-1 + r_0^2r_1^2\right)\right), \\ v_2 &= \left(-r^2 + r_0^2\right)\left(-1 + r_0^2r_1^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right), \\ v_3 &= -\left(r^2 - r_1^2\right)\times \\ &\times\left[r_0^2 - r_0^4r_1^2 + r^2\left(-1 - r_0^2\left(-2 + r_1^2\right) + 2r_0^4\left(-1 + r_1^2\right)\right)\right] - \\ &- 2r^4\left(r_1^2 + r_0^4r_1^2 + r_0^2\left(1 - 4r_1^2 + r_1^4\right)\right)\ln\frac{r_1}{r}. \end{aligned} \tag{14}$$

Этих выражений достаточно для того, чтобы рассчитать поле скоростей по выражению (10).

Наглядный пример распределения скоростей при вращении внутреннего цилиндра

Представляется наглядным продемонстрировать распределение скоростей для некоторого случая, приближенного к реальности. Используются следующие геометрические параметры задачи: ρ_1 = 0,078 м (диаметр скважины 156 мм), ρ_1 = 0,057 м (диаметр центратора 114 мм), Δx = 0,02 м (расстояние между осями центратора и скважины 20 мм). Кроме того, задана скорость поступательного движения внутреннего цилиндра U_y = 0,0063 м/с (что для данного эксцентриситета соответствует частоте вращения центратора 6 оборотов в минуту). Для наглядности скорость U_x задана равной скорости U_y, хотя в реальных условиях, рассматриваемых далее, эта скорость может быть существенно меньше [40].

Таким образом, общее аналитическое решение задачи о течении жидкости, находящейся между неподвижным внешним цилиндром и произвольно двигающимся внутренним цилиндром, может быть получено с использованием выражения (1), куда подставляются выражения для вращения центратора вокруг своей оси (2) и выражения (10), (11) и (13), описывающие вращение центратора вокруг оси скважины с сопутствующими выражениями и обозначениями (4), (8), (12), (14).

Для того чтобы на численном уровне судить об эффективности замещения бурового раствора цементным в рамках рассматриваемой постановки задачи, можно оценить степень завихренности течения. В качестве количественной характеристики завихренности естественно выбрать циркуляцию поля скоростей (1) Ω по контуру, лежащему в поперечном сечении скважины. Следуя теореме Стокса, можно определить циркуляцию как

$$\Omega = \iint_S rot\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}dS = \iint_S\left(\frac{\partial\left(w_x\left(\omega_0\right) + w_x\left(U\right)\right)}{\partial y} - \frac{\partial w_y\left(\omega_0\right) + w_y\left(U\right)}{\partial x}\right)dS, \tag{15}$$

где интегрирование ведется по поперечному сечению, показанному на рис. 1 серым цветом.

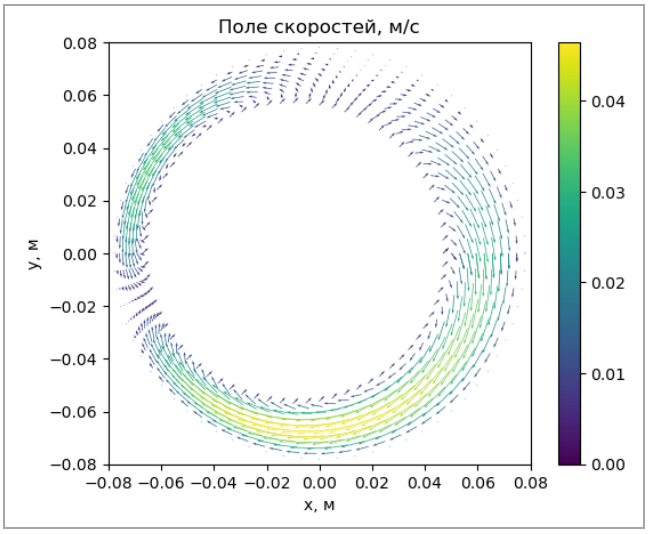


Рис. 2. Поле скоростей для центратора, вращающегося только вокруг собственной оси, не совпадающей с осью скважины, и двигающегося поступательно

Как было показано выше, все скорости, входящие в выражение (15), могут быть представлены как аналитические функции от координат *x* и *y*, однако взятие производных в явном виде приводит к громоздким выражениям и представляется разумным выполнять это интегрирование численно [41].

Качественный анализ рис. 2 подтверждает физичность полученных результатов. В первую очередь обращает на себя внимание тот факт, что на поверхности центратора жидкость действительно движется со скоростью 0,009 м/с (модуль скорости движений центратора) в направлении биссектрисы между осями *x* и *y* введенной системы координат. Далее обращают на себя внимание завихрения: поле линий тока становится схожим с полем диполя, наблюдается возмущение жидкости присутствием центратора. Наблюдается существенная циркуляция, которая в дальнейшем может быть использована для анализа эффективности перемешивания жидкости [42–44].

Заключение

Аналитические формулы, полученные в результате решения задачи течения жидкости между вращающимся и неподвижным цилиндрами в поперечном сечении, позволяют быстро провести параметрический анализ эффективности замещения бурового раствора с использованием центратора, вращающегося вокруг оси скважины. Решение задачи о течении жидкости между двумя цилиндрами, один из которых неподвижен, а другой двигается поступательно внутри него с определенной скоростью, было получено в результате использования непрерывного (сохраняющего углы между кривыми, а значит, и форму бесконечно малых фигур) отображения, области между двумя окружностями с несовпадающими центрами на диск, заключенный между двумя окружностями с совпадающими центрами. Качественный анализ поля скоростей для центратора, вращающегося только вокруг собственной оси, не совпадающей с осью скважины, и двигающегося поступательно, выявил физичность результатов, полученных с помощью аналитических формул.

Дальнейшее применение аналитических формул будет заключаться в выделении набора реальных величин и исследовании их влияния на процесс замещения бурового раствора цементным. Для этого планируется произвести серию расчетов и построить графики влияния эксцентриситета, частоты вращения центратора вокруг своей оси и вокруг оси скважины, а также радиусов центратора и скважины на эффективность замещения бурового раствора.

Библиографический список

1. Петров Н.П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости / Н.П. Петров // Инж. журн. – 1883.
2. Reinolds, O. On the Theory of Lubrication / O. Reinolds // Phil. Trans. – 1886. – Vol. CLXXVII. – P. 157 (Paper, II, 228).
3. Жуковский, Н.Е. О трении смазочного слоя между шипом и подшипником / Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин // Тр. Отделения физ. наук об-ва любителей естествознания. – 1906. – Т. 13, В. 1. – С. 24–33.
4. Jeffery, G.B. The Rotation of Two Circular Cylinders in a Viscous Fluid / G.B. Jeffery // Proc. Roy. Soc. London. – 1922. – Vol. A101. – P. 167–177.
5. Ballal, B.Y. Flow of a Newtonian Fluid Between Eccentric Rotating Cylinders: Inertial Effects / B.Y. Ballal, R.S. Rivlin // Arch. Rational Mech. Anal. – 1976. – Vol. 62. – P. 237–294.
6. Казакова, А.О. О поле скоростей вязкой жидкости между двумя цилиндрами, вращающимися и движущимися поступательно / А.О. Казакова, А.Г. Петров // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2016. – № 3. – С. 16–25.
7. Чернявский, В.М. Точное решение о ползущем цилиндрическом течении в подшипнике со свободным шипом / В.М. Чернявский // Докл. АН. – 2008. – Т. 418, № 1. – С. 42–45.
8. Jeffrey, D.J. The slow motion of a cylinder next to a plane wall / D.J. Jeffrey, Y. Onishi // Quart. J. Mech. Appl. Math. – 1981. – Vol. 34, pt 2. – P. 131–137.
9. Терентьев, А.Г. Движение цилиндра в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса / А.Г. Терентьев, А.А. Терентьев // Изв. НАНИ ЧР. – 2002. – № 2. – С. 44–62.
10. Кауров, П.В. Решение уравнений Стокса для течения жидкости в зазоре между двумя эксцентричными цилиндрами / П.В. Кауров // Вестник Башкирского университета. – 2020. – Т. 25, № 3. – С. 468–471.
11. Петров, А.Г. Аналитическая гидродинамика / А.Г. Петров. – М.: Физматлит, 2009. – 520 с.
12. Kaper, T.J. An analytical study of transport in Stokes flows exhibiting largescale chaos in the eccentric journal bearing / T.J. Kaper, S. Wiggins // J. Fluid Mech. – 1993. – № 253. – P. 211–243.
13. Optimization of cementing displacement efficiency based on circulation pressure of a shale gas horizontal well in low pressure and leakage formations / H. Zhang, J. Guo, L. Yang, P. Wu, H. Xue, M. Yang // Energy Reports. – 2022. – Vol. 8. – P. 11695–11706. DOI: 10.1016/j.egyr.2022.08.253
14. Cementing displacement efficiency analysis in long horizontal wells: An optimized numerical simulation approach / L. Xue, H. Han, M. Zhang, H. Fan // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2022. – Vol. 208, part A. – P. 109393. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.109393
15. Способ закачивания воды в нагнетательные скважины электроцентробежными насосами / Л.С. Кулешова, Р.Р. Кадыров, И.Г. Фаттахов, А.И. Воронин // Естественные и технические науки. – 2012. – № 1 (57). – С. 176–178.
16. поддержание температурного режима в нагнетательных скважинах при их остановке в условиях низких температур / И.Г. Фаттахов, Р.Р. Кадыров, И.Ф. Галиуллина, Э.Р. Мухаметов, К.И. Фазлыев // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 5-3. – С. 547–552.
17. Improving displacement efficiency by optimizing pad fluid injection sequence during primary cementing of eccentric annulus in shale gas horizontal wells / M. Yang, L. Yang, Y. Li, L. Zhang, Ch. Wang, L. Zhou, M. Yang // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2021. – Vol. 204. – P.108691. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.108691
18. Using particle image velocimetry to evaluate the displacement efficiency of drilling mud in horizontal well cementing / B. Xu, Sh. Zhou, F. He, F. Wang, J. Guo // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2020. – Vol. 195. – P. 107647. DOI: 10.1016/j.petrol.2020.107647
19. Self-healing efficiency of EVA-modified cement for hydraulic fracturing wells / B. Yuan, Y. Yang, Y. Wang, K. Zhang // Construction and Building Materials. – 2017. – Vol. 146. P. 563–570. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.04.128
20. Патент № 2745147 C1 Российская Федерация, МПК E21B 33/14. Способ крепления потайной обсадной колонны ствола с вращением и цементированием зоны выше продуктивного пласта: № 2020141176: заявл. 14.12.2020: опубл. 22.03.2021 / С.П. Антипов, А.М. Лебедев, К.М. Марданшин, Э.А. Шарафетдинов; заявитель Общество с ограниченной ответственностью "НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ТРУБНЫЙ ЗАВОД".
21. Патент № 2775628 C1 Российская Федерация, МПК E21B 43/26, E21B 33/13. Способ заканчивания скважины с горизонтальным окончанием с последующим проведением многостадийного гидравлического разрыва пласта: № 2021105970: заявл. 09.03.2021: опубл. 05.07.2022 / Н.М. Шамсутдинов, А.Ю. Мильков, А.С. Елшин, Д.С. Леонтьев.
22. Прохоров, В.В. О возможности проведения процесса цементирования эксплуатационной колонны с вращением / В.В. Прохоров, С. Е. Чернышов // Нефтяная провинция. – 2025. – № 1(41). – С. 227–245. DOI: 10.25689/NP.2025.1.227-245
23. Актуальные проблемы и инновации в области строительства и ремонта скважин: сборник тезисов докладов научно-практической конференции, посвященной юбилею Изиля Галимзяновича Юсупова, Бугульма, 17 мая 2022 года. – Бугульма: Татарский научно-исследовательский и проектный институт нефти открытого акционерного общества «Татнефть» имени В.Д. Шашина, 2022. – 56 с.

24. Нижник, А.Е. Совершенствование некоторых элементов технологической оснастки, направленных на повышение качества крепления скважин / А.Е. Нижник // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2008. – № 11. – С. 34–36.
25. Effect of casing rotation on displacement efficiency of cement slurry in highly deviated wells / Y. Bu, L. Tian, Zh. Li, R. Zhang, Ch. Wang, X. Yang // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2018. – Vol. 52. – P. 317–324. DOI: 10.1016/j.jngse.2018.01.040
26. Determination of optimal density difference for improving cement displacement efficiency in deviated wells / Y. Bu, Zh. Li, Ch. Wan, H. Andy Li // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2016. – Vol. 31. – P. 119–128. DOI: 10.1016/j.jngse.2016.03.008
27. Muniz Moreira, R.P. Displacement efficiency modeling and performance evaluation in annular geometries for foamed cementing applications / R.P. Muniz Moreira, M. Feijó Naccache // Geoenergy Science and Engineering. – 2025. – Vol. 254. – P. 214035. DOI: 10.1016/j.geoen.2025.214035
28. Study on plugging removal acid system of acid-soluble cement in oil and gas wells: Based on organic solid acid / H. Liu, Y. Zhang, W. Huang, X. Liu, Zh. Tao, L. Yang, M. Chai, J. Li // Geoenergy Science and Engineering. – 2025. – Vol. 254. – P. 214044. DOI: 10.1016/j.geoen.2025.214044
29. Санжапов, И.И. Цементирование с вращением / И.И. Санжапов, С.В. Любимова // Энергия молодежи для нефтегазовой индустрии: сборник материалов VI Международной научно-практической конференции молодых ученых, Альметьевск, 26 ноября 2021 года. – Альметьевск: Альметьевский государственный нефтяной институт, 2021. – С. 214–216.
30. Опыт крепления горизонтальных скважин с неустойчивыми отложениями на месторождениях ПАО «Татнефть» / А.Я. Вакула, А.Р. Ибрагимов, А.Ф. Стрыхарь, А.А. Забегайло // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2016. – № 10. – С. 41–44.
31. Мозговой, Г.С. Особенности заканчивания горизонтальной скважины по технологии sagd / Г.С. Мозговой, А.С. Мякишев // Ашировские чтения. – 2016. – Т. 1, № 2(8). – С. 229–237.
32. Патент № 2689933 C2 Российская Федерация, МПК E21B 29/00. Совместимая с кабелем и управляемая безвышечным способом, выполненная с возможностью взаимодействия с межтрубными пространствами система для использования и ликвидации подземной скважины: № 2014103793: заявл. 05.07.2012: опубл. 29.05.2019 / Б. Э. Танджет.
33. Хузина, Л.Б. К вопросам о методах повышения качества крепления нефтяных и газовых скважин / Л.Б. Хузина, Р.И. Фазлыева // Ученые записки Альметьевского государственного нефтяного института. – 2016. – Т. 15. – С. 2–430.
34. Cement waste-integrated bismuth phosphate Glasses: Gamma irradiation, structural optimization, and enhanced shielding efficiency against alpha/proton radiation / Hesham M.H. Zakaly, Shams A.M. Issa, Moustafa A. Darwish, H.A. Saudi, M.M. Abou Halaka, H. Hashim // Ceramics International. – 2025. DOI: 10.1016/j.ceramint.2025.05.395
35. Optimized composite lime cement plasters with phase change materials for enhanced building energy efficiency and comfort / T. Skalar, M. Dovjak, M. Marinšek, N. Čelan Korošin, V. Bokan Bosiljkov, P. Štukovnik // Ceramics International. – 2025. DOI: 10.1016/j.ceramint.2025.06.277
36. Corrigendum to “Cementing displacement efficiency analysis in long horizontal wells: An optimized numerical simulation approach” [J. Petrol. Sci. Eng. Vol. 208 (Part A) (January 2022), 109393] / H. Hu, X. Liang, M. Zhang, H. Fan // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2022. – Vol. 210. – P. 110090, DOI: 10.1016/j.petrol.2021.110090
37. Паршукова, Л.А. К вопросу устойчивости ствола скважины при бурении в терригенных породах / Л.А. Паршукова // Экспозиция Нефть Газ. – 2024. – № 4(105). – С. 28-31. DOI: 10.24412/2076-6785-2024-4-28-31
38. Современные модификации цементировочных головок / В.Л. Дробов, А.Е. Нижник, М.О. Ашрафьян, А.К. Куксов // Бурение и нефть. – 2012. – № 1. – С. 5-658.
39. Патент № 2559255 C2 Российская Федерация, МПК E21B 29/00, E21B 33/10. Устройство и способы герметизации ствола подземной скважины и выполнения на тросе других скважинных операций вращения: № 2012103898/03: заявл. 05.07.2010: опубл. 10.08.2015 / Б.Э. Танджет.
40. Impact of endospore-forming bacterial co-culture on the long-term self-healing efficiency and hardened properties of cement mortar / Y. Javeed, Y. Goh, S. Poh Yap, K. Hung Mo, B. Fen Leo // Construction and Building Materials. – 2025. – Vol. 472. – P. 140756. DOi: 10.1016/j.conbuildmat.2025.140756
41. Effect of mullite whiskers and graphite flakes blending on the mechanical properties of oil well cement / L. He, J. Zhao, X. Wang, L. Jiao, B. Liu, W. Yang, B. Zhang, M. Li // Results in Engineering. – 2025. – Vol. 26. – P. 104967. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.104967
42. Microbiological mineralization for self-healing cement sheath in oil and gas wells: A study on the integrity and sealing mechanisms of interface cracks / L. Li, T. Liu, G. Jiang, Sh. Zheng, G. Yang, Ch. Tang // Case Studies in Construction Materials. – 2025. – Vol. 22. – P. e04546. DOI: 10.1016/j.cscm.2025.e04546
43. Шамсутдинов, Н.М. Технология заканчивания скважины с горизонтальным окончанием с последующим проведение МГРП / Н.М. Шамсутдинов, Д.С. Леонтьев // Инновационные перспективы Донбасса: материалы 9-й Международной научно-практической конференции, Донецк, 23–25 мая 2023 года. – Донецк: Донецкий национальный технический университет, 2023. – С. 10–14.
44. Курбасов, Е. Г. О техническом решении для надежного спуска колонны-хвостовика в горизонтальный ствол скважины / Е. Г. Курбасов, С. Н. Бастриков, Э. Б. Гусейнов // Проблемы геологии, разработки и эксплуатации месторождений и транспорта трудноизвлекаемых запасов углеводородов: материалы всероссийской научно-технической конференции с международным участием, Ухта, 02–03 ноября 2023 года. – Ухта: Ухтинский государственный технический университет, 2023. – С. 173–175.

References

1. Petrov N.P. Trenie v mashinakh i vliianie na nego smazyvaiushchei zhidkosti [Friction in machines and the influence of lubricating fluid on it]. *Inzhenernyi zhurnal*, 1883.
2. Reinolds O. On the Theory of Lubrication. *Phil. Trans.*, 1886, vol. CLXXVII, 157 p. (Paper, II, 228).
3. Zhukovskii N.E., Chaplygin S.A. O trenii smazochnogo sloia mezhdu shipom i podshipnikom [About friction of the lubricating layer between the stud and the bearing]. *Trudy Otdeleniia fizicheskikh nauk obshchestva liubitelei estestvoznaniia*, 1906, vol. 13, B. 1, pp. 24-33.
4. Jeffery G.B. The Rotation of Two Circular Cylinders in a Viscous Fluid. *Proc. Roy. Soc. London*, 1922, vol. A101, pp. 167-177.
5. Ballal B.Y., Rivlin R.S. Flow of a Newtonian Fluid Between Eccentric Rotating Cylinders: Inertial Effects. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 1976, vol. 62, pp. 237-294. DOI: 10.1007/BF00280016
6. Kazakova A.O., Petrov A.G. O pole skorostei viazkoi zhidkosti mezhdu dvumia tsilindrami, vrashchaiushchimisia i dvizhushchimisia postupatel'no [On the velocity field of a viscous fluid between two rotating and reciprocating cylinders]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2016, no. 3, pp. 16-25.
7. Cherniavskii V.M. Tochnoe reshenie o polzushchem tsilindricheskom techenii v podshipnike so svobodnym shipom [Exact solution of creeping cylindrical flow in a bearing with a free stud]. *Doklady Akademii nauk*, 2008, vol. 418, no. 1, pp. 42-45.
8. Jeffrey D.J., Onishi Y. The slow motion of a cylinder next to a plane wall. *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 1981, vol. 34, pt 2, pp. 131-137. DOI: 10.1093/qjmam/34.2.129
9. Terent'ev A.G., Terent'ev A.A. Dvizhenie tsilindra v viazkoi zhidkosti pri malykh chislakh Reinol'dsa [Motion of a cylinder in a viscous fluid at low Reynolds numbers]. *Izvestiia Natsional'noi akademii nauk i iskusstv Chuvashskoi Respubliki*, 2002, no. 2, pp. 44-62.
10. Kaurov P.V. Reshenie uravnenii Stoksa dlia techeniia zhidkosti v zazore mezhdu dvumia ekstsentrichnymi tsilindrami [Solution of stokes equations for fluid flow in a gap between two excentric cylinders]. *Vestnik Bashkirskogo universiteta*, 2020, vol. 25, no. 3, pp. 468-471. DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2020.3.2
11. Petrov A.G. Analiticheskaia gidrodinamika [Analytical fluid dynamics]. Moscow: Fizmatlit, 2009, 520 p.
12. Kaper T.J., Wiggins S. An analytical study of transport in Stokes flows exhibiting largescale chaos in the eccentric journal bearing. *J. Fluid Mech.*, 1993, no. 253, pp. 211-243. DOI: 10.1017/S0022112093001776
13. Zhang H., Guo J., Yang L., Wu P., Xue H., Yang M. Optimization of cementing displacement efficiency based on circulation pressure of a shale gas horizontal well in low pressure and leakage formations. *Energy Reports*, 2022, vol. 8, pp. 11695-11706. DOI: 10.1016/j.egyr.2022.08.253
14. Xue L., Han H., Zhang M., Fan H. Cementing displacement efficiency analysis in long horizontal wells: An optimized numerical simulation approach. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 208, part A, 109393 p. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.109393
15. Kuleshova L.S., Kadyrov R.R., Fattakhov I.G., Voronin A.I. Sposob zakachivaniia vody v nagnetatel'nye skvazhiny elektrotsentrobezhnymi nasosami [A method for pumping water into injection wells using electric centrifugal pumps]. *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2012, no. 1 (57), pp. 176-178.
16. Fattakhov I.G., Kadyrov R.R., Galiullina I.F., Mukhametov E.R., Fazlyev K.I. Podderzhanie temperaturnogo rezhima v nagnetatel'nykh skvazhinakh pri ikh ostanovke v usloviiakh nizkikh temperatur [Injection well shut-down thermal regime maintenance under low-temperature conditions]. *Fundamental'nye issledovaniia*, 2015, no. 5-3, pp. 547-552.
17. Yang M., Yang L., Li Y., Zhang L., Wang Ch., Zhou L., Yang M. Improving displacement efficiency by optimizing pad fluid injection sequence during primary cementing of eccentric annulus in shale gas horizontal wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2021, vol. 204, 108691 p. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.108691
18. Xu B., Zhou Sh., He F., Wang F., Guo J. Using particle image velocimetry to evaluate the displacement efficiency of drilling mud in horizontal well cementing. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2020, vol. 195, 107647 p. DOI: 10.1016/j.petrol.2020.107647
19. Yuan B., Yang Y., Wang Y., Zhang K. Self-healing efficiency of EVA-modified cement for hydraulic fracturing wells. *Construction and Building Materials*, 2017, vol. 146, pp. 563-570. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.04.128
20. Antipov S.P., Lebedev A.M., Mardanshin K.M., Sharafetdinov E.A. Sposob krepleniia potainoi obsadnoi kolonny stvola s vrashcheniem i tsementirovaniem zony vyshe produktivnogo plasta [A method for securing a countersunk casing string by rotating and cementing the zone above the productive formation]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2745147 C1 (2021).
21. Shamsutdinov N.M., Mil'kov A.Iu., Elshin A.S., Leont'ev D.S. Sposob zakanchivaniia skvazhiny s gorizontal'nym okonchaniem s posleduiushchim provedeniem mnogostadiinogo gidravlicheskogo razryva plasta [A method of completing a well with a horizontal completion followed by multi-stage hydraulic fracturing]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2775628 C1 (2022).
22. Prokhorov V.V., Chernyshov S.E. O vozmozhnosti provedeniia protsessa tsementirovaniia ekspluatatsionnoi kolonny s vrashcheniem [About the possibility of carrying out the process of cementing a production string with rotation]. *Neftianaia provintsiia*, 2025, no. 1 (41), pp. 227-245. DOI: 10.25689/NP.2025.1.227-245
23. Aktual'nye problemy i innovatsii v oblasti stroitel'stva i remonta skvazhin [Current issues and innovations in well construction and repair]. *Sbornik tezisov dokladov nauchno-prakticheskoi konferentsii, posviashchennoi iubileiu Izilia Galimzianovicha Iusupova, Bugul'ma, 17 May 2022.* Bugul'ma: Tatarskii nauchno-issledovatel'skii i proektnyi institut nefti otkrytogo aktsionernogo obshchestva “Tatneft'” imeni V.D. Shashina, 2022, 56 p.
24. Nizhnik A.E. Sovershenstvovanie nekotorykh elementov tekhnologicheskoi osnastki, napravlennykh na povyshenie kachestva krepleniia skvazhin [Improvement of some elements of technological equipment aimed at improving the quality of well casing]. *Stroitel'stvo neftianykh i gazovykh skvazhin na sushe i na more*, 2008, no. 11, pp. 34-36.
25. Bu Y., Tian L., Li Zh., Zhang R., Wang Ch., Yang X. Effect of casing rotation on displacement efficiency of cement slurry in highly deviated wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2018, vol. 52, pp. 317-324. DOI: 10.1016/j.jngse.2018.01.040

26. Bu Y., Li Zh., Ch. Wan, Li H. Andy Determination of optimal density difference for improving cement displacement efficiency in deviated wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2016, vol. 31, pp. 119-128. DOI: 10.1016/j.jngse.2016.03.008
27. Muniz Moreira R.P., Feijó Naccache M. Displacement efficiency modeling and performance evaluation in annular geometries for foamed cementing applications. *Geoenergy Science and Engineering*, 2025, vol. 254, 214035 p. DOI: 10.1016/j.geoen.2025.214035
28. Liu H., Zhang Y., Huang W., Liu X., Tao Zh., Yang L., Chai M., Li J. Study on plugging removal acid system of acid-soluble cement in oil and gas wells: Based on organic solid acid. *Geoenergy Science and Engineering*, 2025, vol. 254, 214044 p. DOI: 10.1016/j.geoen.2025.214044
29. Sanzhapov I.I., Liubimova S.V. Tsementirovanie s vrashcheniem [Rotational cementing]. *Energiia molodezhi dlia neftegazovoi industrii. Sbornik materialov VI Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii molodykh uchenykh, Al'met'evsk, 26 November 2021*. Al'met'evsk: Al'met'evskii gosudarstvennyi neftianoi institut, 2021, pp. 214-216.
30. Vakula A.Ia., Ibragimov A.R., Strykhar' A.F., Zabegailo A.A. Opyt krepleniia gorizontal'nykh skvazhin s neustoichivymi otlozheniiami na mestorozhdeniiakh PAO "Tatneft'" [Experience of horizontal wells cementing with unstable deposits obtained at the oil fields of PJSC "Tatneft"]. *Stroitel'stvo neftianykh i gazovykh skvazhin na sushe i na more*, 2016, no. 10, pp. 41-44.
31. Mozgovoi G.S., Miakishev A.S. Osobennosti zakanchivaniia gorizontal'noi skvazhiny po tekhnologii sagd [Features of horizontal well completion using SAGD technology]. *Ashirovskie chteniia*, 2016, vol. 1, no. 2 (8), pp. 229-237.
32. Tandzhet B.E. Sovmestimaia s kabelem i upravliaemaia bezvyshechnym sposobom, vypolnennaia s vozmozhnost'iu vzaimodeistviia s mezhtrubnymi prostranstvami sistema dlia ispol'zovaniia i likvidatsii podzemnoi skvazhiny [A cable-compatible, rigless, inter-tube capable system for the use and abandonment of an underground well]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2689933 C2 (2019).
33. Khuzina L.B., Fazlyeva R.I. K voprosam o metodakh povysheniia kachestva krepleniia neftianykh i gazovykh skvazhin [On the questions about methods for improving the quality of oil and gas well casing]. *Uchenye zapiski Al'met'evskogo gosudarstvennogo neftianogo instituta*, 2016, vol. 15, pp. 24-30.
34. Hesham M.H. Zakaly, Shams A.M. Issa, Moustafa A. Darwish, Saudi H.A., Abou Halaka M.M., Hashim H. Cement waste-integrated bismuth phosphate Glasses: Gamma irradiation, structural optimization, and enhanced shielding efficiency against alpha/proton radiation. *Ceramics International*, 2025. DOI: 10.1016/j.ceramint.2025.05.395
35. Skalar T., Dovjak M., Marinšek M., Čelan Korošin N., Bokan Bosiljkov V., Štukovnik P. Optimized composite lime cement plasters with phase change materials for enhanced building energy efficiency and comfort. *Ceramics International*, 2025. DOI: 10.1016/j.ceramint.2025.06.277
36. Hu H., Liang X., Zhang M., Fan H. Corrigendum to "Cementing displacement efficiency analysis in long horizontal wells: An optimized numerical simulation approach" [J. Petrol. Sci. Eng., vol. 208 (Part A) (January 2022), 109393]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 210, 110090 p. DOI: 10.1016/j.petrol.2021.110090
37. Parshukova L.A. K voprosu ustoichivosti stvola skvazhiny pri burenii v terrigennykh porodakh [On the issue of borehole stability during drilling in terrigenous rocks]. *Ekspozitsiia Neft' Gaz*, 2024, no. 4 (105), pp. 28-31. DOI: 10.24412/2076-6785-2024-4-28-31
38. Drobov V.L., Nizhnik A.E., Ashraf'ian M.O., Kuksov A.K. Sovremennye modifikatsii tsementirovochnykh golovok [Modern modifications of cementing heads]. *Burenie i neft'*, 2012, no. 1, pp. 56-58.
39. Tandzhet B.E. Ustroistvo i sposoby germetizatsii stvola podzemnoi skvazhiny i vypolneniia na trose drugikh skvazhinnykh operatsii vrashcheniia [Device and methods for sealing the shaft of an underground well and performing other well rotation operations on a cable]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2559255 C2 (2015).
40. Javeed Y., Goh Y., Poh Yap S., Hung Mo K., Fen Leo B. Impact of endospore-forming bacterial co-culture on the long-term self-healing efficiency and hardened properties of cement mortar. *Construction and Building Materials*, 2025, vol. 472, 140756 p. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2025.140756
41. He L., Zhao J., Wang X., Jiao L., Liu B., Yang W., Zhang B., Li M. Effect of mullite whiskers and graphite flakes blending on the mechanical properties of oil well cement. *Results in Engineering*, 2025, vol. 26, 104967 p. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.104967
42. Li L., Liu T., Jiang G., Zheng Sh., Yang G., Tang Ch. Microbiological mineralization for self-healing cement sheath in oil and gas wells: A study on the integrity and sealing mechanisms of interface cracks. *Case Studies in Construction Materials*, 2025, vol. 22, e04546 p. DOI: 10.1016/j.cscm.2025.e04546
43. Shamsutdinov N.M., Leont'ev D.S. Shamsutdinov N.M. Tekhnologiia zakanchivaniia skvazhiny s gorizontal'nym okonchaniem s posleduiushchim provedenie MGRP [Well completion technology with horizontal completion followed by multistage hydraulic fracturing]. *Innovatsionnye perspektivy Donbassa. Materialy 9-i Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Donetsk, 23-25 May 2023*. Donetsk: Donetskii natsional'nyi tekhnicheskii universitet, 2023, pp. 10-14.
44. Kurbasov E.G., Bastrikov S.N., Guseinov E.B. O tekhnicheskom reshenii dlia nadezhnogo spuska kolonny-khvostovika v gorizontal'nyi stvol skvazhiny [On a technical solution for the reliable lowering of a liner string into a horizontal wellbore]. *Problemy geologii, razrabotki i ekspluatatsii mestorozhdenii i transporta trudnoizvlekaemykh zapasov uglevodorodov: materialy vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem, Ukhta, 02-03 November 2023*. Ukhta: Ukhtinskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2023, pp. 173-175.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.
Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Вклад авторов равноценен.